

# Análise Não-linear por Diagramas de Bifurcação de um Coletor de Energia Piezoelétrico Bi-estável

Vinicius Gonçalves Lopes      Americo Barbosa da Cunha Junior

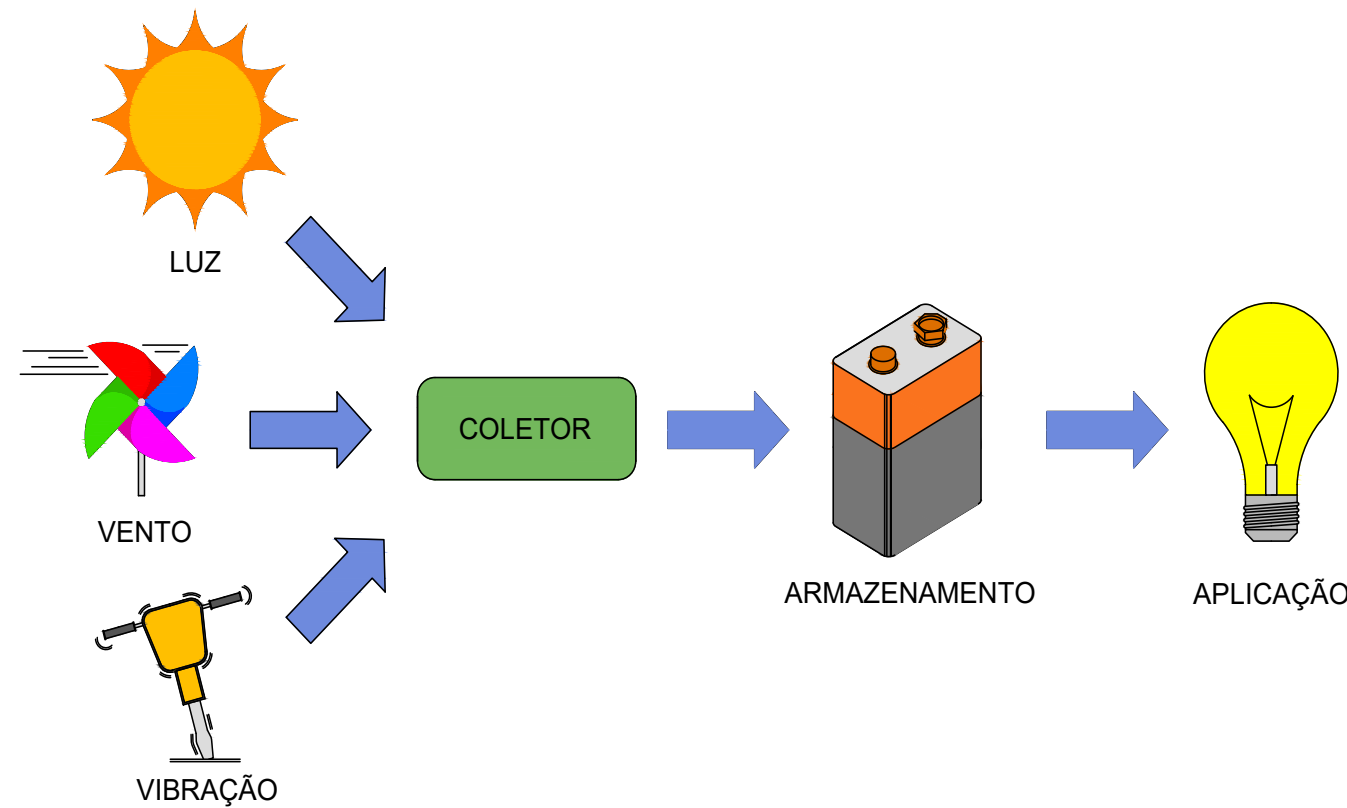
vinicius.g.lopes@uerj.br      americo@ime.uerj.br

NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional



## Introdução

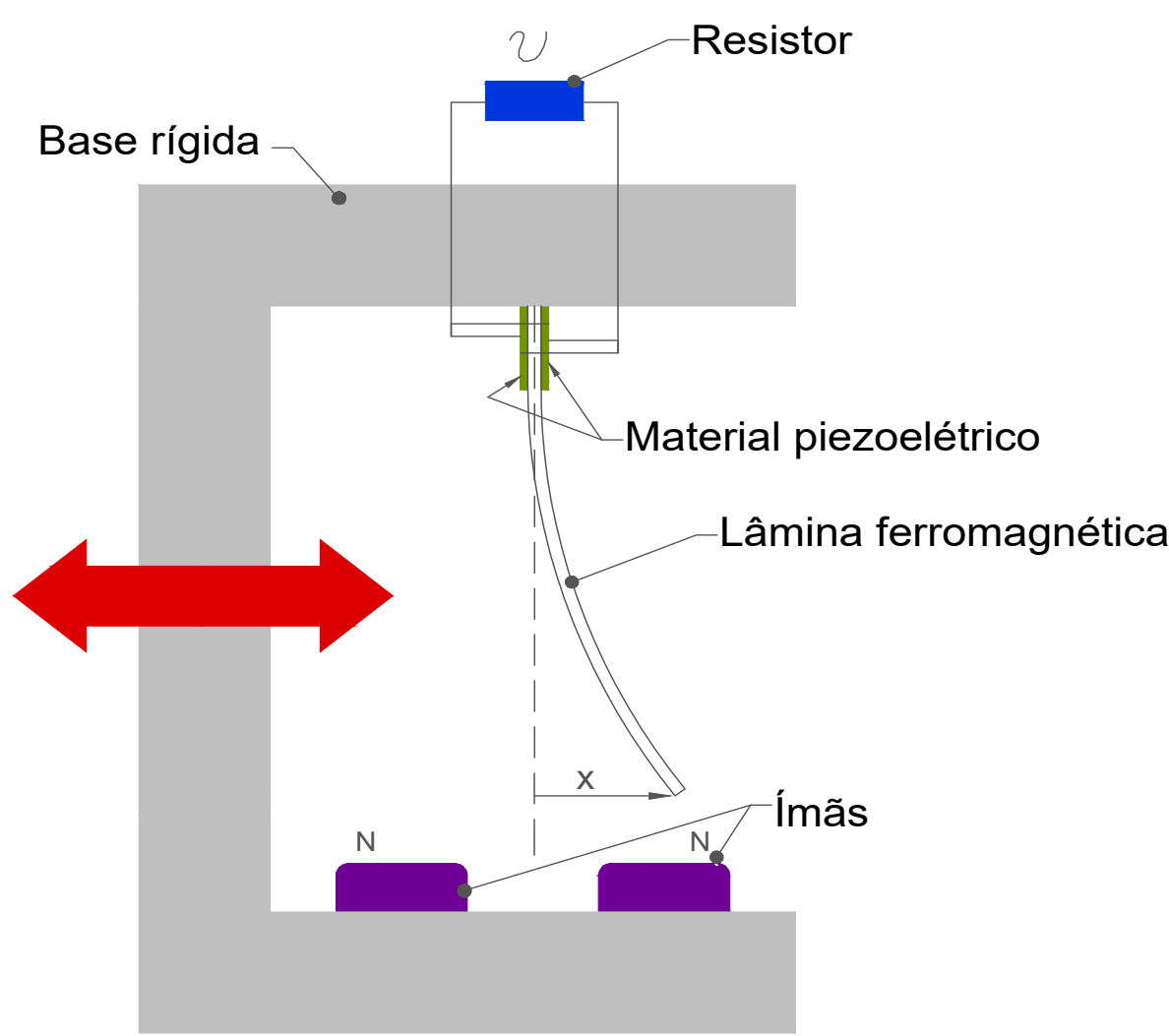
Processos de colheita energética baseam-se na conversão da energia disponível sob formas secundárias, como vibração mecânica. Dispositivos coletores são construídos a partir de materiais com propriedades físico-químicas que favoreçam tais processos, a exemplo do mecanismo piezo-magneto-elástico apresentado. Aplicações promissoras permeiam diversas áreas: medicina, engenharias e telecomunicações.



## Objetivos

- Análise não linear da dinâmica;
- Identificar parâmetros esponsáveis por maior incidência de caos na tensão de saída;
- Análise dos efeitos da histerese sobre a dinâmica;
- Investigar formas de onda para a tensão de saída (séries temporais);

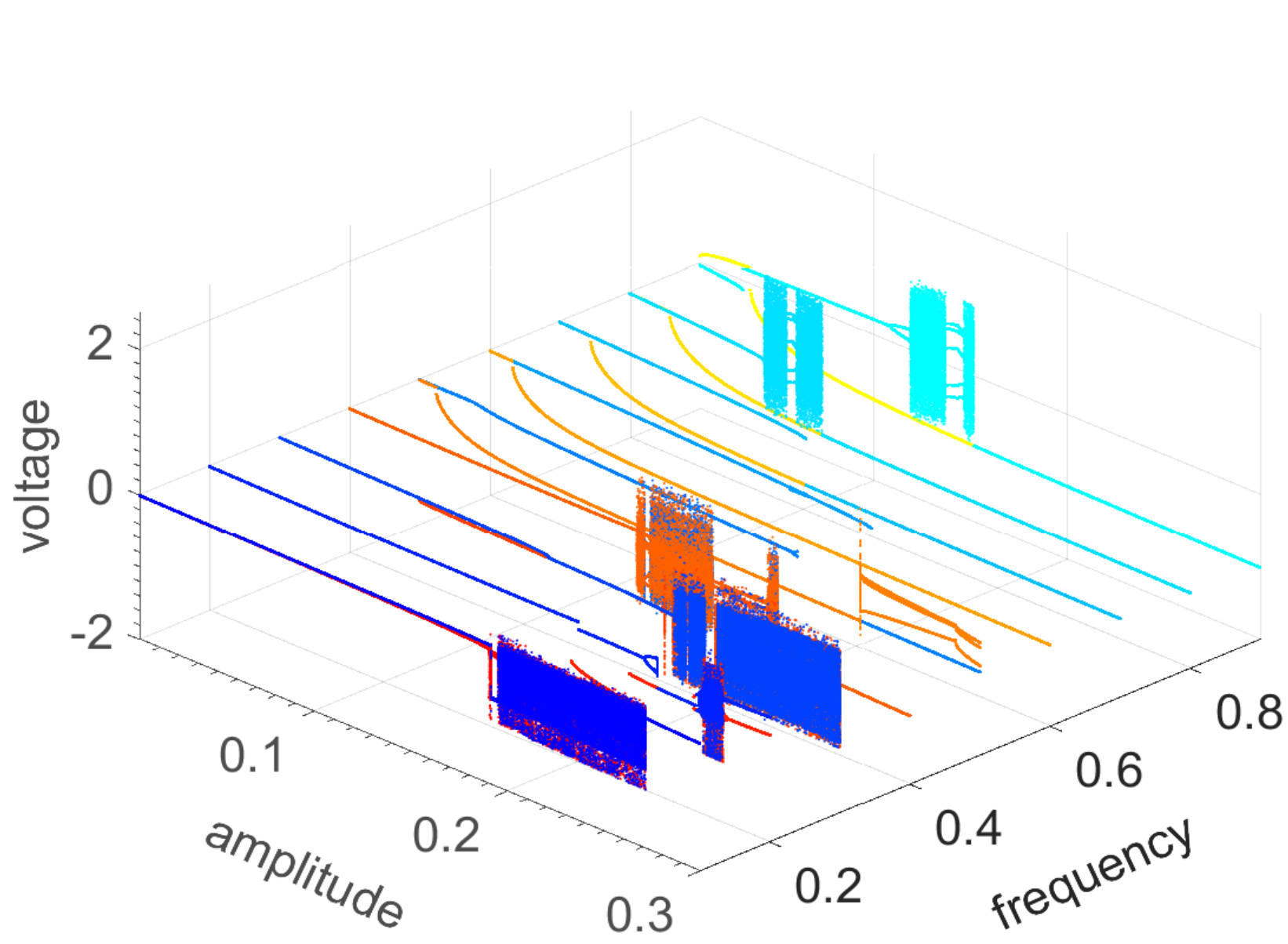
## Modelo Matemático



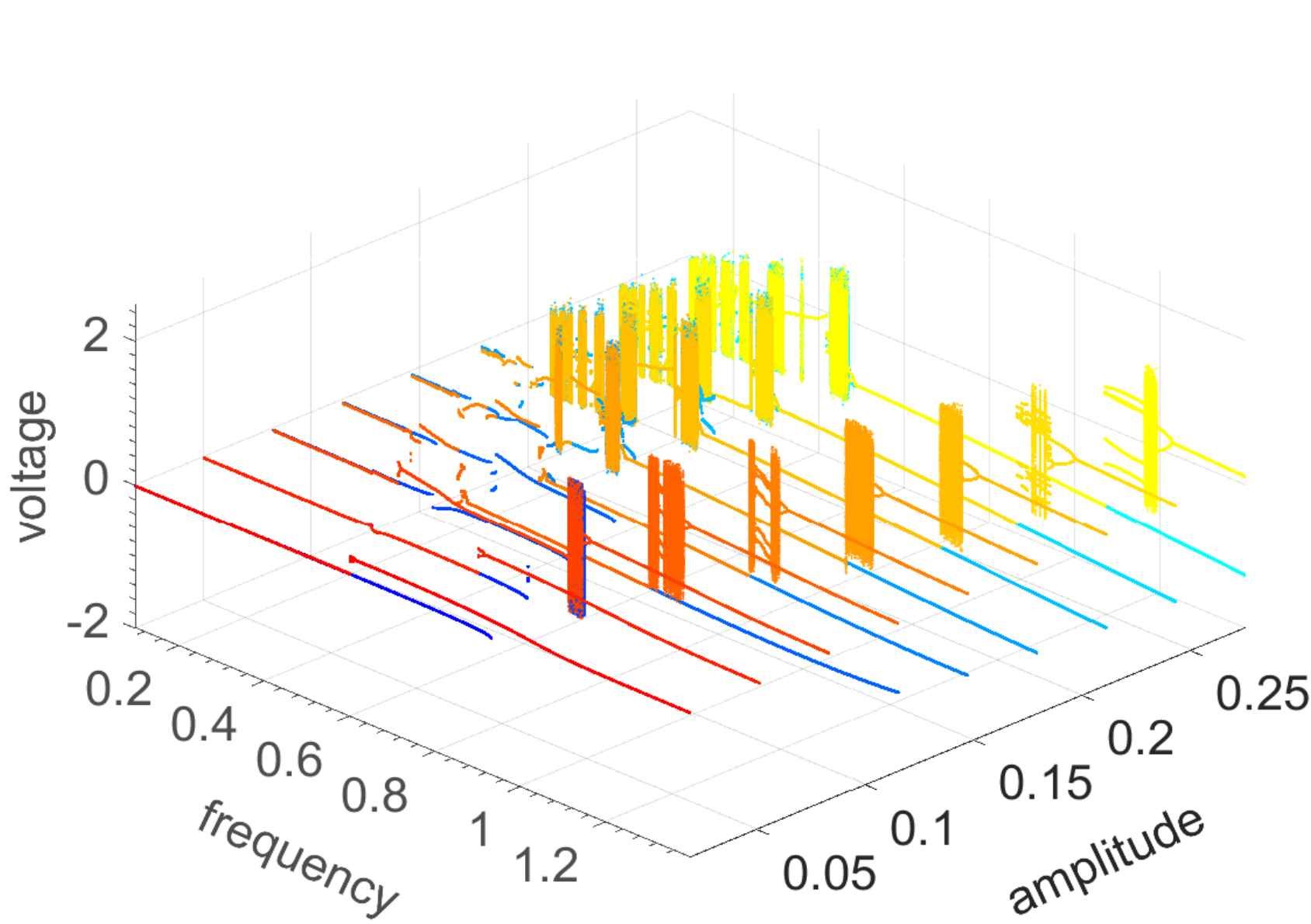
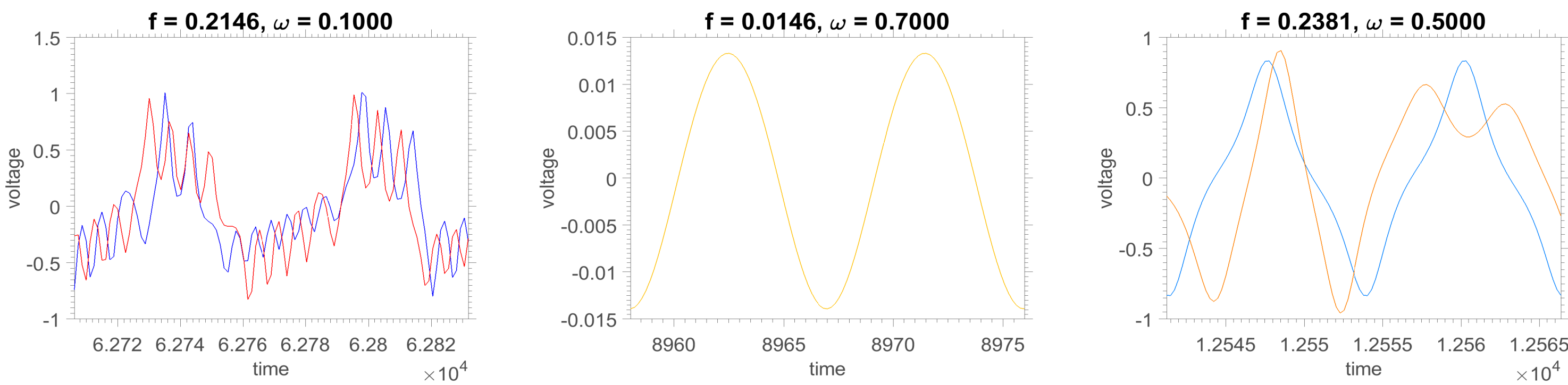
$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\xi\dot{x} - 0.5x(1-x^2) - \chi v &= f \cos \Omega t \\ \dot{v} + \lambda v + \kappa \dot{x} &= 0 \\ x(0) &= x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0, v(0) = v_0 \end{aligned}$$

$\xi$  - fator de amortecimento  
 $\chi$  - acoplamento mecânico  
 $\lambda$  - tempo característico inverso  
 $\kappa$  - acoplamento elétrico  
 $f$  - amplitude de excitação  
 $\Omega$  - frequência de excitação

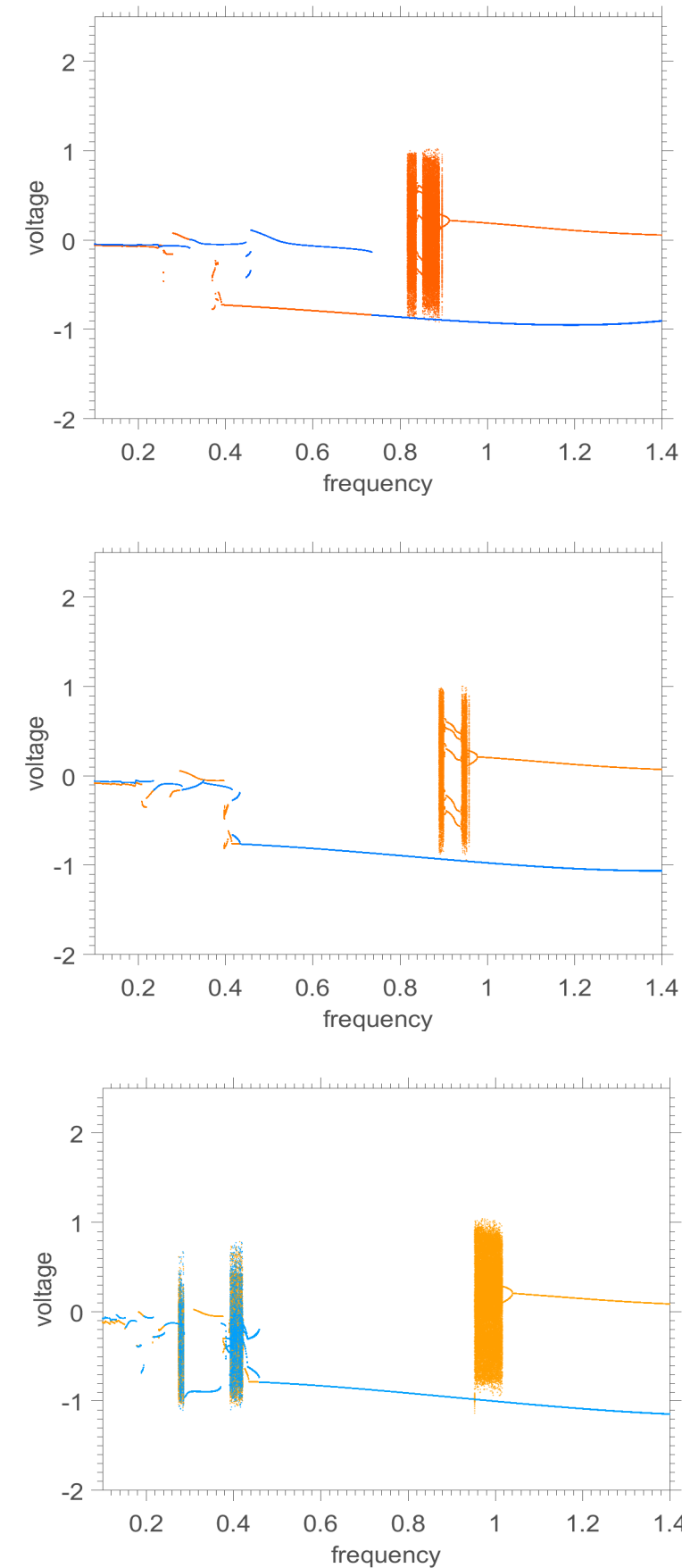
## Diagramas de Bifurcação



Diagramas para a tensão,  $\Omega \in [0.1 : 0.1 : 0.9]$ ,  $0.01 \leq f \leq 0.3$ . Ordens ascendente (cores frias) e descendente (cores quentes). Parâmetros  $\xi = 0.01, \chi = 0.05, \lambda = 0.05$  e  $\kappa = 0.5$ . Condições iniciais  $x_0 = 0, \dot{x}_0 = 0, v_0 = 0$ . Diagramas para  $\Omega = 0.1$  (acima),  $\Omega = 0.5$  (centro) e  $\Omega = 0.7$  (abaixo).



Diagramas para a tensão,  $f \in [0.032 : 0.019 : 0.275]$ ,  $0.1 \leq \Omega \leq 1.4$ . Ordens ascendente (cores frias) e descendente (cores quentes). Parâmetros  $\xi = 0.01, \chi = 0.05, \lambda = 0.05$  e  $\kappa = 0.5$ . Condições iniciais  $x_0 = 0, \dot{x}_0 = 0, v_0 = 0$ . Diagramas para  $\Omega = 0.1$  (acima) e  $\Omega = 0.7$  (abaixo).



## Conclusões

- Diagramas de bifurcação e séries temporais permitem análise detalhada da dinâmica;
- Ordem de amostragem dos parâmetros de controle influencia nos resultados (histerese);
- Amplitudes pequenas, combinadas com frequências pequenas, implicam em dinâmica regular;
- Regiões de dinâmica caótica podem ser atribuídas principalmente à variações na frequência de forçamento;

## Agradecimentos



## Referências

[1] F. Cottone, H. Vocca and L. Gammaitoni, Nonlinear Energy Harvesting *Physical Review Letters*, 102: 080601, 2009.

[2] A. Erturk, J. Hoffmann and D. J. Inman, A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting, *Applied Physics Letters*, 94:254102, 2009.

[3] J. V. L. L. Peterson, V. G. Lopes and A. Cunha Jr, Numerically exploring the nonlinear dynamics of a piezo-magneto-elastic energy harvesting device, 2018. (em revisão)

[4] V. G. Lopes, J. V. L. L. Peterson and A. Cunha Jr, Exploring the nonlinear dynamics of bistable energy harvester. In: XVIII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 2019. (submetido)

[5] J. V. L. L. Peterson, V. G. Lopes and A. Cunha Jr, Dynamics analysis of a nonlinear bi-stable piezo-magneto-elastic energy harvester. In: 4th International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis, 2018.

[6] V. G. Lopes, J. V. L. L. Peterson and A. Cunha Jr, On the nonlinear dynamics of a bi-stable piezoelectric energy harvesting device. In: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017.