

Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 06.11.2012, vor der Vorlesung, Hörsaal II

Übungsgruppe: 10

Teilnehmer 1: Miriam Wagner

Gruppenleiter: Pfannkuche

Teilnehmer 2: Merlin Steuer

Aufgabe	7	8	9	10	11	12	13	Σ	
mögliche Punkte	5	4	2	4	2	2	6	25	AR
erreichte Punkte	5	4	2	4	2	2	6	25	:-)

Aufgaben zur Physik I

Aufgabe 7: Steinwurf nach oben

Ein Stein wird mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ aus der Höhe $h_0 = 1.5 \text{ m}$ senkrecht nach oben geworfen. Nach Erreichen der maximalen Höhe h_{\max} fällt er auf die Erde.

- Geben Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung im Umkehrpunkt an.
- Skizzieren Sie das Weg-Zeit-Diagramm und das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für die gesamte Flugzeit des Steins.
- Berechnen Sie die maximale Höhe des Steins.
- Wie lange fliegt der Stein?
- Wie groß ist die Aufprallgeschwindigkeit des Steins?

Punkte: 5

Aufgabe 8: Brunnentiefe

Ein Stein fällt in einen tiefen Brunnen. Nach der Zeit t hört man den Aufprall.

- Leiten Sie die Formel für die Brunnentiefe s her.
- Berechnen Sie die Brunnentiefe für $t = 5 \text{ s}$. Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt $v_{\text{Schall}} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei 20°C .
- Welche Brunnentiefe s würde sich ergeben, wenn man die Schallgeschwindigkeit nicht berücksichtigt?

Punkte: 4

Aufgabe 9: Bahngeschwindigkeit einer Kreisbewegung

Ein Massepunkt bewegt sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω auf einer Kreisbahn mit dem Radius r in der x - y -Ebene.

- (a) Berechnen Sie den Vektor der Bahngeschwindigkeit $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.
- (b) Berechnen Sie den Vektor der Bahngeschwindigkeit über die Gleichung $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

Punkte: 2

Aufgabe 10: Fragen zur Vorlesung »Newton'sche Axiome«

- (a) Wie groß ist die mittlere Kraft, die notwendig ist, um einen Ball der Masse $m = 0.5 \text{ kg}$ in der Zeit $t = 0.2 \text{ s}$ auf die Geschwindigkeit $v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ zu beschleunigen?
- (b) Ein Auto ($m = 600 \text{ kg}$) wird mit der konstanten Kraft $F = 900 \text{ N}$ zum Stillstand gebracht. Der Bremsweg ist 75 m lang. Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit.
- (c) Ein Auto ($m = 900 \text{ kg}$) wird auf der Strecke $s = 150 \text{ m}$ von der Geschwindigkeit $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf die Geschwindigkeit $v_2 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beschleunigt. Berechnen Sie die Kraft, die dazu notwendig ist. Annahme: Die Beschleunigung ist konstant.
- (d) Ein Körper der Masse m bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit dem Radius r . Wie groß ist die Zentripetalkraft? Welche Richtung hat sie?

Punkte: 4

Aufgabe 11: Steinschleuder

Kuno schwingt einen Stein ($m = 100 \text{ g}$) an einer 0.5 m langen Schnur in vertikalen Kreisen aus dem Handgelenk herum. Seine Hand befindet sich 1.5 m über dem Boden. Die Schnur hält eine Kraft von maximal 100 N aus.

- (a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Steins, wenn die Schnur unten reißt.
- (b) Wie weit fliegt der Stein, wenn die Schnur unten gerissen ist.

Punkte: 2

Aufgabe 12: Schwerelosigkeit im Karussell

In einem vertikalen Karussell (Radius $r = 10 \text{ m}$) kann sich für einen Menschen, der sich ganz oben befindet, das Gefühl der Schwerelosigkeit einstellen.

- (a) Berechnen Sie die notwendige Bahngeschwindigkeit.
- (b) Berechnen Sie die notwendige Zahl der Umdrehungen pro Minute.

Punkte: 2

Aufgaben zur Einführung in die Theoretische Physik I

Diese Aufgaben müssen von Studierenden des Lehramts der Primar- und Sekundarstufe I, an Sonderschulen und an beruflichen Schulen nicht bearbeitet werden.

Aufgabe 13: Trajektorie

- (a) Gegeben sei die Trajektorie

$$\vec{r}(t) = \left(2 \text{ m} + \frac{8 \text{ m}}{\text{s}^2} t^2, 5 \text{ m} - \frac{2 \text{ m}}{\text{s}} t, -\frac{4 \text{ m}}{\text{s}^3} t^3 \right).$$

Für welche Zeit t durchläuft diese Trajektorie den Punkt $(100 \text{ m}, -2 \text{ m}, -171.5 \text{ m})$?

- (b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ dieser Kurve.
Wie groß sind die Werte im Punkt $(100 \text{ m}, -2 \text{ m}, -171.5 \text{ m})$?
- (c) Geben Sie eine implizite Darstellung dieser Kurve durch zwei algebraische Gleichungen in der Form:

$$K = \{ \vec{r} \mid F_1(x, y, z) = 0, F_2(x, y, z) = 0 \}$$

an. Geben Sie also ein explizites Beispiel für F_1 und F_2 an.

Punkte: 6

Aufgabe 7:

Es sei für die Geschwindigkeit des Steins

$$v(t) = v_0 - g \cdot t$$

Sowie für die Position des Steins in vertikaler Richtung:

$$y(t) = \int v(t) dt = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 + h_0$$

Mit h_0 der Anfangshöhe 1,5 m.

Außerdem sei die Beschleunigung $a(t) = \frac{dv}{dt} = -g$. ✓
a)

Für den Wendepunkt muss gelten:

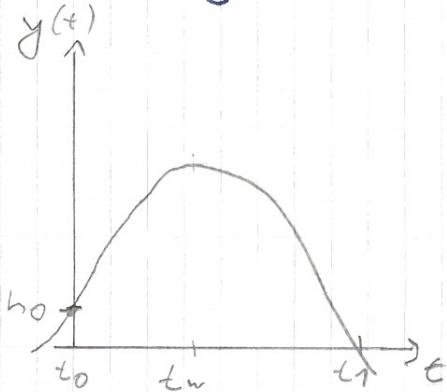
$$\dot{y}(t) = v(t) = 0.$$

Die Geschwindigkeit beträgt im Wendepunkt also genau 0. ✓

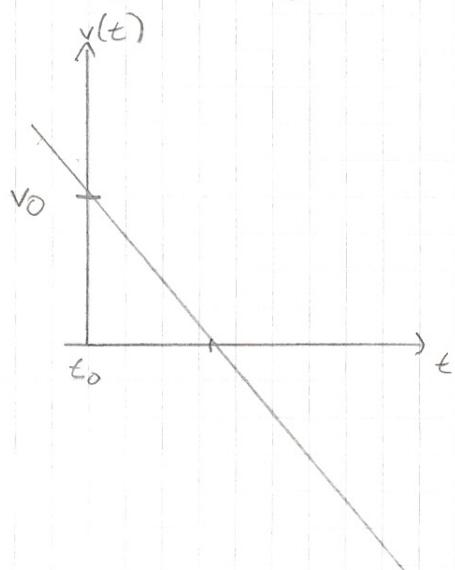
Die Beschleunigung $a(t)$ ist konstant, sie beträgt also auch im Wendepunkt

$$-g = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) ^{Weg}
Geschwindigkeit - Zeit



Geschwindigkeit - Zeit



c) Die maximale Höhe erreicht der Stein im Wendepunkt. Im Wendepunkt gilt außerdem:

$$v(t) = 0$$

$$\text{Also } 0 = v_0 - g \cdot t$$

Nach t aufgelöst:

$t_w = \frac{v_0}{g}$ für den Zeitpunkt t_w des Wendepunktes.

In $y_w(t)$ eingesetzt ergibt sich:

$$y_w(t_w) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} + h_0 \\ = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} + h_0$$

$$\text{mit } h_0 = 1,5 \text{ m}, v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$y(t_w) = \frac{1}{2} \cdot \frac{25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1,5 \text{ m} = 2,77 \text{ m}.$$

Der Stein fliegt also maximal 2,77 m hoch. ✓

d) Für die Gesamtflyzeit des Steins gilt beim Aufstellen auf die Erde gilt:

$$y(t_1) = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1 + h_0 \quad | \cdot \left(\frac{2}{g}\right)$$

$$\Leftrightarrow 0 = t_1^2 - \frac{2v_0}{g}t_1 - \frac{2h_0}{g}$$

$$t_{11}/t_{12} = - \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

Bei Subtraktion der Wurzel ergibt sich eine Zeit im negativen, daher betrachten wir nur die Addition (z. Glisse).

$$t_1 = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + \frac{2h_0}{g}}$$

$$\text{mit } v_0 = 5 \frac{m}{s}, h_0 = 1,5 \text{ m}, g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$t_1 = \frac{5 \frac{m}{s}}{9,81 \frac{m}{s^2}} + \sqrt{\frac{25 \frac{m^2}{s^2}}{(9,81)^2 \frac{m^2}{s^4}} + \frac{3 \frac{m}{s^2}}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = 1,26 \text{ s}$$

Der Stein trifft nach 1,26 s auf den Boden auf.

e) Um die Aufprallgeschwindigkeit zu ermitteln setzen wir t_1 (aus d)) in $v(t)$ ein:

$$\begin{aligned} v(t_1) &= v(1,26 \text{ s}) = v_0 - g \cdot t_1 = 5 \frac{m}{s} - 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,26 \text{ s} \\ &= -7,36 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Der Stein trifft mit $-7,36 \frac{m}{s}$ auf den Boden auf.

Aufgabe 8)

Es sei s die Brummetiefe.

Die Zeit, die der Stein bis zum Aufprall am Boden benötigt ergibt sich aus:

$$s = \frac{1}{2}gt^2, \text{ also } t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}}.$$

Der Schall benötigt vom Boden bis zur Oberfläche die Zeit

$$t_2 = \frac{s}{v_s}.$$

Man löst den Aufprall also nach

$$t = t_1 + t_2 :$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} + \frac{s}{v_s} \quad | - \frac{s}{v_s} \quad \checkmark$$

$$\left(t - \frac{s}{v_s}\right) = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$t^2 - \frac{2st}{v_s} + \frac{s^2}{v_s^2} = \frac{2s}{g}$$

$$0 = \frac{s^2}{v_s^2} - \frac{2st}{v_s} - \frac{2s}{g} + t^2 \quad | \cdot v_s^2$$

$$0 = s^2 - 2sv_st - \frac{2sv_s^2}{g} + v_s^2t^2$$

$$0 = s^2 - 2\left(v_st + \frac{v_s^2}{g}\right)s + v_s^2t^2$$

Dann gilt für s :

$$s_{1/2} = \left(v_st + \frac{v_s^2}{g}\right) \pm \sqrt{\left(v_st + \frac{v_s^2}{g}\right)^2 - v_s^2t^2}$$

$$= \left(v_st + \frac{v_s^2}{g}\right) \pm \sqrt{v_s^2t^2 + 2\frac{v_s^3t}{g} + \frac{v_s^4}{g^2} - v_s^2t^2}$$

$$\underline{s = v_st + \frac{v_s^2}{g} \pm \sqrt{2\frac{v_s^3t}{g} + \frac{v_s^4}{g^2}}}$$

Mittelpunkt \rightarrow

e) $s(t)$ nähre (a)

mit $t = 5 \text{ s}$, $v_s = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$s = 340 \cdot 5 \frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{s}} + \frac{340^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 340^3 \cdot 5}{9,81} \frac{\text{m}^3 \text{s}^2}{\text{s}^2 \text{m}}} + \frac{340^4}{9,81^2} \frac{\text{m}^4 \text{s}^4}{\text{s}^4 \text{m}^2}$$

$$s = 13483,89 \text{ m} \pm 13376,3 \text{ m}$$

Die Addition ergäbe ein falsches Ergebnis, warum?
also ist s :

$$s = 13483,89 \text{ m} - 13376,3 \text{ m} = 107,59 \text{ m. } \checkmark$$

Der Brunnen ist 107,59 m tief.

c) Beträte man die Schallgeschwindigkeit nicht, so ergibt sich für die Brunnentiefe:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25 \text{ s}^2$$

für $s = 5 \text{ s}$.

$$s = 122,63 \text{ m. } \checkmark$$

Es ergibt sich also eine zu große Tiefe des Tunnels. Brunnens.

Aufgabe 9)

$$\text{Es sei } \vec{\tau} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos \omega t \\ r \cdot \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } \dot{\vec{\tau}} = \frac{d}{dt} \vec{\tau} = \begin{pmatrix} r \cdot (-\sin \omega t) \omega \\ r \cdot (\cos \omega t) \omega \\ 0 \end{pmatrix} = r \cdot \omega \begin{pmatrix} -\sin \omega t \\ \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$\text{b) } \text{sei } \vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \vec{\omega} \times \vec{\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r \cos \omega t \\ r \sin \omega t \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 - r \cdot \omega \cdot \sin \omega t \\ r \cdot \omega \cos \omega t - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} \\ &= \underline{\underline{r \cdot \omega \cdot \begin{pmatrix} -\sin \omega t \\ \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix}}} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Saufgabe 10

a) Es ist:

$$\begin{aligned}|F| &= \frac{d}{dt} (m \cdot v) = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \\&= 0,5 \text{ kg} \cdot \frac{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,25} \\&= 0,5 \text{ kg} \cdot 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\&= 20 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{20 \text{ N}}} \quad \checkmark\end{aligned}$$

Es wird eine Kraft von 20 N benötigt, um den Ball entsprechend zu beschleunigen.

Hinweis:

$$F = \frac{d}{dt} (m \cdot s \cdot \text{t}^{-1}) = -m \cdot \frac{s}{\text{t}^2} = -m \cdot a = -m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Es wird jedoch der Betrag $|F|$ betrachtet, daher Formel wie oben.

6) Für die Geschwindigkeit gilt:

$v = a \cdot t$, also für die Bremszeit:

$$(1) t = \frac{v}{a}$$

Weiterhin gilt für den Bremsweg:

$$(2) s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

sowie der Zusammenhang

$$(3) F = m \cdot a \quad (\Rightarrow) \quad m = \frac{F}{a} \quad a = \frac{F}{m}$$

Setzen wir (1) in (2) ein, ergibt sich:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

Dann auflösen nach v^2 :

$$(4) v^2 = 2a \cdot s$$

Einsetzen (3) in (4)

$$(5) v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s$$

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{Fs}{m}}$$

mit $F = 900 \text{ N}$, $m = 600 \text{ kg}$, $s = 75 \text{ m}$

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{900 \text{ N} \cdot 75 \text{ m}}{600 \text{ kg}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 900 \text{ kg} \cdot 75 \text{ m}}{600 \text{ kg} \cdot 5^2}} \checkmark$$

$$v = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit betrug $15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) Es gelten folgende Zusammenhänge:

$$(1) F = m \cdot a$$

mit

$$(2) a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{mit } \Delta v = (v_2 - v_1), \Delta t \text{ unbekannt.}$$

Außerdem gilt für die Geschwindigkeit allgemein:

$$v(t) = v_1 + a \cdot t$$

sowie für die zurückgelegte Strecke:

$$(3) s(t) = \int v(t) dt = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

In (2) in (3) einsetzen ergibt:

$$s(t) = v_1 \cdot t + \frac{1}{2} (v_2 - v_1) \cdot t$$

$$(4) \quad t = \frac{2s}{v_2 + v_1}$$

(4) in (2) eingesetzt:

$$(5) \quad a = \frac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2s} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

(5) in (1):

$$F = m \cdot \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2s} \quad \text{mit } m = 900 \text{ kg}$$

$$F = 900 \text{ kg} \cdot \frac{\left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{300 \text{ m}} \quad \begin{aligned} s &= 75 \text{ m} \\ v_2 &= 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_1 &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$= 900 \text{ kg} \cdot \frac{1600 - 100}{300} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 4500 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 4500 \text{ N} \quad \checkmark$$

Eine mittlere Kraft von 4500 N ist nötig, um das Auto entgegen der Reibung zu beschleunigen. ⑨

d) Aus der Vorlesung ist der Zusammenhang
 $a_z = \frac{v^2}{r}$ für die Zentripetal-
beschleunigung bekannt.

Es gilt: $F = m \cdot a_z$, also

$$F_z = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \checkmark$$

Die Zentripetalkraft zeigt immer in
Richtung Kreismittelpunkt. \checkmark

Saufgabe 11)

a) Unten wirken auf die Schnecke sowohl die Zentripetalkraft $F_2 = m \cdot \frac{v^2}{r}$ als auch die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$

Also

$$F_{\text{ges}} = F_2 + F_G \\ = m \cdot \frac{v^2}{r} + m \cdot g.$$

Beim reifzen beträgt die Kraft 100 N:

$$100 \text{ N} = \frac{m \cdot v^2}{r} + m \cdot g \quad | - m \cdot g$$

$$100 \text{ N} - m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad | \cdot \frac{r}{m}$$

$$\frac{100 \text{ N} \cdot r}{m} - r \cdot g = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{F_{\text{ges}} \cdot r}{m} - r \cdot g}$$

$$\text{mit } F_{\text{ges}} = 100 \text{ N}$$

$$r = 0,5 \text{ m}$$

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{100 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m}}{0,1 \text{ kg}} - 0,5 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$= 22,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Geschwindigkeit beim Reifzen beträgt $22,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. ✓

2) Wenn die Schuss unter reißt befindet sich
der Stein 1 m über dem Erdboden.

Es handelt sich um einen horizontalen
Wurf, bei dem wir die Bewegungen des
Falls und die horizontale Bewegung
getrennt betrachten. Wir errechnen also
die Zeit, die der Stein braucht um
auf den Boden zu fallen anhand der
Formel:

$$s = \frac{1}{2} g t^2, \text{ also } t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$\text{mit } s = 1 \text{ m,}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,45 \text{ s.}$$

Wir errechnen nun, wie weit ^{mit} der Stein
in dieser Zeit entlang der horizontalen Bewegung
bewegt wurde

$$s = v \cdot t \quad \text{mit } v = 22,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 0,45 \text{ s.}$$

$$s = 22,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,45 = 10,01 \text{ m.} \quad \checkmark$$

Der Stein fliegt nach reissen der Sehne 10,01 m weit.

Aufgabe 12)

Schwerelosigkeit wird wahrgenommen, wenn sich die Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$ und die Zentripetalkraft $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$ aufheben.

d.h. $F_G = F_Z$

a) $F_G = F_Z$

$$m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad | \cdot \frac{r}{m}$$

$$g \cdot r = v^2$$

$$\sqrt{g \cdot r} = v$$

mit $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$r = 10 \text{ m}$

$$v = \sqrt{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}} = 9,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \checkmark$$

Eine Bahngeschwindigkeit von $9,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ist nötig.

b) Die Umlaufzeit beträgt:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 10 \text{ m}}{9,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6,35 \text{ s}$$

Das entspricht $\frac{60 \text{ s}}{6,35 \text{ s}} = 9,45$ Umläufe pro Minute. ✓

Aufgabe 13:

a) Wir betrachten zunächst die y-Komponente, da dies linear ist:

$$y(t) = 5 \text{ m} - \frac{2 \text{ m}}{\text{s}} \cdot t$$

$$-2 \text{ m} = 5 \text{ m} - \frac{2 \text{ m}}{\text{s}} \cdot t \quad | -5 \text{ m}$$

$$-7 \text{ m} = -\frac{2 \text{ m}}{\text{s}} \cdot t \quad | \cdot \left(-\frac{\text{s}}{2 \text{ m}}\right)$$

$$3,5 \text{ s} = t$$

Wir prüfen nun, ob nach 3,5 s auch die anderen Koordinaten erreicht werden:

$$x(3,5 \text{ s}) \stackrel{!}{=} 100 \text{ m}$$

$$100 \text{ m} = 2 \text{ m} + \frac{8 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot 12,25 \text{ s}^2 = 2 \text{ m} + 96 \text{ m} \checkmark$$

$$z(3,5 \text{ s}) \stackrel{!}{=} -171,5 \text{ m}$$

$$-171,5 \text{ m} \stackrel{!}{=} -\frac{4 \text{ m}}{\text{s}^3} \cdot t^3 = 4 \cdot 42,875 \text{ m} = 171,5 \text{ m} \checkmark$$

Nach 3,5 s ist das Punkt erreicht. ✓

b)

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} 16 \frac{m}{s^2} t \\ -2 \frac{m}{s} \\ -\frac{12 m}{s^3} t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} 16 \frac{m}{s^2} \\ 0 \\ -\frac{24 m}{s^3} t \end{pmatrix}$$

Gelewendigkeit bei $t = 3,5 s$ (siehe (a)):

$$\vec{v}(3,5s) = \begin{pmatrix} 56 \frac{m}{s} \\ -2 \frac{m}{s} \\ -42 \frac{m}{s} \end{pmatrix} \leftarrow -\frac{12 m}{s^3} \cdot t^2 = -147 \frac{m}{s}$$

(✓)

Analog Beschleunigung:

$$\vec{a}(3,5s) = \begin{pmatrix} 16 \frac{m}{s^2} \\ 0 \\ -84 \frac{m}{s^2} \end{pmatrix}$$

✓

2/2

Sufgabe 13

(c) Die y - Komponente der Trajektorie ist linear:

$$y = 5m - \frac{2m}{5} \cdot t \quad | -5m$$
$$y - 5m = \frac{2m}{5} \cdot t \quad | : (-\frac{2m}{5})$$

$$\frac{ys}{2m} - \frac{5}{2}s = t$$

t kann nun in x und z eingesetzt werden, um eine von t unabhängige Darstellung zu erhalten:

$$x = 2m + \frac{8m}{5^2} \left(\frac{ys}{2m} - \frac{5}{2}s \right)^2 \quad | -x$$

$$0 = F_1(xyz) = 2m + \frac{8m}{5^2} \left(\frac{ys}{2m} - \frac{5}{2}s \right)^2 - x \quad \checkmark$$

$$z = -\frac{4m}{5^3} \left(\frac{ys}{2m} - \frac{5}{2}s \right)^3 \quad | -z$$

$$0 = F_2(xyz) = -\frac{4m}{5^3} \left(\frac{ys}{2m} - \frac{5}{2}s \right)^3 - z \quad \checkmark$$