Лабораторная работа № 1.

Задача 1. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании, если при первом испытании был извлечен черный шар.

$\boxed{\begin{matrix}3б\\3ч\end{matrix}}$ → вытащим сначала чёрный шар.
→ Вероятность, что второй белый – ?
Т.к чёрного шара уже нет, то всего шаров 5.

$P(A) = \boxed{\frac{3}{5}}$

Задача 2. В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции: 20 % - продукция первого предприятия, 30 % - продукция второго, 50 % - продукция третьего. Продукции высшего сорта, посту-

пившего от первого предприятия 10 %, от второго предприятия – 5 %, от третьего – 20 %. Найти вероятность того, что случайно купленная продукция будет высшего сорта.

1 – 20% / 10%
2 - 30% / 5%
3 – 50% / 20%
P(A) – в-ть, что высш. сорта

$P(A) = 0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}05 + 0{,}5 \cdot 0{,}2 = \boxed{0{,}135}$

Задача 3. На любой из позиций двоичного кода может быть с равной вероятностью переданы «0» и «1». Помехи преобразуют «1» в «0» с вероятностью 0,02 и «0» в «1» с вероятностью 0,04. Найти вероятность того, что был передан «0», если принят «0».

$P(A) = 0{,}02 \cdot 0{,}5 + 0{,}96 \cdot 0{,}5 = 0{,}49$ – в-ть приёма „0"

$P(B|A) = \frac{0{,}96 \cdot 0{,}5}{0{,}49} = \boxed{0{,}9796}$

Задача 4. По линии связи посылаются сигналы «1» и «0» с вероятностями P1 = 0,6 и P0 = 0,4. Если посылается сигнал «1», то с вероятностью r11 = 0,9 принимается сигнал «1», с вероятностью r10 = 0,1 принимается сигнал «0». Если посылается сигнал «0», то с вероятностями r01 = 0,3 принимается сигнал «1», r00 = 0,7 принимается сигнал «0». Какова условная вероятность того, что посылается сигнал «1» при условии, что принимается сигнал «1»?

P(B) – посылается „1"
P(A) – принимается „1"

$P(AB) = P_1 r_{11} = 0{,}6 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$ (посл. „1" и прин. „1")

$P(A) = P_1 r_{11} + P_0 r_{01} = 0{,}6 \cdot 0{,}9 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}66$

P(B|A) – ?

$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0{,}54}{0{,}66} = \boxed{0{,}818}$

Задача 5. Вероятность искажения отдельного бита P=0,02, длина кодовой комбинации *n*=8. Найти вероятность безошибочной передачи всей комбинации, вероятность ошибки передачи, а также вероятности передачи с одной, двумя и тремя ошибками.

$p = 0{,}02$
$n = 8$

Воспользуемся формулой Бернулли:

$P(p,k) = C_n^k p^k \cdot (1-p)^{n-k}$, где k – кол-во ошибок

$P(p,0) = C_8^0\, 0{,}02^0 (1-0{,}02)^8 = 0{,}85$

$P_{ошибка} = 1 - P(p,0) = 0{,}15$

$P(p,1) = C_8^1 \cdot 0{,}02^1 \cdot 0{,}98^7 = 0{,}139$

$P(p,2) = C_8^2 \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^6 = 0{,}009$

$P(p,3) = C_8^3 \cdot 0{,}02^3 \cdot 0{,}96^5 = 0{,}0004$

Задача 6. По линии связи посылаются сигналы «1» и «0» с вероятностями P1 = 0,6 и P0 = 0,4. Если посылается сигнал «1», то с вероятностью r11 = 0,9 принимается сигнал «1», с вероятностью r10 = 0,1 принимается сигнал «0». Если посылается сигнал «0», то с вероятностями r01 = 0,3 принимается сигнал «1», r00 = 0,7 принимается сигнал «0». Какова вероятность того, что принимается сигнал 1?

$P = P_1 r_{11} + P_0 \cdot r_{01} = 0{,}6 \cdot 0{,}9 + 0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}66$

Задача 7. По линии связи посылаются сигналы «1» и «0» с вероятностями P1 = 0,6 и P0 = 0,4. Если посылается сигнал «1», то с вероятностью r11 = 0,9 принимается сигнал «1», с вероятностью r10 = 0,1 принимается сигнал «0». Если посылается сигнал «0», то с вероятностями r01 = 0,3 принимается сигнал «1», r00 = 0,7 принимается сигнал «0». Какова вероятность того, что принимается сигнал 0?

$P = P_0 r_{00} + P_1 \cdot r_{10} = 0{,}4 \cdot 0{,}7 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}34$

1.4 Контрольные вопросы

1 Дать определение понятия «информация», «информационные процессы». Назвать и дать определение видов информационных процессов.

Информация - это характеристика внутренней организованности материальной системы по множеству состояний, которые она может принимать. Информация объективно существует независимо от нашего сознания, но выявляется при взаимодействии с конкретным объектом.

Информационные системы - это класс технических систем, предназначенных для хранения, передачи и преобразования информации.

Под информационным процессом понимают совокупность последовательных действий со сведениями, направленных на получение определенного результата. Основные информационные процессы: восприятие, преобразование, обработка, хранение, передача, отображение.

2 Дать определение события с точки зрения теории информации. Какие события называются противоположными, достоверными, невозможными?

Событие в теории информации - это результат эксперимента или наблюдения. Противоположные события исключают друг друга, достоверное событие обязательно произойдет (вероятность 1), невозможное - никогда не произойдет (вероятность 0).

4 Дать определение вероятности, условной вероятности. Сформулировать теорему умножения вероятностей.

1. Полная группа событий - это набор событий, которые охватывают все возможные исходы в эксперименте. Вероятность одного из событий из полной группы всегда равна 1, так как какое-то из этих событий обязательно произойдет.
2. Элементарные события - это наиболее фундаментальные и неделимые исходы в эксперименте, которые не могут быть разделены на более мелкие события. Элементарные события обычно составляют полную группу событий и не могут быть дальше разбиты на более мелкие исходы. Например, при броске симметричной монеты элементарными событиями могут быть "орел" и "решка", и они составляют полную группу событий для этого эксперимента.

4 Дать определение вероятности, условной вероятности. Сформулировать теорему умножения вероятностей.

1. Вероятность - это числовая мера, которая оценивает, насколько возможно произведение события в определенном контексте. Вероятность измеряется от 0 (событие невозможно) до 1 (событие обязательно произойдет).
2. Условная вероятность - это вероятность наступления одного события при условии, что уже произошло другое событие. Обозначается как P(A|B), где A - событие, B - условие.
3. Теорема умножения вероятностей: Вероятность наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятности события A и условной вероятности события B при условии, что произошло событие A.
   P(A и B) = P(A) * P(B|A)

5 Пояснить смысл теоремы сложения вероятностей для несовместных событий, для совместимых событий, пояснить следствия теоремы.

Теорема сложения вероятностей:

- Для совместных событий: P(A или B) = P(A) + P(B) - P(A и B).
- Для несовместных событий: P(A или B) = P(A) + P(B).

6 Привести теорему о полной вероятности. Пояснить применение данной теоремы в задачах.

Теорема о полной вероятности - это фундаментальное правило теории вероятностей, которое позволяет вычислить вероятность наступления события A, разбивая её на условные вероятности в рамках различных непересекающихся случаев.

Формулировка теоремы:
Пусть {B1, B2, ..., Bn} - это разбиение пространства исходов на непересекающиеся события (полная группа событий), и пусть P(Bi) > 0 для всех i (т.е., каждое событие в разбиении имеет ненулевую вероятность). Тогда вероятность события A может быть вычислена как сумма вероятностей A при условии каждого из событий разбиения, взвешенных вероятностями событий разбиения:
P(A) = Σ [P(A|Bi) * P(Bi)] для всех i от 1 до n.

Применение теоремы о полной вероятности:

1. В задачах, где необходимо учесть разные условия или варианты, теорема о полной вероятности позволяет учесть влияние этих условий на итоговую вероятность.
2. В бизнесе, маркетинге и экономике, она может быть использована для оценки вероятностей различных сценариев в условиях неопределенности.
3. В теории сигналов и систем, это может применяться для анализа вероятности различных событий при различных исходах в системе.
4. В медицинских и биологических исследованиях, она может использоваться для оценки вероятности различных заболеваний или событий, учитывая различные факторы риска.

Эта теорема позволяет учесть неопределенность и различные условия при анализе вероятностей, делая её полезной для решения разнообразных задач в различных областях.

7 Привести теорему умножения вероятностей. Пояснить формулу Байеса.

Теорема умножения вероятностей. Вероятность совместного наступления событий A и B, равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого

$$P(AB) = P(A)P(B/A) \text{ или } P(AB) = P(B)P(A/B) \quad (1.3)$$

Следствие. Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению их вероятностей

$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (1.4)$$

События $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$ называются **гипотезами.**

В случае, если событие появляющееся совместно с каким-либо из несовместных событий $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$, образующих полную группу, произошло и требуется произвести оценку вероятностей событий $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$, применяется **формула Байеса:**

$$P(B_i / A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A/B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i) \cdot P(A/B_i)} \quad (1.7)$$

8 Что такое случайные дискретными величины, случайные непрерывные величины?

Случайные дискретные величины - это случайные переменные, которые могут принимать только дискретные (отдельные, разделенные) значения, например, целые числа.

Случайные непрерывные величины - это случайные переменные, которые могут принимать любое значение в определенном интервале, и их значения представляют собой непрерывный диапазон, например, дробные числа.

9 Дать определение понятия «закон распределения случайной величины»? Привести способы задания закона распределения.

1. Закон распределения случайной величины - это спецификация вероятностей, с которыми случайная величина принимает различные значения. Он описывает, как вероятности распределены между всеми возможными значениями случайной величины.

Способы задания закона распределения:

- Таблица вероятностей: Представление вероятностей для каждого возможного значения случайной величины в виде таблицы.
- Формула распределения: Математическое выражение, которое определяет вероятности в зависимости от параметров распределения.
- График плотности вероятности: Графическое представление распределения, особенно для случайных непрерывных величин.

10 Привести основные законы распределения.

Основные законы распределения включают:

1. Биномиальное распределение.
2. Пуассоновское распределение.
3. Геометрическое распределение.
4. Равномерное распределение.
5. Нормальное (гауссово) распределение.
6. Экспоненциальное распределение.
7. Гамма-распределение.
8. Хи-квадрат распределение.
9. Бета-распределение.
10. Стьюдента (t-распределение).

Эти распределения используются для моделирования различных случайных явлений и имеют разные формы и свойства.

11 Пояснить понятие «функция распределения случайной величины». Назовите свойства функции распределения случайной величины.

1. Функция распределения случайной величины - это функция, которая описывает вероятность того, что случайная величина примет значение меньше или равное определенному числу. Обозначается как F(x) и определена для всех действительных чисел x.

Свойства функции распределения случайной величины:

- 0 <= F(x) <= 1 для всех x.
- F(x) монотонно неубывающая (F(x1) <= F(x2) для всех x1 <= x2).
- F(x) стремится к 0, когда x стремится к минус бесконечности, и F(x) стремится к 1, когда x стремится к плюс бесконечности.
- F(x) непрерывная справа (то есть F(x) непрерывна на всех точках, кроме, возможно, конечного числа точек разрыва).

12 Что такое математическое ожидание? Назовите свойства математического ожидания.

Математическое ожидание - это среднее значение случайной величины, которое представляет собой взвешенную сумму всех возможных значений случайной величины, причем весами служат вероятности соответствующих значений.

Свойства математического ожидания:

1. Линейность: Математическое ожидание линейно, то есть E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y), где a и b - константы, a X и Y - случайные величины.
2. Математическое ожидание константы: E(c) = c, где c - это константа.
3. Математическое ожидание суммы: E(X + Y) = E(X) + E(Y), независимо от того, являются ли X и Y зависимыми или независимыми случайными величинами.
4. Математическое ожидание произведения: Если X и Y - независимые случайные величины, то E(XY) = E(X) * E(Y). В общем случае, для зависимых случайных величин, E(XY) ≠ E(X) * E(Y).
5. Математическое ожидание функции: E[g(X)] = ∑ [g(x) * P(X = x)] для всех возможных значений x, где g(X) - это функция от случайной величины X.
6. Математическое ожидание неотрицательной случайной величины: Если X - неотрицательная случайная величина (X ≥ 0), то E(X) ≥ 0.

Математическое ожидание является важным понятием в теории вероятностей и статистике, так как оно позволяет оценить среднее поведение случайных величин и проводить анализ случайных данных.

13 Дать определение информационной системы. Назвать основные классы информационных систем.

Информационная система - это совокупность элементов, включая оборудование, программное обеспечение, данные, процедуры и людей, которые собирают, обрабатывают, хранят и предоставляют информацию для выполнения задач и принятия решений в рамках организации или для решения определенных задач.

Основные классы информационных систем включают:

1. Операционные информационные системы (ОИС): Предназначены для обработки повседневных операций и транзакций в организации. Примеры включают системы учета и управления запасами.
2. Управленческие информационные системы (УИС): Предоставляют информацию на руководящем уровне для принятия стратегических решений и управления организацией. Примеры включают системы управления ресурсами предприятия (ERP).
3. Информационные системы поддержки принятия решений (ИСППР): Обеспечивают аналитическую и модельную информацию для помощи руководителям и аналитикам в принятии решений.
4. Экспертные информационные системы (ЭИС): Используют знания экспертов для решения специфических проблем в определенных областях, например, медицине или финансах.
5. Геоинформационные системы (ГИС): Специализированные системы для сбора, анализа и визуализации географических данных.
6. Информационные системы управления знаниями (ИСУЗ): Управляют знаниями и информацией внутри организации, чтобы поддерживать инновации и развитие.
7. Информационные системы для обработки данных (ИСОД): Ориентированы на обработку и анализ больших объемов данных и предоставляют инструменты для их хранения и анализа.
8. Интернет- и веб-системы: Включают веб-сайты, социальные сети, электронную коммерцию и другие приложения, работающие через интернет.

Эти классы информационных систем служат различным целям и выполняют разные функции в организациях и в обществе.