BÖLÜM 8. KARARLILIK

Bir elektrik devresinin öz çözümü t nin her değeri için sonlu kalıyorsa, yani $\|x_{öz}(t)\| \leq C$ ise bu devre kararlıdır denir. Aksi halde kararsızdır denir.

$$x_{öz}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}_{öz} \quad \text{olmak üzere} \quad \|x_{öz}(t)\| = \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t) + \ldots\ldots + x_n^2(t)} \quad \text{olarak ifade edilir.}$$

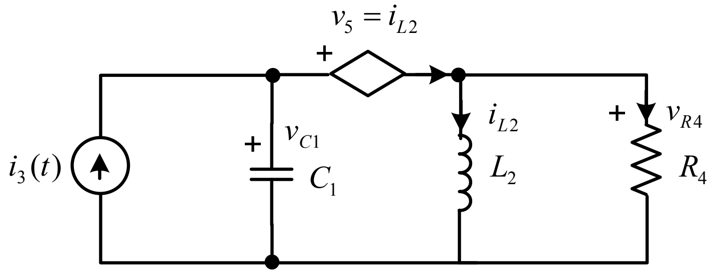
Bir elektrik devresinin öz çözümü $i = 1,2,\ldots,n$ için t nin her değerinde sonlu kalıyorsa, yani $|x_{i_{öz}}(t)| \leq C_i$ ise bu devre kararlıdır denir. Aksi halde kararsızdır denir.

$\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$ olmak üzere öz çözüm için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$x_{öz}(t) = C_1.e^{\lambda_1.t} + C_2.e^{\lambda_2.t} + \ldots\ldots + 2C_1.e^{\sigma_1.t}.\cos(\omega t + \phi)$$

Teorem: Bir elektrik devresinin kararlı olabilmesi için özdeğerlerin sol yarı düzlemde olması gereklidir. Özdeğerler sanal eksen üzerinde ise katsız olması gerekir.

Örnek: Aşağıda verilen devrenin eleman değerleri $i_k(t) = u(t)\,A$, $R_4 = 1\,\Omega$, $L_2 = 1\,H$, $C_1 = 1\,F$, $v_C(0) = 2\,V$ ve $i_L(0) = 1\,A$ olmak üzere durum denklemleri yine aşağıda verilmiştir. Bu devrenin kararlı olup olmadığını araştırınız.



$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C1}(t) \\ i_{L2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1+\mu \\ 1 & -\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{C1}(t) \\ i_{L2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot i_3(t)$$

Bu devrenin kararlılığı μ ye bağlıdır. O halde karakteristik denkleme bakmamız gerekir.

$$(A-\alpha.U) = \begin{bmatrix} -1-\alpha & -1+\mu \\ 1 & -\alpha-\mu \end{bmatrix} = (-1-\alpha).(-\alpha-\mu)-(-1+\mu) = \alpha+\mu+\alpha^2+\alpha.\mu-\mu+1$$
$$= \alpha^2 + (1+\mu).\alpha + 1 = 0$$

Bu karakteristik denklemi analiz edecek olursak;

$\alpha_1.\alpha_2 > 0$ olmalıdır. O halde $\alpha_1.\alpha_2 = 1 > 0$

$\alpha_1 + \alpha_2 < 0$ olmalıdır. O halde $\alpha_1 + \alpha_2 = -(1+\mu) < 0$, $\mu > -1$

$\mu = -1$ değeri için karakteristik denklem $\alpha^2 + 1 = 0$ haline gelir. Buradan $\alpha_1 = j$ ve $\alpha_2 = -j$ bulunur. Buna göre özdeğerler j ekseni üzerinde olmakla beraber katlı olmadığı için devre kararlıdır. $\mu > -1$ değerleri için ise devre kararlıdır.