

EEG Power Spectral Density Estimation Method Comparison in MATLAB

2017272043 이성진

EEG PSD analysis

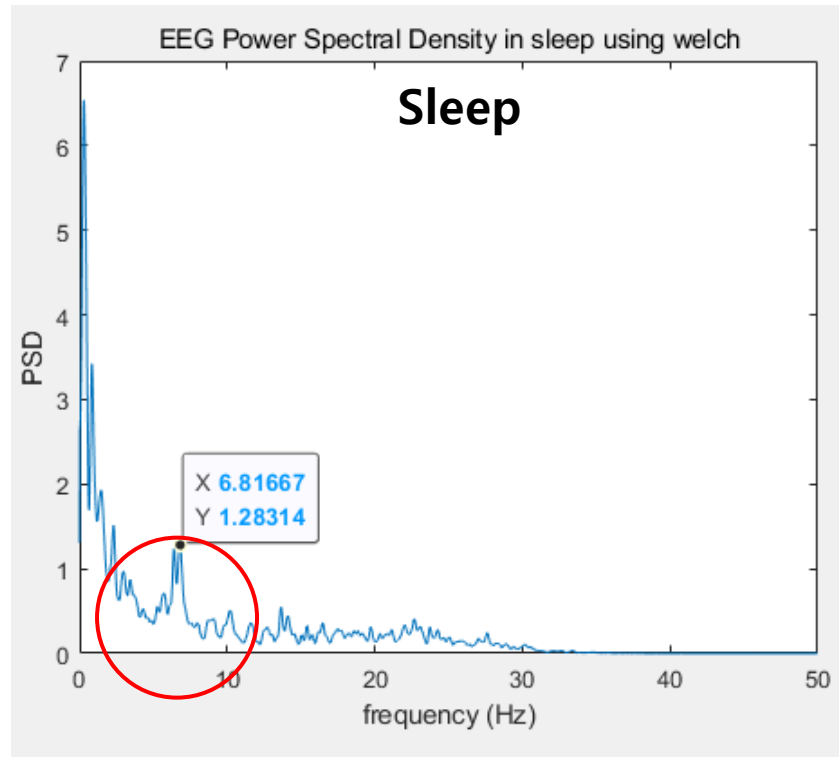
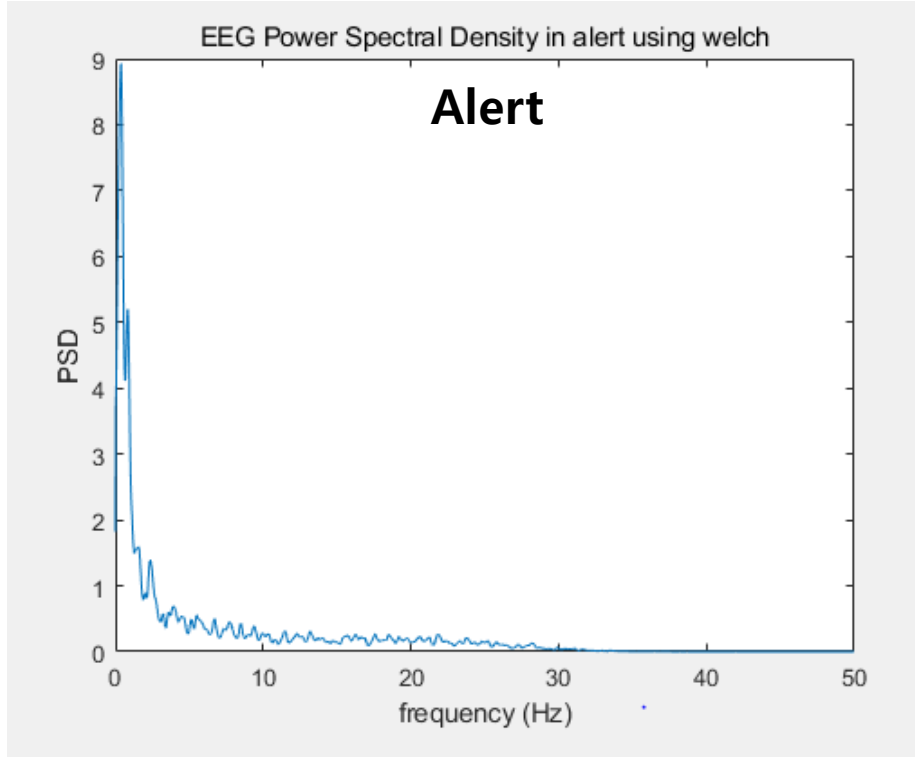
Data : 6_YSH (64x1272432 : 64 channel x 약 90분간의 EEG 신호)

Alert : KSS score 3인 1분 간의 EEG

Sleep : KSS score 7인 1분 간의 EEG

Channel : 1st

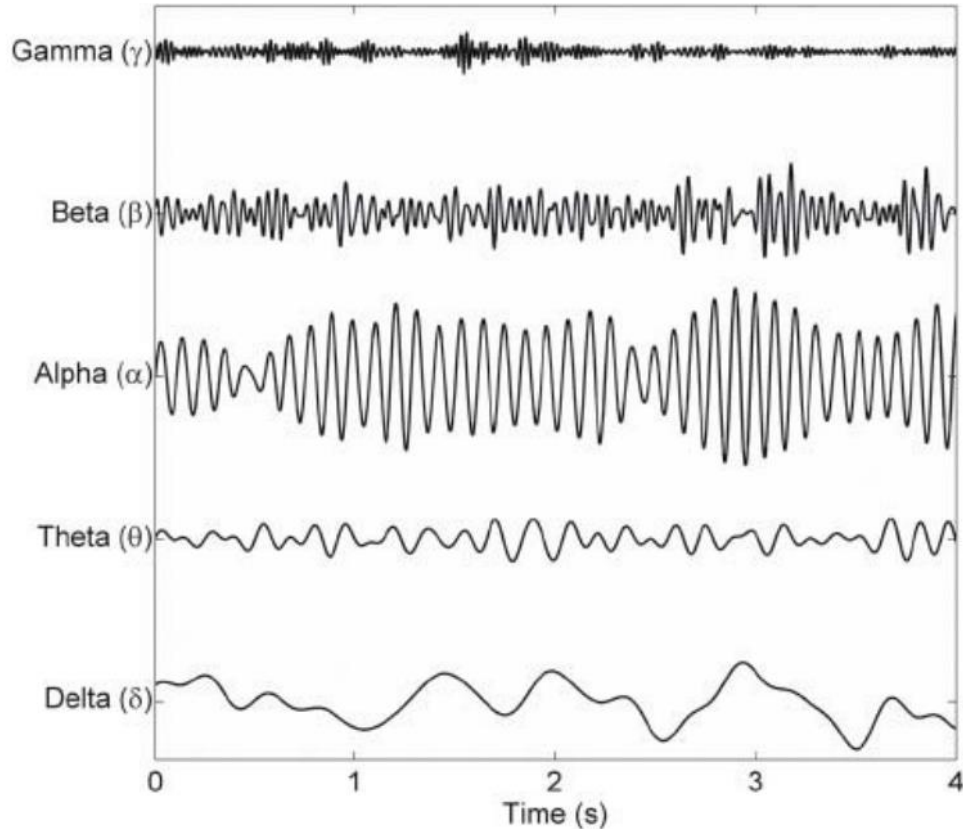
matlab function : pwelch (nfft = 12000, window size = 1200, noverlap = 600, fs = 200Hz)



5~7Hz 구간(Theta)에서
Alert일 때와 Sleep일 때
EEG PSD간 차이 확인

Type of EEG according to frequency

EEG는 주파수 범위에 따라 종류를 나눌 수 있으며 각각은 어떤 행동이나 상태를 반영한다고 알려져 있다



Gamma(30-42Hz)

Beta(13-30Hz) *present when a person is alert, if a cognitive task is being performed and may also be present in early stages of sleep.*

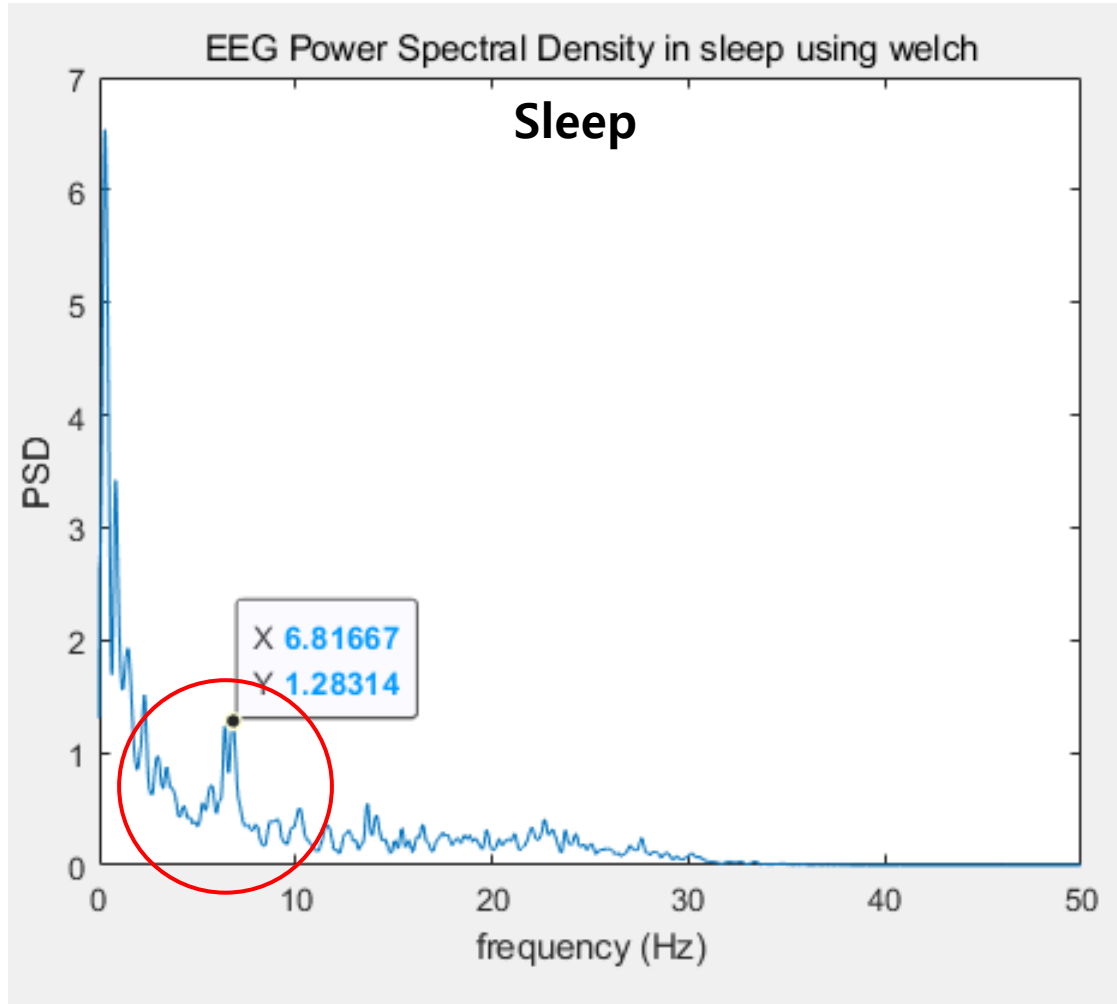
Alpha(8-13Hz) *present in relaxed condition and hence exhibit the first sign of fatigue*

Theta(4-8Hz) *is associated with early stage of sleep*

Delta(0.5-4Hz)

Reference : <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=8482470&tag=1>

EEG Power Spectral Density (PSD)



KSS score가 7인 1분 동안의 EEG PSD가 수면 돌입 시 발생하는 Theta wave frequency band에서 증가하는 것을 확인했으므로 운전자의 피로도와 EEG PSD가 서로 상관을 가진다고 유추할 수 있다

∴ Correlation analysis를 통해 정확한 상관 관계를 파악해야 함

EEG Power Spectral Density (PSD)

- PSD는 상대 PSD와 절대 PSD로 나뉜다
 - 상대 PSD는 분석할 주파수 대역과 전체 주파수 대역에 대한 PSD의 비율로 정의
 - 상대 PSD의 장점 : 두개골과 두피의 전도와 같은 개인 편차가 감소
 - 상대 PSD의 단점 : 분석할 주파수 대역의 Power가 일정할 때 다른 주파수 대역의 Power가 변하면 상대 PSD의 Power가 감소할 수 있음
- 따라서 상대 PSD를 기반으로 특정 주파수 대역의 관점에서 뇌의 변화를 정확하게 분석하기 어려움
- 뇌의 정확한 분석을 위해서는 상대적인 PSD 분석과 절대적인 PSD 분석이 모두 중요하다

EEG PSD analysis method comparison (in matlab)

1. fft

설명

$y = \text{fft}(x)$ 는 FFT 알고리즘을 사용하여 x 의 우산 푸리에 변환(DFT)을 계산

- x 가 벡터인 경우 $\text{fft}(x)$ 는 벡터의 푸리에 변환을 반환
- x 가 행렬인 경우 $\text{fft}(x)$ 는 행렬의 각 열을 벡터로 취급하여 각 열의 푸리에 변환을 반환
- x 가 다차원 배열인 경우 $\text{fft}(x)$ 는 크기가 1이 아닌 첫 번째 차원의 값을 벡터로 취급하여 푸리에 변환

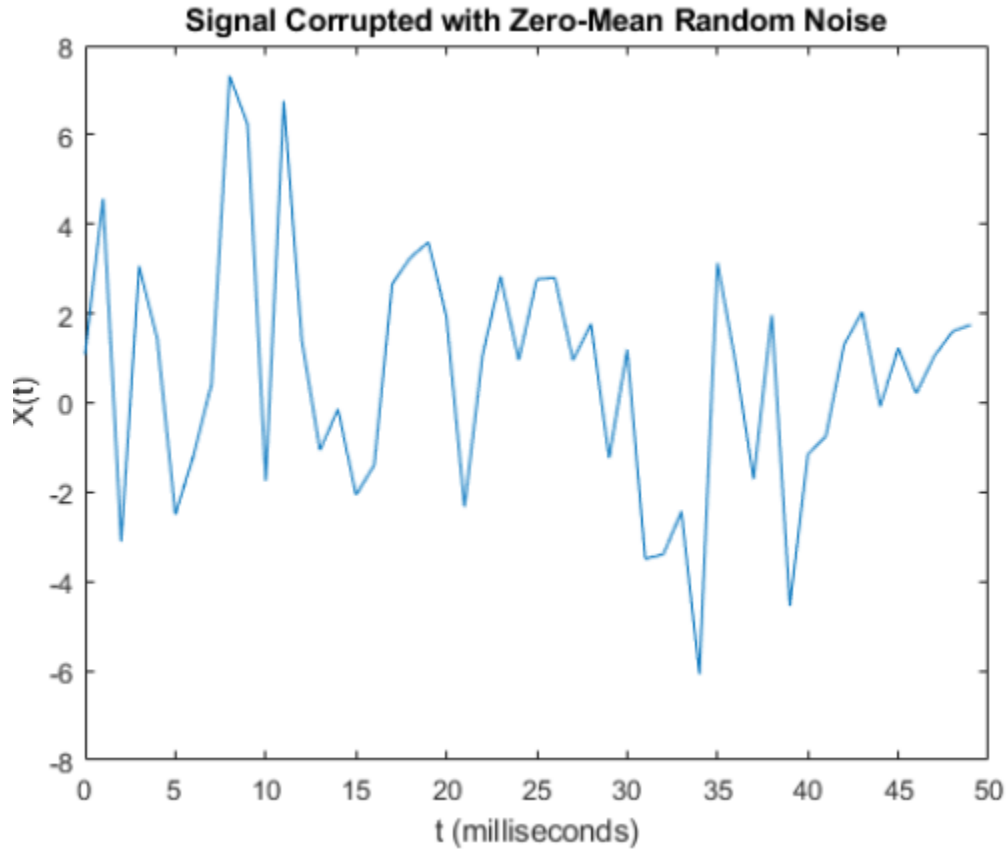
$y = \text{fft}(x,n)$ 은 n 포인트 DFT를 반환 \rightarrow 값이 지정되지 않은 경우 y 는 x 와 크기가 같음

- x 가 벡터이고 x 의 길이가 n 보다 작은 경우 x 는 n 길이까지 후행 0으로 채워짐
- x 가 벡터이고 x 의 길이가 n 보다 큰 경우 x 는 n 길이로 잘림
- x 가 행렬인 경우 각 열은 벡터에서 취급하는 경우와 같이 취급
- x 가 다차원 배열인 경우 크기가 1이 아닌 첫 번째 차원의 값은 벡터에서 취급하는 경우와 같이 취급

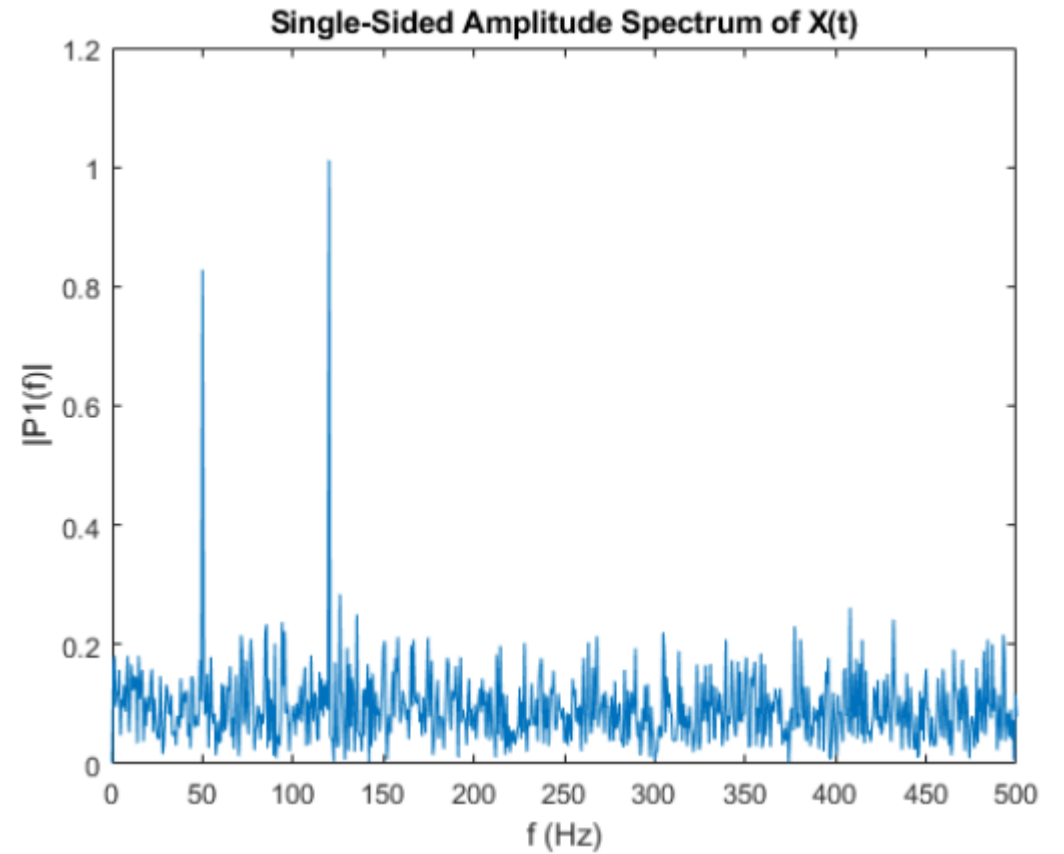
EEG PSD analysis method comparison (in matlab)

1. fft

Ex. 노이즈가 있는 신호의 FFT



FFT



EEG PSD analysis method comparison (in matlab)

2. pwelch

설명

Welch의 중첩 세그먼트 평균화 추정량을 사용하여 구한 입력 신호 x 에 대한 PSD 추정값을 반환

- x 가 벡터일 경우 단일 채널로 처리됨
- x 가 행렬인 경우 PSD가 각 열에 대해 개별적으로 계산되어 pxx 의 대응 열에 저장됨
- x 가 실수 값이면 pxx 는 단측 PSD 추정값
- x 가 복소수 값이면 pxx 는 양측 PSD 추정값
- 기본적으로 x 는 50% 중첩을 갖는 세그먼트가 개수가 8에 최대한 근접하되 초과하지는 않도록 하는 가능한 한 가장 긴 섹션으로 나뉨
- 각 세그먼트에는 Hamming window가 적용됨
- PSD 추정값을 구할 수 있도록 수정된 Periodogram은 평균화됨
- x 의 길이를 50% 중첩하는 정수 개의 세그먼트로 정확히 나눌 수 없는 경우 나뉘질 수 있도록 x 가 적절하게 잘림

Welch's method

- 스펙트럼 밀도 추정을 위한 방법이며 주파수에서 신호의 전력을 추정하는 데 사용됨
- 시간 영역에서 주파수 영역으로 신호를 변환한 결과인 periodogram spectral estimates 사용을 기반함
- 주파수 분해능이 감소하지만 PSD의 노이즈를 줄여주므로 불완전하고 유한한 데이터의 노이즈 감소를 위해 사용하는 경우가 많음

계산 절차

1. 신호는 중첩 세그먼트로 분할됨 → 원 신호는 길이 M 인 L 데이터 세그먼트로 분할되고 D 포인트가 중첩됨
 - ① $D = M / 2$ 이면 50% 겹쳤다고 함
 - ② $D = 0$ 이면 0% 겹침이고 Bartlett의 방법과 동일한 상황
2. 겹치는 세그먼트에 window가 지정됨, 데이터가 겹치는 세그먼트로 분할된 후 개별 L 데이터 세그먼트에는 시간 영역에서 window가 적용됨
 - ① window 함수는 중앙 데이터에 더 많은 영향을 줌
→ 가장자리의 정보 손실 완화를 위해 개별 데이터 세트는 일반적으로 시간이 겹침
3. DFT를 계산한 후 결과의 제곱인 periodogram을 구하고 이를 평균화하여 개별 power의 분산을 줄임
4. 최종 결과는 전력 측정 대 주파수 "빈"의 배열

EEG PSD analysis method comparison (in matlab)

3. pburg

설명

`pxx = pburg(x,order)` : 이산시간 신호 x 의 파워 스펙트럼 밀도(PSD) 추정값 pxx 를 Burg 방법으로 구함

- pxx 는 단위 주파수당 전력 분포
- x 가 벡터인 경우 단일 채널로 처리됨
- x 가 행렬인 경우 PSD가 각 열에 대해 개별적으로 계산되어 pxx 의 대응 열에 저장됨
- `order` : PSD 추정값을 생성하는 데 사용되는 자기회귀(AR) 모델의 차수
- Burg method를 사용하여 자기회귀(AR)에 적합함
- 순방향 및 역방향 예측 오류를 최소화(최소 제공)하여 신호를 모델링함
- 이러한 최소화는 Levinson-Durbin 재귀를 만족하도록 제한된 AR 매개변수에서 발생

Burg's method

- 입력 신호의 PSD를 추정하기 위한 방법
- Autoregressive (AR) 모델에 적합하며 순방향 및 역방향 예측의 오류를 최소화함
- 데이터에 window 함수를 적용하지 않기 때문에 신호에 노이즈가 있을 경우 취약하다는 단점이 있음
- 또한 Initial phase에 크게 의존하는 peak가 발생할 수 있음
- 노이즈의 정현파 추정을 위한 주파수 bias가 존재함
- 장점은 짧은 데이터를 기록할 때 분해능이 높음
- 항상 안정적인 모델을 제공함

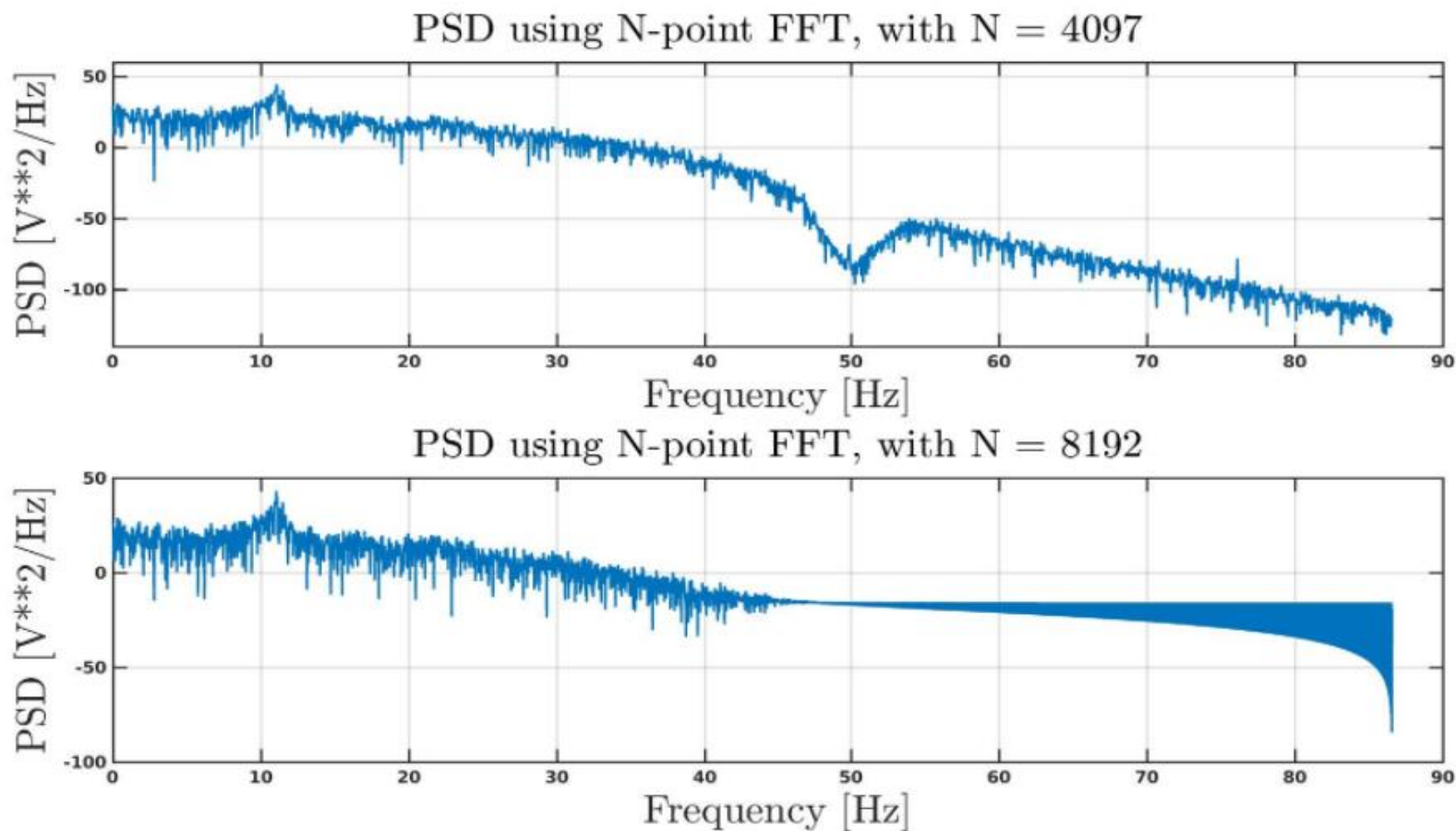
EEG PSD analysis method comparison (in matlab)

- **fft**는 푸리에 변환 값을 반환하므로 PSD가 아닌 진폭을 보여줌
또한 함수의 추가적인 기능이 부족하다고 판단됨
- **pwelch**는 Welch's method를 사용하여 주파수 분해능이 줄어들지만 추정된 PSD의 노이즈를 줄여줌
∴ 데이터에 노이즈가 많거나 민감한 경우, EEG의 PSD를 볼 때 주파수 분해능이 적절히 높아도 되는
경우 pwelch 함수 사용 가능
- **pburg**도 PSD를 반환하며 함수의 추가적인 기능이 pwelch와 유사하다
차이점은 데이터에 노이즈가 있을 시 문제가 발생할 수 있지만 분해능이 높음
∴ 데이터에 노이즈가 적거나 깨끗하게 제거된 경우, EEG의 PSD를 볼 때 높은 주파수 분해능이 요구되는 경우 pburg 함수 사용

결론 : 캡스톤디자인 과제에서 EEG의 PSD를 구할 때는 pwelch함수를 사용하는 것이 적절하다고 판단
90분의 긴 EEG 기록에서 많은 노이즈가 불가피하며 EEG의 주파수 밴드 분류의 경계는
1Hz 단위로 나뉘므로 매우 높은 주파수 분해능이 요구되지는 않을 것이라 예상됨

pwelch parameter - nfft

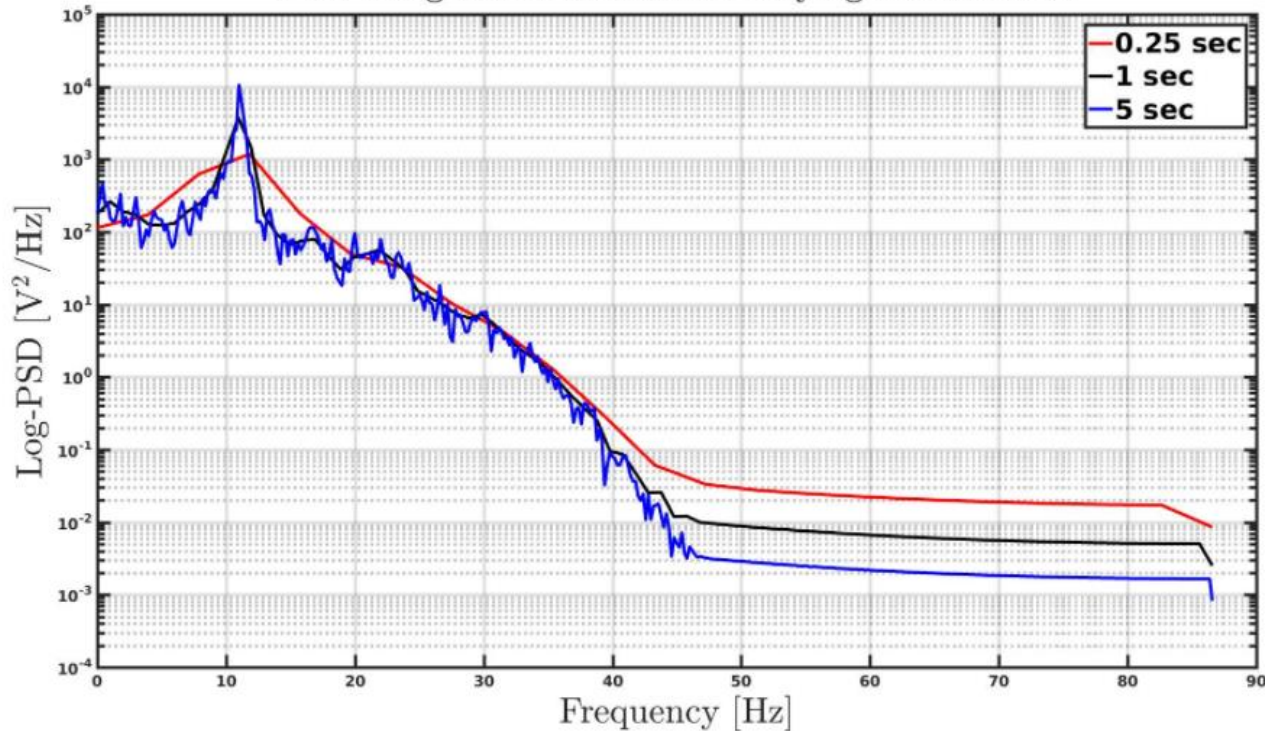
- DFT에 사용되는 nfft는 FFT 알고리즘 작동 방식에 따라 데이터 길이 다음으로 큰 2의 거듭제곱으로 설정이 관례



pwelch parameter - window size

- Window의 크기가 작을수록 데이터가 분할되는 총 window의 수가 증가함
- 이는 노이즈를 평균화하여 부드러운 PSD 추정값을 얻는 데 도움이 됨
- 하지만 두 주파수 지점 사이의 거리가 증가함에 따라 주파수 분해능이 낮아짐

PSD using Welch method for varying window sizes



이 예시에서 주파수 분해능은 5~15Hz에서 peak로 판단

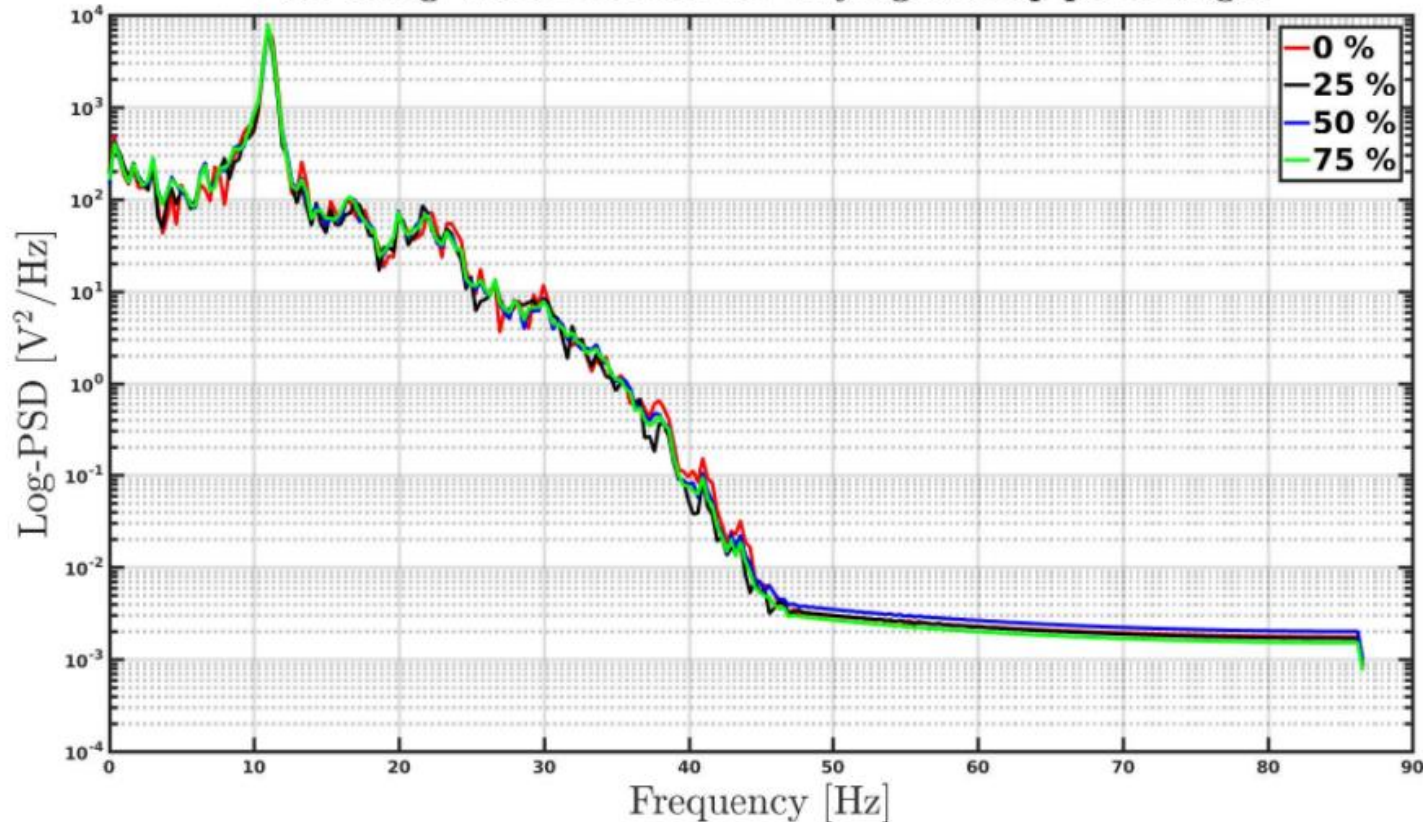
0.25sec : 부드러운 PSD, 주파수 분해능 낮음

1sec : 노이즈 상쇄, 주파수 분해능 향상

5sec : 노이즈 포함, 주파수 분해능 약간 향상

pwelch parameter - noverlap

PSD using Welch method for varying overlap percentages



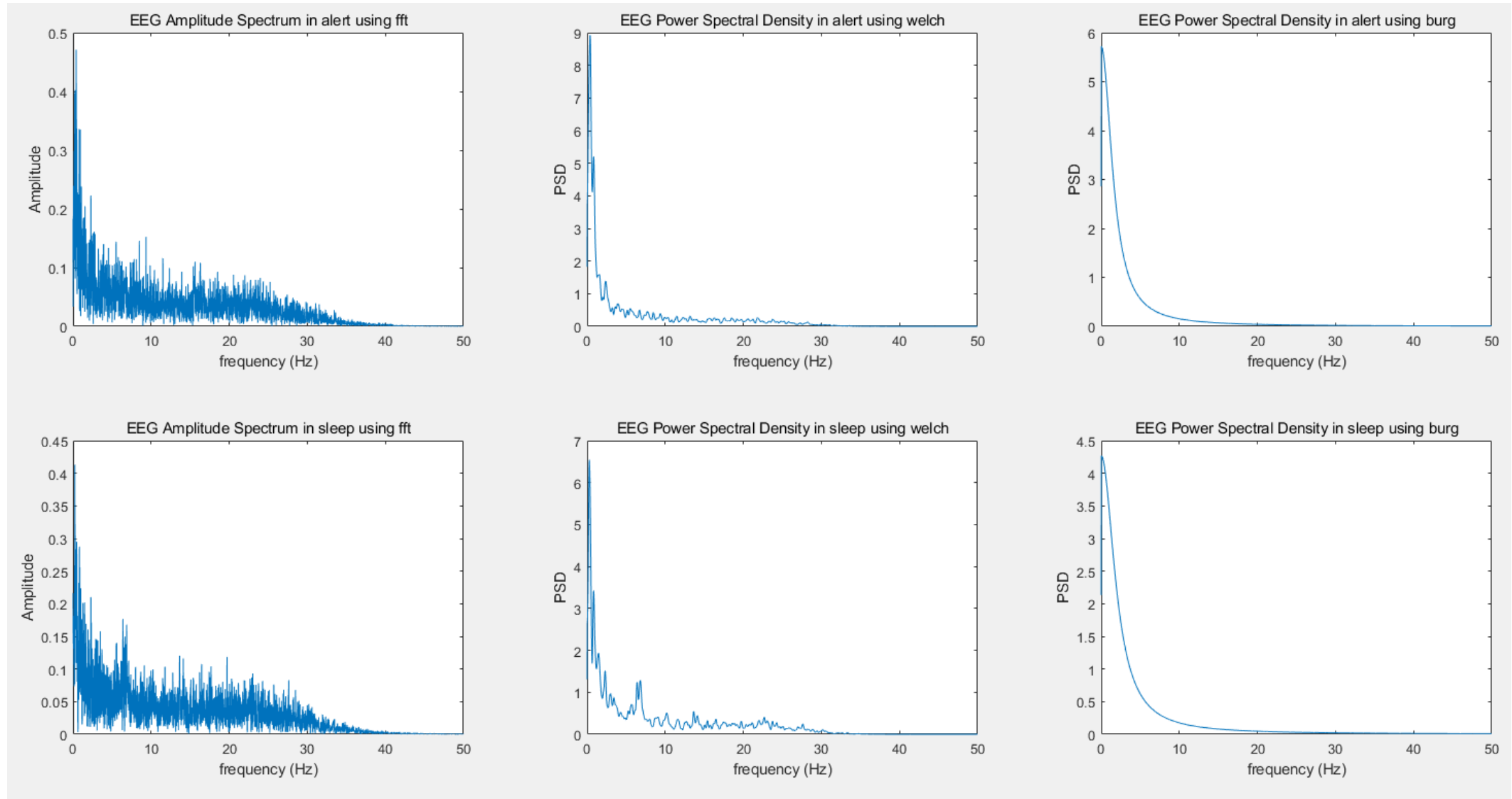
Window size = 3sec로 설정

0% 중첩 : 50% 중첩에 비해 노이즈가 많음
→ 중첩 비율을 증가시켜 노이즈 상쇄할 수 있음
But, 한계가 있다

중첩 비율을 90~99%로 늘리면 window sample
간의 높은 상관 관계로 인해 도움이 되지 않음

50% 중첩과 75% 중첩은 여기서 큰 차이가 없음

fft vs pwelch vs pburg



Summary

- 1) Welch method를 사용하면 더 부드러운 PSD를 얻을 수 있음
- 2) PSD 계산을 위해 짧은 window를 선택 시 짧은 epoch이 있거나 낮은 주파수 대역을 관찰할 때 안좋은 결과 초래
- 3) window가 길수록 PSD의 주파수 해상도는 좋아지지만 노이즈 발생 가능 → 관심 주파수에 따라 조절해야 함
- 4) DFT point의 수는 항상 데이터 또는 창의 길이보다 크거나 같아야 함
- 5) window가 많이 겹치면 window간의 상관 관계가 높기 때문에 더 부드러운 PSD 추정을 보장하지 않음

Reference : <https://sapienlabs.org/lab-talk/factors-that-impact-power-spectrum-density-estimation/>