

Her a , b reel sayısı ve her n doğal sayısı için

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

dir.

İspat. İspatı tümevarım yöntemi ile yapınız.

Önce $n=1$ için eşitliğin doğru olduğunu hemen altdaki boşlukta gösteriniz.

Şimdi de $n=m$ için eşitliğin doğruluğunun $n=m+1$ için doğruluğunu gerektirdiğini ispat edelim. Eşitliğin $n=m$ için doğru olduğunu kabul edelim. Bu takdirde

$$(a+b)^m = \binom{m}{0}a^m + \binom{m}{1}a^{m-1}b + \binom{m}{2}a^{m-2}b^2 + \dots + \binom{m}{m-1}ab^{m-1} + \binom{m}{m}b^m$$

dir.

$$\binom{m}{0} = \binom{m+1}{0} = \binom{m}{m} = \binom{m+1}{m+1} = 1,$$

$$\binom{m}{k} + \binom{m}{k+1} = \binom{m+1}{k+1} \text{ eşitlikleri bilinmektedir.}$$

Bu eşitliğin her iki tarafını $(a+b)$ ile çarparak başlayabilirsiniz.