

□□ (1) 45個

(2) 561個

(1) 前問と同じように考えていく
 x, y, z をそれぞれ箱とする。

$x \quad y \quad z$
○○○○ | ○○○ | ○

この場合 $x=4, y=3, z=1$ となり。

$x+y+z=8$ を満たす。したがって求める場合の
数は 27 のしきりと 8 個のまるの並べ方から

$$\frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2! \cdot 8!} = \underline{45 \text{ 個}}$$

(2) (1) と違って、どの箱も空となっていない ($x=0$ など \times)
から少し工夫をする必要がある。

解法 1 今までは $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, w \geq 0$ だったが
今回は $x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1, w \geq 1$ となっている。

つまり $x-1 \geq 0, y-1 \geq 0, z-1 \geq 0, w-1 \geq 0$

ここで $x' = x-1, y' = y-1, z' = z-1, w' = w-1$
とすると $x' \geq 0, y' \geq 0, z' \geq 0, w' \geq 0$ となり、今までの
条件と同じになる。また $x' = x-1$ より $x = x'+1$,
 y, z, w も同様に変形し、 $x+y+z+w=9$ に

それぞれ $x = x' + 1$, $y = y' + 1 \dots$ を代入すると

$$\underbrace{(x' + 1)}_{\uparrow x} + \underbrace{(y' + 1)}_{\uparrow y} + \underbrace{(z' + 1)}_{\uparrow z} + \underbrace{(w' + 1)}_{\uparrow w} = 9$$

$$\therefore x' + y' + z' + w' = 5$$

$$(x' \geq 0, y' \geq 0, z' \geq 0, w' \geq 0)$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} x' & y' & z' & w' \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

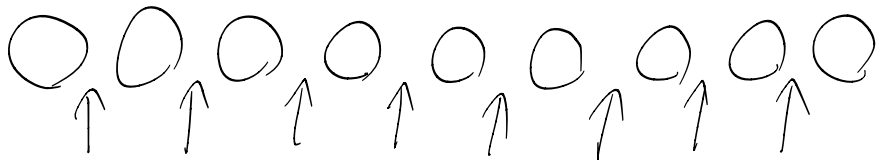
$$x' = 2, y' = 0, z' = 1, w' = 2 \text{ のとき}$$

$$x = 3, y = 1, z = 2, w = 3$$

これより、求める場合の数は、3つのしきりと5個の

まるの並べ方だから $\frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3!} = \underline{\underline{56 \text{ 個}}}$

解法2



9つのまると並べ、まるとまるとの間の8ヶ所から
3ヶ所を選んでしきりを入れて $A | B | C | D$

としたとき、A、B、C、Dの各部分にあるまるとの数を
それぞれ x, y, z, w とすると、解が1つ決まるから

$${}^8C_3 = \underline{\underline{56 \text{ 個}}}$$

解の制限が2以上や-1以上などになると、
解法1でのみ解くことができないので、
解法1をできるようにしよう!