

# Modelagem da Dinâmica Não-linear de um Coletor de Energia Bi-estável

João Victor Ligier Lopes Peterson  
Vinicius Gonçalves Lopes  
Americo Barbosa da Cunha Junior

joao.peterson@uerj.br    vinicius.g.lopes@uerj.br    americo@ime.uerj.br

NUMERICO – Núcleo de Modelagem e Experimentação Computacional

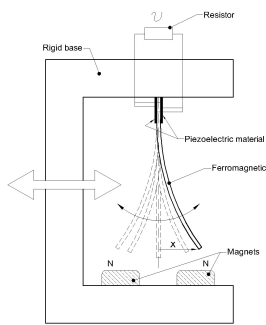


## Introdução

Coletores de energia são dispositivos que possuem a capacidade de captar pequenas quantidades de energia provenientes de uma fonte abundante (sol, vento etc), visando o posterior uso dessa energia para alimentação de dispositivos de baixa demanda energética. A tecnologia possui uma ampla gama de aplicações, que vão desde micro e nanossensores até implantes médicos. Entre aos dispositivos coletores de energia existentes, aqueles baseados em configurações bi-estáveis, do ponto de vista da eficiência energética, enquadram-se dentre os mais promissores, sendo amplamente discutidos na literatura técnico-científica, principalmente porque apresentam comportamento fortemente não linear.

O presente trabalho tem por objetivo investigar em profundidade o comportamento dinâmico de um coletor de energia bi-estável, composto por um circuito resistivo acoplado, via transdutor piezoelétrico, à uma viga que vibra em grandes deslocamentos, sendo de interesse identificar configurações de parâmetros que induzem o sistema a operar em regime caótico.

## Modelo Matemático



$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - \frac{1}{2}x(1-x^2) - \chi v = f \cos \Omega t$$
$$\dot{v} + \lambda v + \kappa \dot{x} = 0$$
$$x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0, v(0) = v_0$$

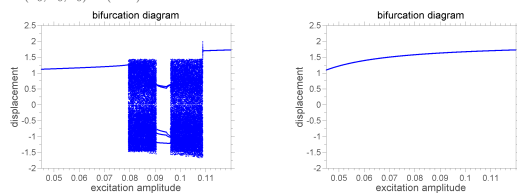
$x$  - deslocamento  
 $v$  - voltagem  
 $t$  - tempo  
 $x_0$  - posição inicial  
 $\dot{x}_0$  - velocidade inicial  
 $v_0$  - voltagem inicial

$\xi$  - fator de amortecimento  
 $\chi$  - acoplamento mecânico  
 $\lambda$  - tempo característico inverso  
 $\kappa$  - acoplamento elétrico  
 $f$  - amplitude de excitação  
 $\Omega$  - frequência de excitação

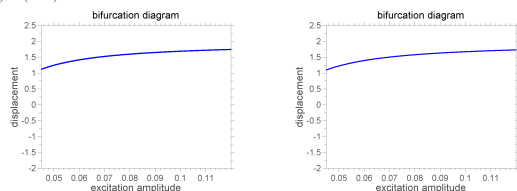
## Resultados

### Diagramas de Bifurcação

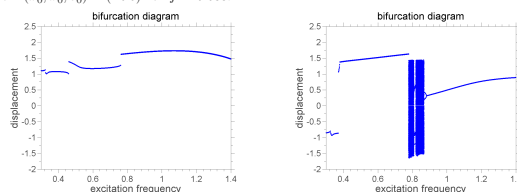
Diagramas de Amplitude de Forçamento vs Deslocamento obtidos pelos métodos *direto* (esquerda) e *reverso* (direita), com  $(x_0, \dot{x}_0, v_0) = (1, 0, 0)$  e  $\Omega = 0.8$ .



Diagramas de Amplitude vs Deslocamento obtidos pelos métodos *direto* (esquerda) e *reverso* (direita), com  $(x_0, \dot{x}_0, v_0) = (1, 0, 0)$  e  $\Omega = 0.8$ .

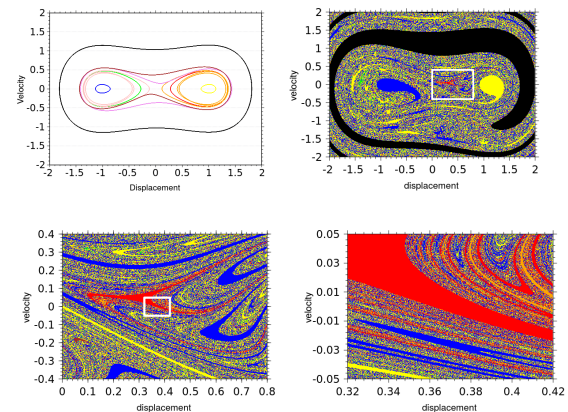


Diagramas Frequência de Forçamento vs Deslocamento obtidos pelos métodos *direto* (esquerda) e *reverso* (direita), com  $(x_0, \dot{x}_0, v_0) = (1, 0, 0)$  e  $f = 0.083$ .

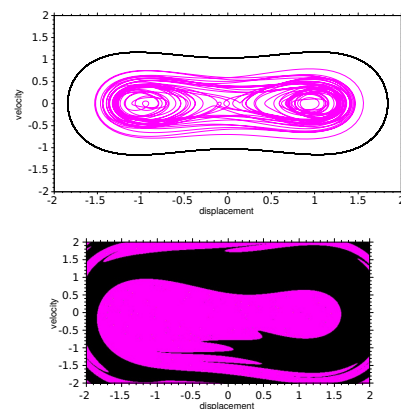


## Bacias de Atração

Bacias de atração no plano deslocamento vs velocidade para  $f = 0.05$  e  $\Omega = 0.8$  e seus respectivos atratores.



Bacias de atração para  $f = 0.1$  e  $\Omega = 0.8$ .



## Considerações Finais

O trabalho apresenta um estudo que visa quantificar a influência do forçamento externo na dinâmica de um coletor de energia bi-estável. São usadas como ferramentas bacias de atração e diagramas de bifurcação. Enquanto a análise das bacias permite constatar a presença de regiões de estabilidade e caos unicamente a partir das condições iniciais, os diagramas de bifurcação contribuem para uma descrição da complexidade da dinâmica quando da variação dos parâmetros de forçamento.

## Agradecimentos



## Referências:

- [1] A. Erturk, J. Hoffmann, and D. J. Inman, A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting, *Applied Physics Letters*, 94:254102, 2009. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3159815>
- [2] Peterson, J. V. L. L. ; Lopes, V. G. ; Cunha Jr, A. . Maximization of the electrical power generated by a piezo-magneto-elastic energy harvesting device. In: XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC 2016), 2016, Gramado. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, 2016.
- [3] Lopes, V. G. ; Peterson, J. V. L. L. ; Cunha Jr, A. . Numerical study of parameters influence over the dynamics of a piezo-magneto-elastic energy harvesting device. In: XXXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC 2017), 2017, São José dos Campos. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, 2017.
- [4] Lopes, V. G. ; Peterson, J. V. L. L. ; Cunha Jr, A. . On the nonlinear dynamics of a bi-stable piezoelectric energy harvesting device. In: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2017), 2017, Curitiba. Proceeding of COBEM 2017, 2017.