

拉格朗日量

维基百科，自由的百科全书
 [跳到导航](#)
[跳到搜索](#)

約瑟夫·拉格朗日

在[分析力學](#)裏，一个[动力系统](#)的**拉格朗日量**（英語：**Lagrangian**），又稱**拉格朗日函數**，简称“拉氏量”，是描述整个物理系统的[动力](#)状态的[函数](#)，對於一般經典物理系統，通常定義為[動能](#)減去[勢能](#)^[1]，以方程式表示為

；

其中， 為拉格朗日量， 為動能， 為勢能。

在[分析力学](#)裡，假設已知一个系统的拉格朗日量，则可以将拉格朗日量直接代入[拉格朗日方程式](#)，稍加运算，即可求得此系统的[运动方程式](#)。

拉格朗日量是因數學家和天文學家[約瑟夫·拉格朗日](#)而命名。

在场论，若

是[作用量](#)，则拉格朗日方程是

目录

- [1 概念](#)
 - [1.1 拉格朗日量與作用量的關係](#)

- [1.2 能量守恒定律](#)
- [2 拉格朗日表述](#)
 - [2.1 重要性](#)
 - [2.2 优点](#)
 - [2.3 可略坐标和守恒定律](#)
- [3 经典力学实例](#)
 - [3.1 直角坐标系](#)
 - [3.2 球坐标系](#)
- [4 檢驗粒子的拉格朗日量](#)
 - [4.1 狹義相對論裏的拉格朗日量](#)
 - [4.2 電動力學裏的相對論性拉格朗日量](#)
 - [4.3 協變的拉格朗日量](#)
 - [4.4 電動力學裏的相對論性拉格朗日量的協變表述](#)
- [5 场论例子](#)
 - [5.1 电磁学](#)
 - [5.2 量子电动力学](#)
 - [5.3 量子色动力学](#)
 - [5.4 杨-米尔斯场论](#)
 - [5.5 陈-西蒙斯理论](#)
 - [5.6 重力](#)
 - [5.7 相对论](#)
- [6 参见](#)
- [7 参考文献](#)

概念

拉格朗日量是动能 与势能 的差值：

。

通常，動能的參數為廣義速度（符號上方的點號表示對於時間的[全導數](#)），而勢能的參數為[廣義座標](#)，所以，拉格朗日量的參數為

。解析一个问题，最先要选择一个合适的广义坐标。然后，计算出其拉格朗日量。假定這些參數（廣義座標、廣義速度）都互相獨立，就可以用拉格朗日方程式来求得系统的运动方程式。

假設一個物理系統的拉格朗日量為 L ，則此物理系統的運動，以拉格朗日方程式表示為

；

其中， t 是时间， q 是广义坐标， \dot{q} 是广义速度。

拉格朗日量與作用量的關係

一個物理系統的[作用量](#) 是一種[泛函](#)，以數學方程式定義為

；

其中， L 是系統的拉格朗日量，廣義坐標 q 是時間 t 的函數， t_1 和 t_2 分別為初始時間和終結時間。

假若，作用量的[一次變分](#) $\delta S = 0$ ，作用量 S 為[平穩值](#)，則 S 正確地描述這物理系統的真實演化。從這變分運算，可以推導出拉格朗日方程式

詳盡相關導引，請參閱[拉格朗日方程式](#)。

能量守恆定律

思考拉格朗日量對於時間的全導數：

。

將拉格朗日方程式代入，可以得到