

TD2 : Optimisation et complexité

Exercice 1 :

On considère le modèle mathématique suivant :

$$\text{Maximiser } 3x_1 + 2x_2$$

$$S/C$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \quad (2)$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \quad (3)$$

$$x_2 \leq 2 \quad (4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Ce modèle mathématique représente l'activité d'une entreprise qui fabrique deux types de peintures : peinture extérieure et peinture intérieure. La fabrication de la peinture est basée sur 2 types de ressources : A et B. La quantité disponible de ressource A est 6 tonnes/jours tandis que celle de B est 8 tonnes/jour.

Pour fabriquer 1 tonne de peinture intérieure il faut 1 tonne de ressource A et 2 tonnes de ressource B.

Pour fabriquer 1 tonne de peinture extérieure il faut 2 tonnes de ressource A et 1 tonne de ressource B.

L'estimation de la demande journalière a montré que la demande de la peinture extérieure ne peut pas excéder celle de la peinture intérieure de 1 tonne, et que la demande de la peinture intérieure ne dépasse pas 2 tonnes/jour.

Questions :

- 1- Sachant que l'entreprise gagne 3 UM (unité monétaire) par tonne de peinture intérieure et 2 UM par tonne de peinture extérieure, donner l'interprétation des variables de décision, de la fonction économique et des contraintes du PML.
- 2- Déterminer la solution optimale du PML en se basant sur une méthode de résolution graphique

Exercice 2 : Soit le programme mathématique linéaire suivant :

$$\text{Minimiser } 10x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

$$S/C$$

$$5x_1 - 7x_2 + 3x_3 \geq 50 \quad (1)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

- 1- Déterminer le PML dual de ce PML primal.
- 2- Trouver les solutions optimales du dual et du primal.

Exercice 3 :

En utilisant la méthode de résolution par les systèmes, déterminer la solution optimale du PML suivant :

$$\text{Maximiser } 2x_1 + 4x_2$$

S/C

$$x_1 + 4x_2 \leq 5 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 \leq 4 \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Exercice4 :

En utilisant la méthode de simplex, déterminer la solution optimale du PML suivant :

$$\text{Maximiser } 3x_1 + 9x_2$$

S/C

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 \leq 5 \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 \geq 2 \quad (3)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Exercice5 :

En utilisant la méthode de simplex, déterminer la solution optimale du PML suivant :

$$\text{Maximiser } 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$$

S/C

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 430 \quad (1)$$

$$3x_1 + 2x_3 \leq 460 \quad (2)$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 420 \quad (3)$$

$$x_1 \geq 0, x_2, x_3 \geq 0$$