

Pràctica 2 PM - Planificació del calendari d'una lliga esportiva

Bernat Dosrius Lleonart

10 de Desembre del 2023

1 Formulació matemàtica

Paramatres:

- Nombre d'equips: n ($n \geq 4$ i és parell)
- Els equips de la divisió nord: $E_1 = \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$
- Els equips de la divisió sud: $E_2 = \{\frac{n}{2} + 1, \dots, n\}$
- Tots els equips: $E = E_1 \cup E_2 = \{1, \dots, n\}$
- Nombre de partits que s'han de jugar entre dos equips de la mateixa divisió: r
- Nombre de partits que s'han de jugar entre dos equips de diferents divisions: s
- Les jornades que s'han de jugar: $J = \{1, \dots, r(\frac{n}{2} - 1) + s\frac{n}{2}\}$
- El conjunt de possibles partits. On el element (i, j, k) denota el partit jugat entre els equips (i, j) , on $i < j$, en la jornada k : $\Omega = \{(i, j, k) \mid i, j \in E, k \in J, i < j\}$
- La preferència de jugar el partit (i, j) a la jornada k . Definim $\forall (i, j, k) \in \Omega$:
$$c_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit inter-divisional} \\ 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k = 1 \\ 2^{k-2} & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k \geq 2 \end{cases}$$

Variables:

- $x_{ijk} \in \{0, 1\}$, $\forall (i, j, k) \in \Omega$. On x_{ijk} indica si el partit (i, j) a la jornada k es jugarà ($x_{ijk} = 1$) o no ($x_{ijk} = 0$).

Restriccions:

- Els primers dos grups de restriccions indiquen que cada equip ha de jugar r partits contra cada equip de la seva divisió.
- El tercer grup de restriccions indica que cada equip ha de jugar s partits contra cada equip de l'altre divisió.
- Finalment, el quart grup de restriccions indica que cada equip juga un únic partit per jornada.

Aleshores el nostre problema és:

$$(PE) = \begin{cases} \max_x & z = \sum_{(i,j,k) \in \Omega} c_{ijk} x_{ijk} \\ \text{s.a. :} & \sum_{k \in J} x_{ijk} = r, \quad \forall (i, j) \in \{(i, j) \mid i, j \in E_1, i < j\} \\ & \sum_{k \in J} x_{ijk} = r, \quad \forall (i, j) \in \{(i, j) \mid i, j \in E_2, i < j\} \\ & \sum_{k \in J} x_{ijk} = s, \quad \forall (i, j) \in \{(i, j) \mid i \in E_1, j \in E_2\} \\ & \sum_{\substack{i \in E \\ tq \ i < t}} x_{itk} + \sum_{\substack{j \in E \\ tq \ t < j}} x_{tjk} = 1, \quad \forall t \in E \end{cases}$$

2 Model AMPL desenvolupat

Fitxer calendari_NFL.mod complet

```
param n >= 4;
    check: n mod 2 = 0;
param r >= 0;
param s >= 0;

set Divisio_nord ordered = setof {i in 1..n/2} 'Equip_' & i;
set Divisio_sud ordered = setof {j in n/2+1..n} 'Equip_' & j;
    check: Divisio_nord inter Divisio_sud within {};
set Equipos ordered = Divisio_nord union Divisio_sud;
set Jornades ordered = setof {k in 1..r*(n/2-1)+s*n/2} 'Jornada_' & k;
set Partits = {i in Equipos, j in Equipos: ord(i) < ord(j)};
set Partits_Jornades = {Partits, Jornades};

param preferencia{(i,j,k) in Partits_Jornades} =
    if ord(k,Jornades) >= 2 and {(i,j) within Divisio_nord or {i,j} within Divisio_sud} then 2^(ord(k,Jornades)-2)
    else 0;

var Calendari_Optim{Partits_Jornades} binary;

# Funcio objectiu
maximize funcio_objectiu:
    sum {(i,j,k) in Partits_Jornades} (preferencia[i,j,k]*Calendari_Optim[i,j,k]);

# Restriccions
subject to partits_jugats_equipi_equipj {(i,j) in Partits}:
    sum {k in Jornades} Calendari_Optim[i,j,k] =
        if {i,j} within Divisio_nord or {i,j} within Divisio_sud then r
        else s;

subject to un_partit_per_jornada {t in Equipos, k in Jornades}:
    (sum {(i,t) in Partits} Calendari_Optim[i,t,k]) + (sum {(t,j) in Partits} Calendari_Optim[t,j,k]) = 1
```

Paràmetres inicials

```
param n >= 4;
    check: n mod 2 = 0;
param r >= 0;
param s >= 0;
```

En la primera part es declaren els paràmetres n , r , s i es comproba que compleixen les hipòtesis inicials

Declaració de sets

```
set Divisio_nord ordered = setof {i in 1..n/2} 'Equip_' & i;
set Divisio_sud ordered = setof {j in n/2+1..n} 'Equip_' & j;
    check: Divisio_nord inter Divisio_sud within {};
set Equipos ordered = Divisio_nord union Divisio_sud;
set Jornades ordered = setof {k in 1..r*(n/2-1)+s*n/2} 'Jornada_' & k;
set Partits = {i in Equipos, j in Equipos: ord(i) < ord(j)};
set Partits_Jornades = {Partits, Jornades};
```

A continuació declarem una serie de sets per a facilitar la indexació.

- **Divisio_nord**: és el set ordenat d'equips de la divisió nord
- **Divisio_sud**: és el set ordenat d'equips de la divisió sud
- **Equipos**: són tots els equips de la lliga ordenats, primer els de la divisió nord i després els de la divisió sud seguint el ordre de cada conjunt

(Si es volguessin canviar els noms dels equips, només s'han de fer les declaracions de les divisions en el fitxer .dat amb els noms que es vulguin, numeros o strings. El programa segueix funcionan nominalment)

- **Jornades**: és el set ordenat de les jornades que s'han de jugar

(Si es volguessin canviar els noms de les jornades, només s'ha de fer la declaracio de Jornades en el fitxer .dat amb els noms que es vulguin, numeros o strings. El programa segueix funcionan nominalment)

- **Partits**: és el set dels partits que es poden jugar en una sola jornada.

On (i,j) , amb $i < j$, denota un partit entre els equips i i j .

($i < j$ significa que l'equip i va avans que l'equip j segons el ordre dels equips pre-establert)

- **Partits_Jornades:** és el set de tots els partits possibles en cada una de les jornades. On (i, j, k) , amb $i < j$, denota un partit entre els equips i i j en la jornada k . ($i < j$ significa que l'equip i va avans que l'equip j segons el ordre dels equips pre-establert)

Declaració de la preferència de partits

```
param preferencia{(i,j,k) in Partits_Jornades} =
  if ord(k,Jornades) >= 2 and ({i,j} within Divisio_nord or {i,j} within Divisio_sud) then 2^(ord(k,Jornades)-2)
  else 0;
```

En aquest bloc es declara la preferència de jugar el partit (i, j) a la jornada k .

$$\text{preferencia}_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit inter-divisional} \\ 0 & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k = 1 \\ 2^{k-2} & \text{si } (i, j) \text{ és un partit intra-divisional i } k \geq 2 \end{cases}$$

Declaració de les variables

```
var Calendari_Optim{Partits_Jornades} binary;
```

Seguidament declarem les nostres variables a optimitzar. Cada variable està associada a un partit (i, j) i a una jornada k . Són variables binàries que indiquen si el partit (i, j) en la jornada k es juga ($= 1$) o no ($= 0$)

Funció objectiu

```
maximize funcio_objectiu:
  sum {(i,j,k) in Partits_Jornades} (preferencia[i,j,k]*Calendari_Optim[i,j,k]);
```

La nostra funció objectiu consisteix en sumar les preferències de que es jugui el partit (i, j) en la jornada k si es juga el partit (i, j) en la jornada k

Restriccions

```
subject to partits_jugats_equipi_equipj {(i,j) in Partits}:
  sum {k in Jornades} Calendari_Optim[i,j,k] =
    if {i,j} within Divisio_nord or {i,j} within Divisio_sud then r
    else s;

subject to un_partit_per_jornada {t in Equips, k in Jornades}:
  (sum {(i,t) in Partits} Calendari_Optim[i,t,k]) + (sum {(t,j) in Partits} Calendari_Optim[t,j,k]) = 1
```

Per acabar tenim dos grups de restriccions

El primer grup imposa el numero de partits jugats entre els equips i i j en total

- Si els equips són de la mateixa divisió, els dos equips han de jugar r partits entre ells repartits entre totes les jornades
- Si els equips són de diferents divisions, els dos equips han de jugar s partits entre ells repartits entre totes les jornades

El segon grup de restriccions imposa que cada equip t ha de fer un únic partit per cada jornada k .

El costat esquerra de l'igualtat consta de dos sumatoris perquè els partits (i, j) han de complir que $i < j$. Per tant, primer tractem els equips que van avans de l'equip t i després els equips que van després de l'equip t .

3 Resultats

Display

El display esta configurat perquè doni el resultat jornada a jornada. Per cada jornada apareix una llista on cada línia consta de dos equips, els quals han de jugar a aquella jornada, seguits de un 1. (només el visualitzen variables no nul·les)

Per a $n = 6, r = 2, s = 3$

funcio_objectiu = 8064

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_1'] :=  
Equip_1 Equip_5    1  
Equip_2 Equip_6    1  
Equip_3 Equip_4    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_2'] :=  
Equip_1 Equip_6    1  
Equip_2 Equip_4    1  
Equip_3 Equip_5    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_3'] :=  
Equip_1 Equip_6    1  
Equip_2 Equip_5    1  
Equip_3 Equip_4    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_4'] :=  
Equip_1 Equip_4    1  
Equip_2 Equip_6    1  
Equip_3 Equip_5    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_5'] :=  
Equip_1 Equip_5    1  
Equip_2 Equip_6    1  
Equip_3 Equip_4    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_6'] :=  
Equip_1 Equip_6    1  
Equip_2 Equip_4    1  
Equip_3 Equip_5    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_7'] :=  
Equip_1 Equip_5    1  
Equip_2 Equip_4    1  
Equip_3 Equip_6    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_8'] :=  
Equip_1 Equip_4    1  
Equip_2 Equip_3    1  
Equip_5 Equip_6    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_9'] :=  
Equip_1 Equip_4    1  
Equip_2 Equip_3    1  
Equip_5 Equip_6    1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_10'] :=  
Equip_1 Equip_2    1  
Equip_3 Equip_6    1
```

```

Equip_4 Equip_5    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_11'] :=
Equip_1 Equip_2    1
Equip_3 Equip_6    1
Equip_4 Equip_5    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_12'] :=
Equip_1 Equip_3    1
Equip_2 Equip_5    1
Equip_4 Equip_6    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_13'] :=
Equip_1 Equip_3    1
Equip_2 Equip_5    1
Equip_4 Equip_6    1
;

```

Per a $n = 10, r = 3, s = 4$

funcio_objectiu = 8589670000

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_1'] :=  
Equip_1 Equip_7      1  
Equip_2 Equip_6      1  
Equip_3 Equip_10     1  
Equip_4 Equip_9      1  
Equip_5 Equip_8      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_2'] :=  
Equip_1 Equip_9      1  
Equip_2 Equip_10     1  
Equip_3 Equip_6      1  
Equip_4 Equip_7      1  
Equip_5 Equip_8      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_3'] :=  
Equip_1 Equip_8      1  
Equip_2 Equip_7      1  
Equip_3 Equip_9      1  
Equip_4 Equip_10     1  
Equip_5 Equip_6      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_4'] :=  
Equip_1 Equip_7      1  
Equip_2 Equip_8      1  
Equip_3 Equip_10     1  
Equip_4 Equip_6      1  
Equip_5 Equip_9      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_5'] :=  
Equip_1 Equip_10     1  
Equip_2 Equip_7      1  
Equip_3 Equip_8      1  
Equip_4 Equip_9      1  
Equip_5 Equip_6      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_6'] :=  
Equip_1 Equip_7      1  
Equip_2 Equip_6      1  
Equip_3 Equip_10     1  
Equip_4 Equip_8      1  
Equip_5 Equip_9      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_7'] :=  
Equip_1 Equip_9      1  
Equip_2 Equip_10     1  
Equip_3 Equip_7      1  
Equip_4 Equip_6      1  
Equip_5 Equip_8      1  
;
```

```
Calendari_Optim[i, j, 'Jornada_8'] :=
```

```

Equip_1 Equip_8      1
Equip_2 Equip_7      1
Equip_3 Equip_9      1
Equip_4 Equip_6      1
Equip_5 Equip_10     1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_9'] :=
Equip_1 Equip_6      1
Equip_2 Equip_7      1
Equip_3 Equip_8      1
Equip_4 Equip_9      1
Equip_5 Equip_10     1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_10'] :=
Equip_1 Equip_10     1
Equip_2 Equip_9      1
Equip_3 Equip_7      1
Equip_4 Equip_8      1
Equip_5 Equip_6      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_11'] :=
Equip_1 Equip_9      1
Equip_2 Equip_8      1
Equip_3 Equip_7      1
Equip_4 Equip_10     1
Equip_5 Equip_6      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_12'] :=
Equip_1 Equip_9      1
Equip_2 Equip_6      1
Equip_3 Equip_7      1
Equip_4 Equip_8      1
Equip_5 Equip_10     1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_13'] :=
Equip_1 Equip_6      1
Equip_2 Equip_9      1
Equip_3 Equip_8      1
Equip_4 Equip_10     1
Equip_5 Equip_7      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_14'] :=
Equip_1 Equip_6      1
Equip_2 Equip_10     1
Equip_3 Equip_8      1
Equip_4 Equip_9      1
Equip_5 Equip_7      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_15'] :=
Equip_1 Equip_8      1
Equip_2 Equip_9      1
Equip_3 Equip_10     1
Equip_4 Equip_6      1
Equip_5 Equip_7      1

```

```

;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_16'] :=
Equip_1 Equip_10    1
Equip_2 Equip_6      1
Equip_3 Equip_9      1
Equip_4 Equip_7      1
Equip_5 Equip_8      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_17'] :=
Equip_1 Equip_7      1
Equip_2 Equip_10     1
Equip_3 Equip_6      1
Equip_4 Equip_8      1
Equip_5 Equip_9      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_18'] :=
Equip_1 Equip_2      1
Equip_3 Equip_4      1
Equip_5 Equip_9      1
Equip_6 Equip_10     1
Equip_7 Equip_8      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_19'] :=
Equip_1 Equip_10     1
Equip_2 Equip_4      1
Equip_3 Equip_5      1
Equip_6 Equip_7      1
Equip_8 Equip_9      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_20'] :=
Equip_1 Equip_4      1
Equip_2 Equip_5      1
Equip_3 Equip_6      1
Equip_7 Equip_10     1
Equip_8 Equip_9      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_21'] :=
Equip_1 Equip_5      1
Equip_2 Equip_3      1
Equip_4 Equip_10     1
Equip_6 Equip_9      1
Equip_7 Equip_8      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_22'] :=
Equip_1 Equip_2      1
Equip_3 Equip_4      1
Equip_5 Equip_7      1
Equip_6 Equip_10     1
Equip_8 Equip_9      1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_23'] :=
Equip_1 Equip_3      1
Equip_2 Equip_4      1

```



```

Equip_5 Equip_10    1
Equip_6 Equip_8     1
Equip_7 Equip_9     1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_24'] :=
Equip_1 Equip_4     1
Equip_2 Equip_8     1
Equip_3 Equip_5     1
Equip_6 Equip_7     1
Equip_9 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_25'] :=
Equip_1 Equip_2     1
Equip_3 Equip_9     1
Equip_4 Equip_5     1
Equip_6 Equip_7     1
Equip_8 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_26'] :=
Equip_1 Equip_5     1
Equip_2 Equip_3     1
Equip_4 Equip_7     1
Equip_6 Equip_8     1
Equip_9 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_27'] :=
Equip_1 Equip_5     1
Equip_2 Equip_3     1
Equip_4 Equip_7     1
Equip_6 Equip_9     1
Equip_8 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_28'] :=
Equip_1 Equip_6     1
Equip_2 Equip_4     1
Equip_3 Equip_5     1
Equip_7 Equip_8     1
Equip_9 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_29'] :=
Equip_1 Equip_8     1
Equip_2 Equip_5     1
Equip_3 Equip_4     1
Equip_6 Equip_9     1
Equip_7 Equip_10    1
;

Calendari_Optim[i,j,'Jornada_30'] :=
Equip_1 Equip_3     1
Equip_2 Equip_8     1
Equip_4 Equip_5     1
Equip_6 Equip_10    1
Equip_7 Equip_9     1
;

```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_31'] :=  
Equip_1 Equip_3      1  
Equip_2 Equip_9      1  
Equip_4 Equip_5      1  
Equip_6 Equip_8      1  
Equip_7 Equip_10     1  
;
```

```
Calendari_Optim[i,j,'Jornada_32'] :=  
Equip_1 Equip_4      1  
Equip_2 Equip_5      1  
Equip_3 Equip_6      1  
Equip_7 Equip_9      1  
Equip_8 Equip_10     1  
;
```