

Catalyst Engineering

2dayclean

2025/09/03

Contents

11 Basics of Non-ideal Flow	1
11.1 Resident time distribution, RTD	1
11.1.1 Pulse experiment	2
11.1.2 Step experiment	2

11 Basics of Non-ideal Flow

We have already learned about what the ideal flow is.

Reactor의 Flow pattern에 대해 배울 때, 이미 ideal flow에 대해 다룬 바 있다. 우선, ideal reactor의 예시로 Batch reactor(Batch), Plug flow reactor(PFR), Mixed flow reactor(MFR; CSTR)에 대해 배웠으며, 이 중 steady-state와 ideal flow를 가정하는 PFR과 MFR에 대해 다음과 같은 특징을 가지고 있다고 배웠다.

1. **PFR** : no overtaking. 즉, First-in First-out하며 flow가 일정한 velocity vector와 동일한 resident time을 갖는다.
2. **MRF** : perfect mixing. 즉, inlet을 제외한 나머지 reactor에서 전부 uniform한 concentration을 갖는다.

그렇다면 non-ideality는 이를 만족하지 않는 데에서 나올 것이다. Real flow에서는 다음과 같은 non-ideality를 고려한다.

1. **RTD** : Resident Time Distribution. 실제 reactor에서 모든 element가 같은 resident time을 가지지는 않기 때문에 이를 고려해야 한다.
2. **State of Aggregation** : microfluid($SoA = 0$)과 macrofluid($SoA = 1$)인 경우만 학부에서 다루며, 개별이 free하게 움직이고 intermix될 수 있는 경우가 micro, individual하게 flow하는 경우가 macro이다.
3. **Mixing** : PFR에서 가정했던 것과 달리, early mixing/uniform mixing/late mixing이 벌어질 수 있고 이를 고려해야 한다.

11.1 Resident time distribution, RTD

Resident time distribution, 혹은 **Exit age distribution** E 는 reactor 안에서 물질들이 얼마나 오래 머무르고 있는지 그 resident time을 distribution으로 나타낸 것이다. RTD를 얻기 위해서는 **Tracer**가 될 물질을 Reactor에 넣어준 후, outlet stream에서의 concentration을 측정해야 한다. Tracer의 움직임이 Reactant의 움직임을 설명해야 하므로, Reactant와 그 size/density 등이 유사해야 할 것이고, Tracer는 non-reactive해야 할 것이며, non-toxic하고 detective하기 용이해야 할 것이다.

Definition 11.1

Exit age distribution E 는 reactor에서 element들의 resident time을 나타내는 함수이며, distribution이므로 $\int_0^\infty E dt = 1$ 을 만족해야 한다.

따라서, RTD는 일종의 확률 밀도 함수(probability density function; pdf)처럼 생각할 수 있으며, 일종의 'Reactor를 대표하는 함수'이다. 또한, RTD는 Tracer를 어떻게 넣느냐에 따라 얻는 방법이 달라진다. 가장 간단하고 쉬운 방법은 Pulse injection을 사용하는 것이다.

11.1.1 Pulse experiment

*Reactor Vessel*의 크기는 V , *volumetric flow rate*는 v 와 같이 쓰도록 하자.

우선, M 의 unit(kg 혹은 mol)을 갖는 tracer를 pulse 형태로 reactor에 injection해준다. 그리고 outlet에서 tracer의 concentration을 측정하면 $C_{\text{pulse}}(t)$ curve를 얻을 수 있다. 아래첨자인 pulse는 pulse에 대한 response로서의 concentration profile임을 의미하는 것임에 유의하자. 간단히, C_p 와 같이 abbreviate하자.

순간적으로 pulse 신호를 넣어주었으므로 모든 tracer가 동등한 시간에 reactor에 투입되었다고 생각할 수 있다. 따라서, E 는 단순히 C_p 를 normalization해주면 될 것이다. 즉,

$$E(t) := \frac{C_p(t)}{\int_0^\infty C_p dt}$$

와 같이 정의될 것이다. 특히, M 만큼의 tracer를 넣어주었는데, $M = \int_0^\infty v C_p dt$ 일 것이므로 (tracer의 양에 대한 보존 식.) E 의 분모는 사실 M/v 와 같다고 생각할 수 있다. 그러면, t 의 mean과 variance를 다음과 같이 구할 수 있다. 이는 전적으로 E 가 일종의 pdf라는 데에 직관을 둔다.

$$\begin{aligned}\bar{t} &:= \mathbb{E}[t] = \int_0^\infty t E dt \\ \text{var}[t] &:= \int_0^\infty (t - \bar{t})^2 E dt\end{aligned}$$

그런데, 차원을 분석하면 $E(t)$ 의 차원은 $[s^{-1}]$ 이다. 따라서, nondimensionalization을 해줄 필요가 있다.

$$\begin{aligned}\theta &:= \frac{t}{\bar{t}} \\ E_\theta &:= \bar{t} E\end{aligned}$$

그러면, E_θ 역시 넓이가 1인 pdf이며 여기서의 Expectation resident time은 1이다.

11.1.2 Step experiment

pulse 대신에, 순간적으로, 그리고 계속해서, C_{max} 만큼의 농도로 tracer를 injection해줄 수 있다. 그러면 $C_{\text{step}}(t)$ curve를 얻게 되며, C_s 와 같이 abbreviate하자. 이 경우, stoichiometric하게 $\dot{m} = C_{\text{max}} \cdot v$ 의 mass flow rate를 가지고 tracer가 inject되고 있을 것이다. 따라서, $C_{\text{max}} = \frac{\dot{m}}{v}$ 와 같이 쓸 수 있을 것이다. 또한, $C_{\text{max}} \cdot \bar{t}$ 가 $1 - C_s$ 의 0에서 ∞ 까지의 넓이어야 함을 고려해보면, (일종의 old-fluid이므로)

$$F := \frac{C_s}{C_{\text{max}}}$$

라는 정의는 F 를 일종의 'cumulative distribution', 즉 distribution function으로써 생각할 수 있음을 알 수 있다.

이러한 직관에 따르면, 당연히 다음과 같은 관계가 성립할 것이다.

$$\begin{aligned}\frac{dF}{dt} &:= E(t) \\ F(t) &:= \int_0^t E dt\end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{aligned}
 \bar{t} &= \int_0^{\infty} tE dt \\
 &= \int_0^{C_{\max}} t dF \\
 &= \int_0^{C_{\max}} t d\left(\frac{C_s}{C_{\max}}\right) \\
 &= \frac{1}{C_{\max}} \int_0^{C_{\max}} t dC_s
 \end{aligned}$$

를 얻을 수 있다.