CINEMÁTICA Y DINÁMICA
LABORATORIO DE LEY DE HOOKE Y MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

1. INTRODUCCIÓN

La ley de Hooke describe fenómenos elásticos como los que exhiben los resortes. Esta ley afirma que la deformación elástica que sufre un cuerpo es proporcional a la fuerza que produce tal deformación, siempre y cuando no se sobrepase el límite de elasticidad.

En esta práctica se estudiarán simultáneamente la Ley de Hooke y el movimiento armónico simple. Se medirá la constante de fuerza k de un resorte y se hallará experimentalmente la relación funcional entre el periodo de oscilación y la inercia del sistema (masa), en un sistema masa – resorte.

Según la Ley de Hooke, un resorte que se estira (o se comprime) una distancia Δl, a partir de su longitud natural l, ejerce una fuerza $\vec{F}$ cuya magnitud es proporcional al estiramiento:

$$\left|\vec{\mathbf{F}}\right| = k\left|\Delta l\right| . \tag{1}$$

Aquí k es una constante que depende de la rigidez del resorte. En el sistema de referencia de la figura (1(a)) la expresión vectorial para esta fuerza es:

$$\vec{\mathbf{F}} = -kx\hat{\mathbf{i}} . \tag{2}$$

Mientras que su componente en la dirección X es:

$$F_x = -kx . \tag{3}$$

Si se cuelga del resorte una masa m (figura 1(b)) y se deja que el sistema alcance el equilibrio, la fuerza ejercida por el resorte será igual al peso colgado:

$$kx_0 = mg . \tag{4}$$

Cuando el sistema se pone a oscilar (figura 1(c)), el alargamiento total del resorte en cualquier instante de tiempo será $x = x_0 + x'$, donde x' es el estiramiento medido desde O'.

A partir de un análisis dinámico, se puede probar que el movimiento del sistema está determinado por una ecuación diferencial en términos de x'. Veamos:

$$m\frac{d^2(x_0+x')}{dt^2}=ma_x=mg-k(x_0+x'),$$

$$m\frac{d^2x'}{dt^2}=mg-kx_0-kx'=-kx',$$

$$\frac{d^2x'}{dt^2}+\frac{k}{m}x'=0. \qquad (5)$$

Haciendo $w_0^2=(k/m)$ y $w_0=2\pi\ f=(2\pi/T)$, entonces la masa se mueve con movimiento armónico simple alrededor de O', con un período de oscilación dado por:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \qquad (6)$$

donde se ha supuesto que la masa del resorte es despreciable.

Sin embargo, en nuestro experimento el muelle o resorte tiene masa, por lo que sus partes oscilan absorbiendo parte de la energía cinética. Puede probarse con el método energético que, al considerar la masa del resorte, la ecuación (6) se transforma en:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m+f_m}{k}}, \qquad (7)$$

donde f_m es (1/3) de la masa del resorte.

Método Energético (Resorte sin Masa):

$$E=(1/2)mv_x^2+(1/2)k(x')^2=cte., \qquad (A)$$

$$(dE/dt)=0=m(dv_x/dt)v_x+k(dx'/dt)x',$$

$$0=m(d^2x'/dt^2)v_x+k(v_x)x',$$

$(d^2x'/dt^2)+(k/m)x'=0$, es decir,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (6)$$

Método Energético (Resorte con Masa):

$$E=(1/2)mv_x^2+(1/2)k(x')^2+K_{resorte}=cte.,$$

$dK_{resorte}=(1/2)(dm_{resorte})(v_x')^2=(1/2)\lambda dx(v_x')^2$, con

$\lambda=(dm_{resorte}/dx)=(m_{resorte}/l)$, pero

$(v_x'/x)=(v_x/l)$, de donde

$$dK_{resorte} = (1/2)(m_{resorte}/l)(v_x/l)^2 x^2 dx\,,$$

es decir,

$$K_{resorte} = (1/2)(m_{resorte}/l^3)(v_x^2)\int_0^l x^2 dx = (1/2)(m_{resorte}/3)(v_x^2)\text{, tal que}$$

$$E = (1/2)mv_x^2 + (1/2)k\left(x'\right)^2 + (1/2)(m_{resorte}/3)(v_x^2) = cte.\text{, o sea}$$

$$E = (1/2)(m + (m_{resorte})/3)v_x^2 + (1/2)k\left(x'\right)^2 = cte. \qquad \text{(B)}$$

Comparando las ecuaciones (A) y (B), se obtiene finalmente (DEMUESTRELO) que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + f_m}{k}}\,, \qquad (7)$$

donde f_m es (1/3) de la masa del resorte.

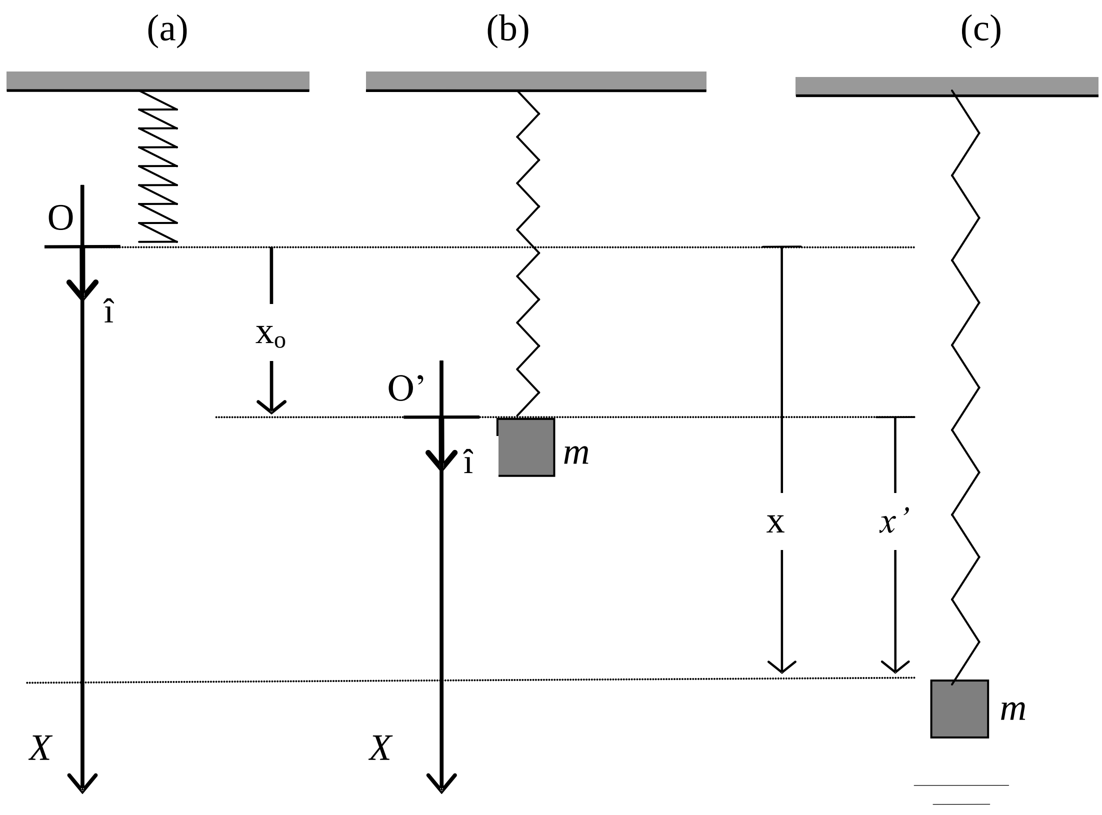

Figura 1

EQUIPO UTILIZADO: regla o metro, cronómetro, juego de masas, balanza, computador con EXCEL.

2. PROCEDIMIENTO

2.1 Pese el resorte y registre su incertidumbre, para luego colgarlo de un soporte fijo.

2.2 (DETERMINACIÓN DE *k*) Cuelgue masas de diferente valor en el extremo libre del resorte (por ejemplo, 100g, 200g, etc.). Mida el alargamiento correspondiente a cada masa y anótelo en la tabla de datos, con su respectiva incertidumbre.

2.3 (MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE) Ahora cuelgue del resorte masas de diferente valor y mida el periodo de oscilación en cada caso. Para ello realice el siguiente procedimiento: una vez que la masa colgada haya alcanzado el equilibrio, tire suavemente de ella hacia abajo y suéltela para que oscile verticalmente. Mida el tiempo t de 20 oscilaciones completas. A partir de este dato calcule el tiempo T de una oscilación. Consigne sus datos en la tabla de abajo.

2.4 Con los datos obtenidos en 2.2 haga una gráfica del estiramiento del resorte x_0 (eje Y) en función de la masa colgada m (eje X). De la gráfica determine el valor de la constante *k* del resorte y su incertidumbre, teniendo en cuenta que $g_{Cali} = (977 \pm 10)\, cm/s^2$.

2.5 Con los datos obtenidos en 2.3 haga una gráfica de T en función de *m*. Determine, mediante linealización (T^2 vs. m), la relación funcional entre *T* y *m*.

2.6. De la gráfica de linealización obtenga los valores de la constante elástica k_{MAS} y de f_m. Compare los valores obtenidos aquí con los obtenidos en 2.4 y 2.1, respectivamente. ¿Cuál de los dos valores, k_{Hooke} o k_{MAS}, tomaría como valor convencionalmente verdadero? ¿Cuál valor de f_m tomaría como valor convencionalmente verdadero, el de la balanza o el obtenido del corte de la grafica T^2 vs. m?

2.7. Después de decidir lo pedido en el numeral 2.6, calcule los % de error de la constante elástica del resorte y de f_m. Las tres gráficas deben ser hechas en computador utilizando EXCEL. Los valores de pendientes y puntos de corte deberán ser calculados por mínimos cuadrados (o con EXCEL), con sus respectivas incertidumbres.

Tenga presente que cada grupo de trabajo en laboratorio será de hasta cinco estudiantes y que las partes y puntajes de cada informe de laboratorio de Fís. Tér. y Ond. son:

a) (ID 5.1) Título del informe, integrantes, fecha de realización, fecha de entrega y nombre del profesor (12,5%).

b) (ID 6.1) Toma de datos (número de la medición, unidades de medida, incertidumbres de los instrumentos usados, cifras significativas y/o decimales correctas) (25%).

c) (ID 6.3) Cálculos y resultados (número del cálculo, unidades de medida, incertidumbres propagadas, cifras significativas y/o decimales correctas, gráficas, deducción de fórmulas) (25%).

d) (ID 5.2) Respuestas a preguntas de la guía de laboratorio y/o del docente (12,5%).

e) (ID 6.2) Conclusiones (al menos una por cada objetivo propuesto en el laboratorio) (25%).

TOMA DE DATOS

INTEGRANTES:

Apellidos	Nombres	Código	Apellidos	Nombres	Código

Masa Resorte = ; $\Delta(Masa\ \ Resorte) =$				
Masa(g) $\pm\Delta(Masa)(g)$	x_0 **(cm)** $\pm\Delta x_0\,(\text{cm})$	**t_{20} (s)** $\pm\Delta t_{20}\,(\text{s})$	**T (s)** $\pm\Delta T$ (s)	**T^2 (s^2)** $\pm\Delta T^2(\text{s}^2)$

Pendiente de x_0 vs. m =	$\Delta(Pendiente)$ **=**	**Pendiente** de la curva linealizada =	$\Delta(Pendiente)$ **=**	**Corte** de la curva linealizada =	$\Delta(Corte)$ **=**
k_{Hooke} = ; $\Delta(k_{Hooke}) =$		**k_{MAS} =** ; $\Delta(k_{MAS}) =$		**f_m** = ; $\Delta(f_m) =$	