

Comment modéliser avec une approche réaliste de l'eau dans un jeu vidéo ?

Fortier Benjamin - Posez Bastien

September 4, 2023

---

## **Mise en contexte:**

L'industrie du jeu qui ne fait que de se développer, la présence de réalisme au sein de nouveaux jeux est un argument marketing important qui permet de faciliter l'immersion des joueurs.

---

**Problématique : Comment modéliser avec une approche réaliste de l'eau dans un jeu vidéo ?**

---

## Objectifs :

- Étudier le comportement d'un fluide à l'aide des équations de Navier-Stokes et l'impact des différentes forces sur chaque particule
- Réussir à créer une modélisation de fluide grâce à un système de particules
- Comprendre l'utilisation d'une fonction Kernel afin de limiter le nombre de calcul
- Limiter un maximum la complexité du programme en proposant dans le pire des cas un  $O(n^2)$
- Créer en premier lieu un rendu 2D puis par la suite un rendu 3D

---

## Plan :

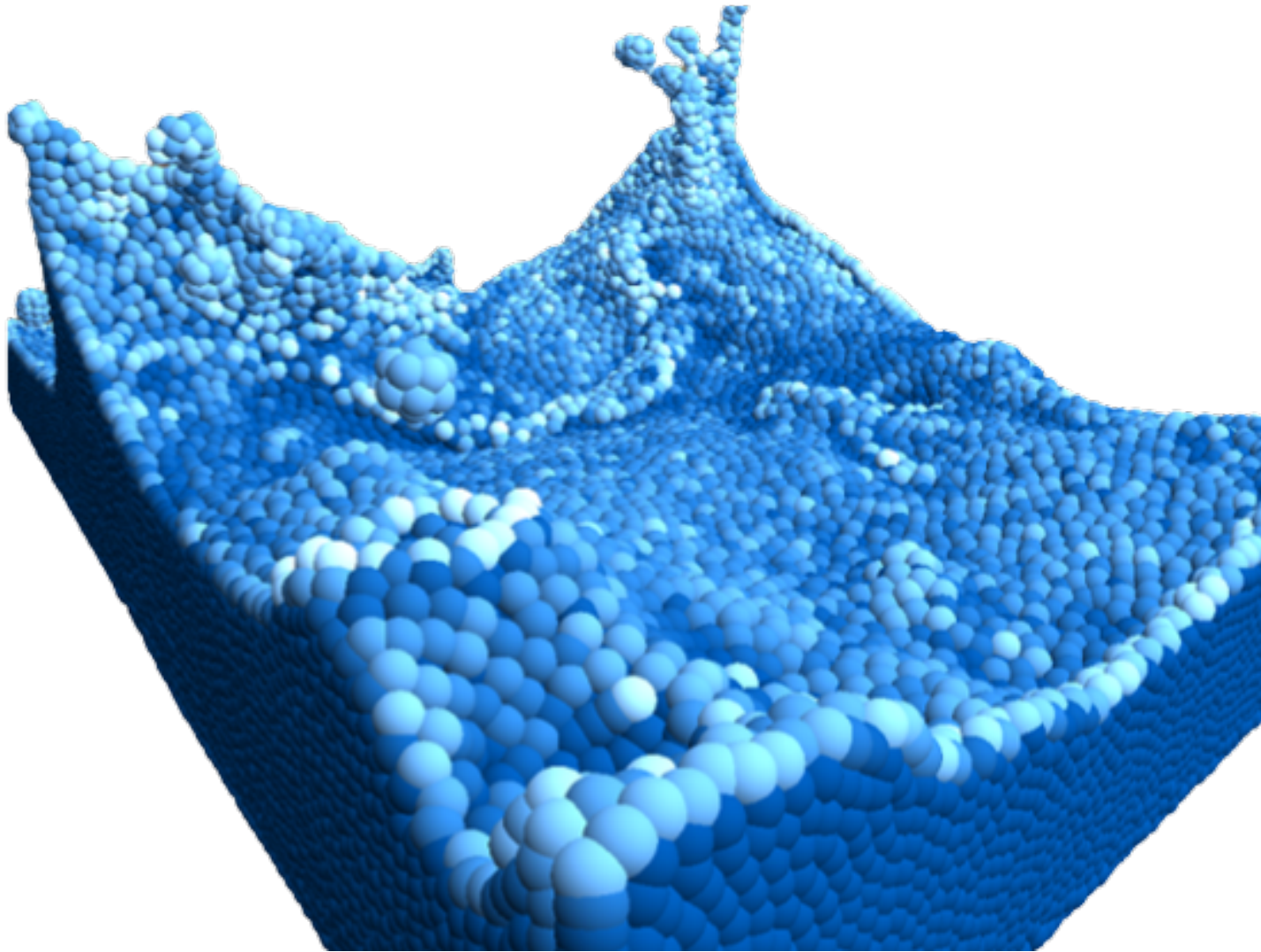
<b>1</b>	<b>Modélisation du fluide à l'aide d'un système de particule</b>	<b>7</b>
1.1	Caractéristiques de chaque particule . . . . .	7
1.2	Collision entre particules . . . . .	14
1.3	Collision avec les bordures . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Résolution numérique des équations de Navier-Stokes</b>	<b>23</b>
2.1	Force de pression . . . . .	28
2.2	Force de pression . . . . .	29
2.3	Force de viscosité . . . . .	30
2.4	Calcul numérique de dérivée partielle . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Optimisation des algorithmes</b>	<b>36</b>
3.1	Utilisation de la fonction Kernel . . . . .	37
3.2	Utilisation de la fonction Kernel . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Résultat</b>	<b>39</b>
4.1	Affichage . . . . .	40

4.2 Performance . . . . . 46

---

# 1 Modélisation du fluide à l'aide d'un système de particule

## 1.1 Caractéristiques de chaque particule



---

Deux méthodes distinctes pour modéliser un fluide :



Méthode des particules



---

On va donc ici choisir un système composé de particules



---

On va donc ici choisir un système composé de particules  
Chaque particule de notre système est définie par :



---

On va donc ici choisir un système composé de particules  
Chaque particule de notre système est définie par :  
Des paramètres qui sont propres à chaque particule :



---

On va donc ici choisir un système composé de particules  
Chaque particule de notre système est définie par :  
Des paramètres qui sont propres à chaque particule :

- Sa position selon l'axe x et l'axe y
- Sa vitesse selon l'axe x et l'axe y
- Sa direction
- Sa densité

Des paramètres qui restent inchangés pour chacune de nos particules :



---

On va donc ici choisir un système composé de particules

Chaque particule de notre système est définie par :

Des paramètres qui sont propres à chaque particule :

- Sa position selon l'axe x et l'axe y
- Sa vitesse selon l'axe x et l'axe y
- Sa direction
- Sa densité

Des paramètres qui restent inchangés pour chacune de nos particules :

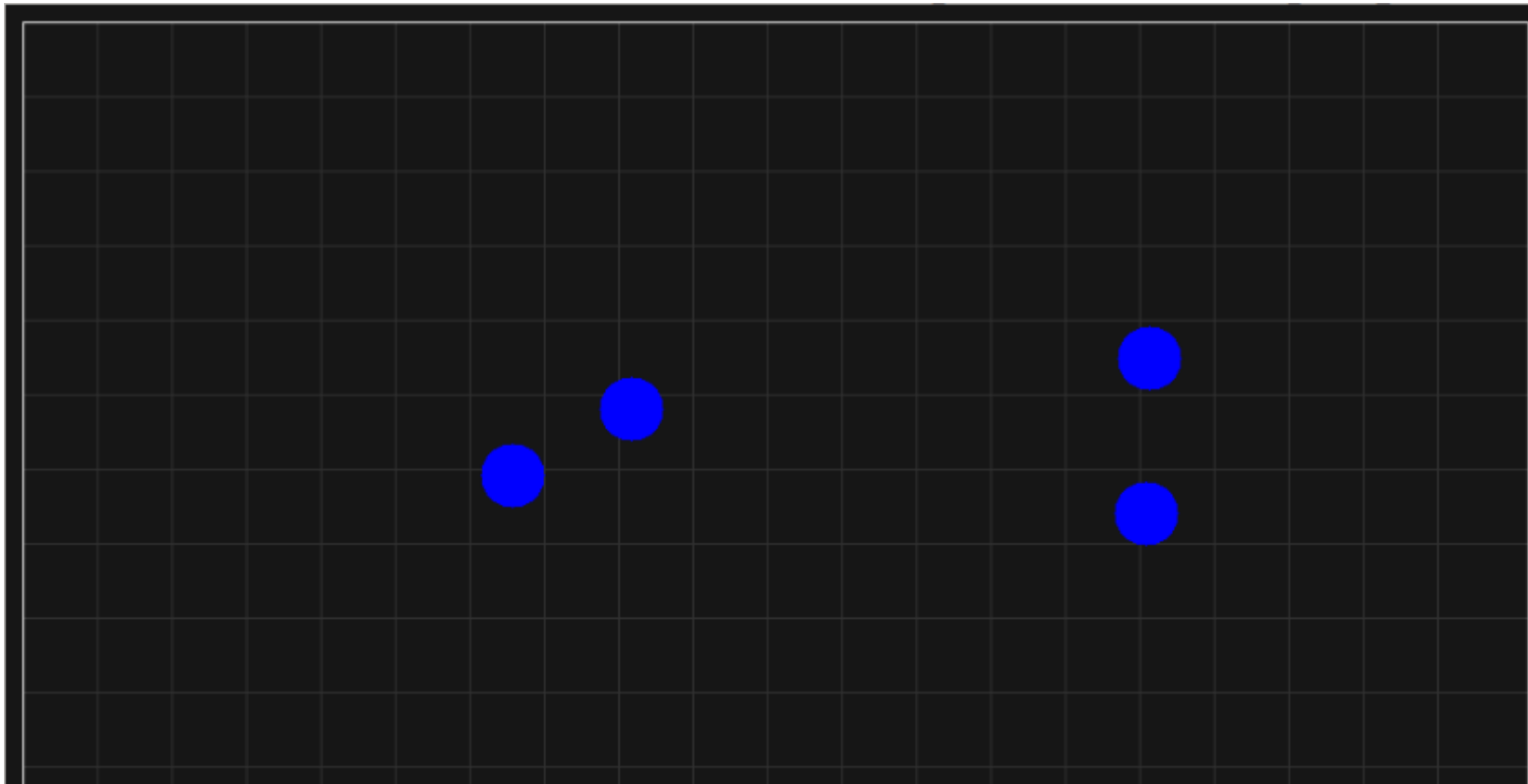
- Le rayon et la masse



---

## 1.2 Collision entre particules

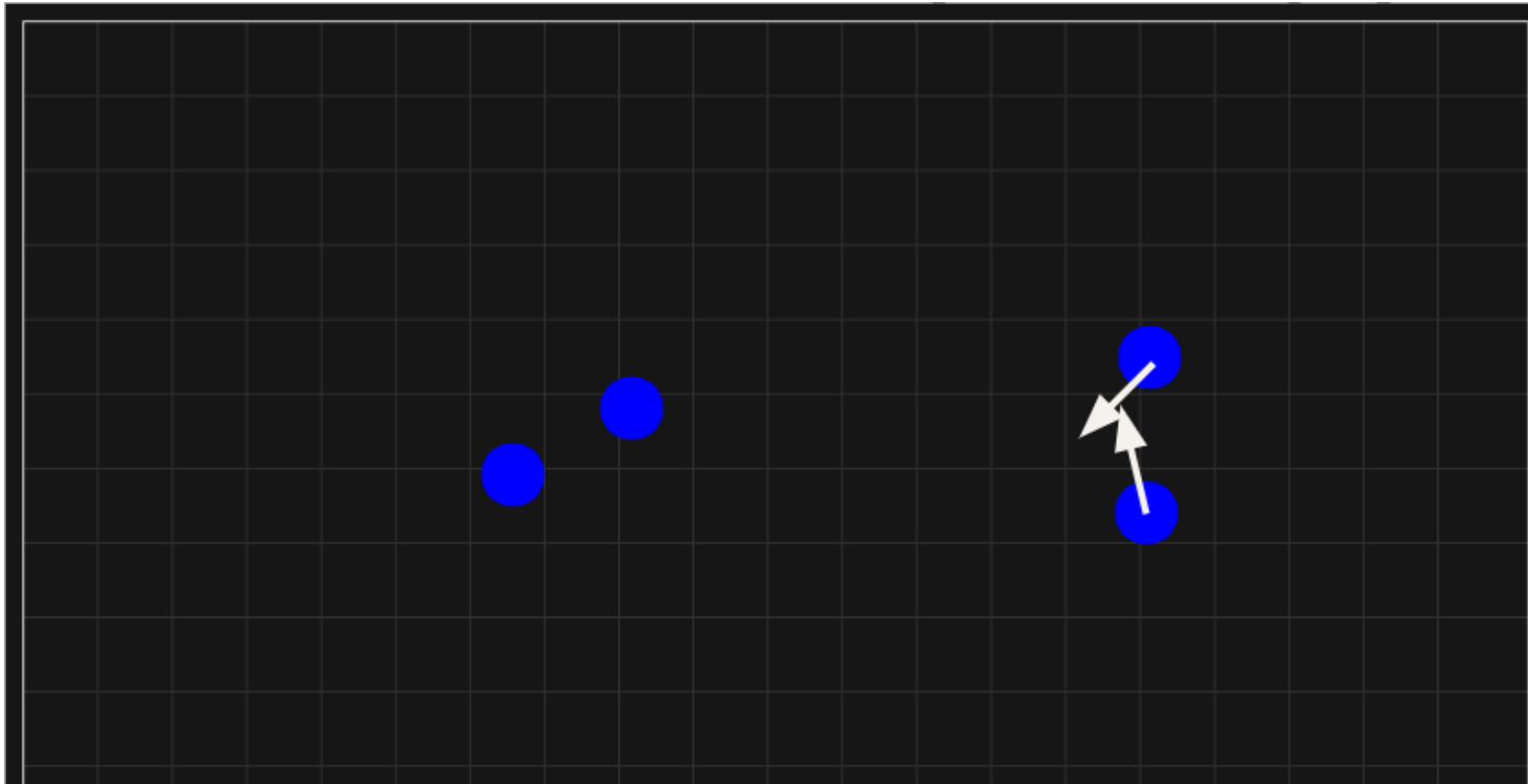
On considère ici des collisions élastiques entre chaque particule :



---

## Système de collision

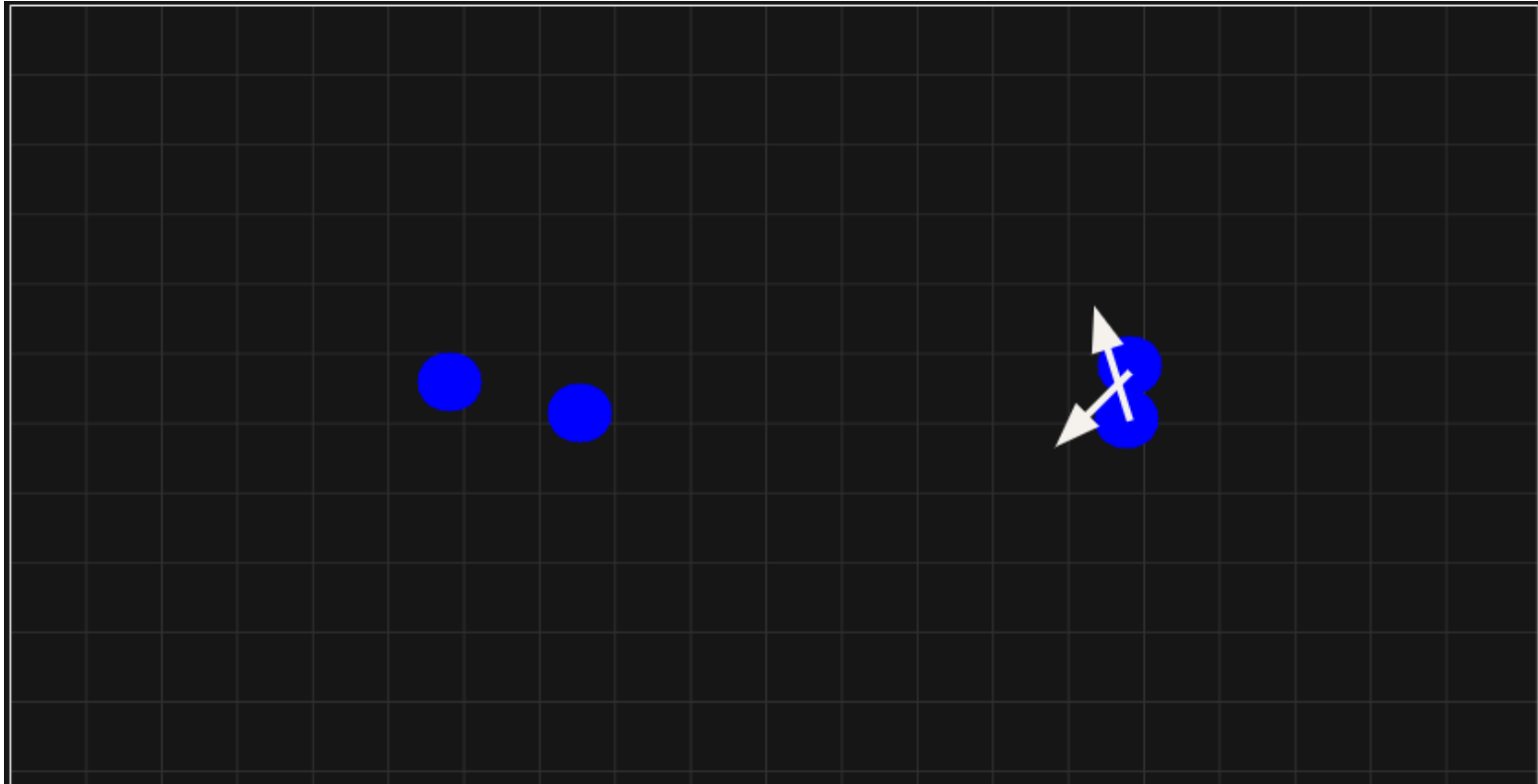
On considère ici des collisions élastiques entre chaque particule :



---

## Système de collision

On considère ici des collisions élastiques entre chaque particule :

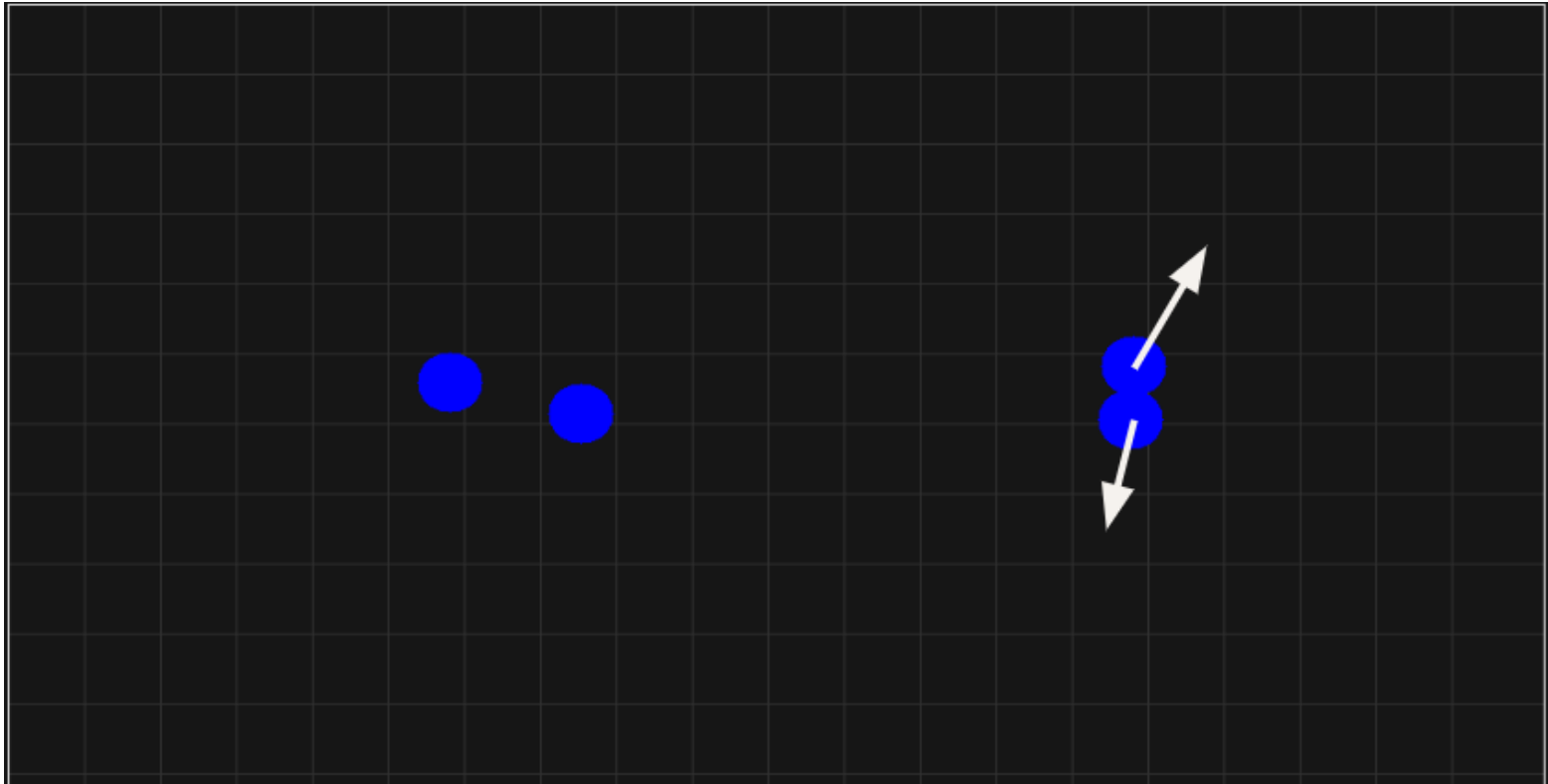




---

## Système de collision

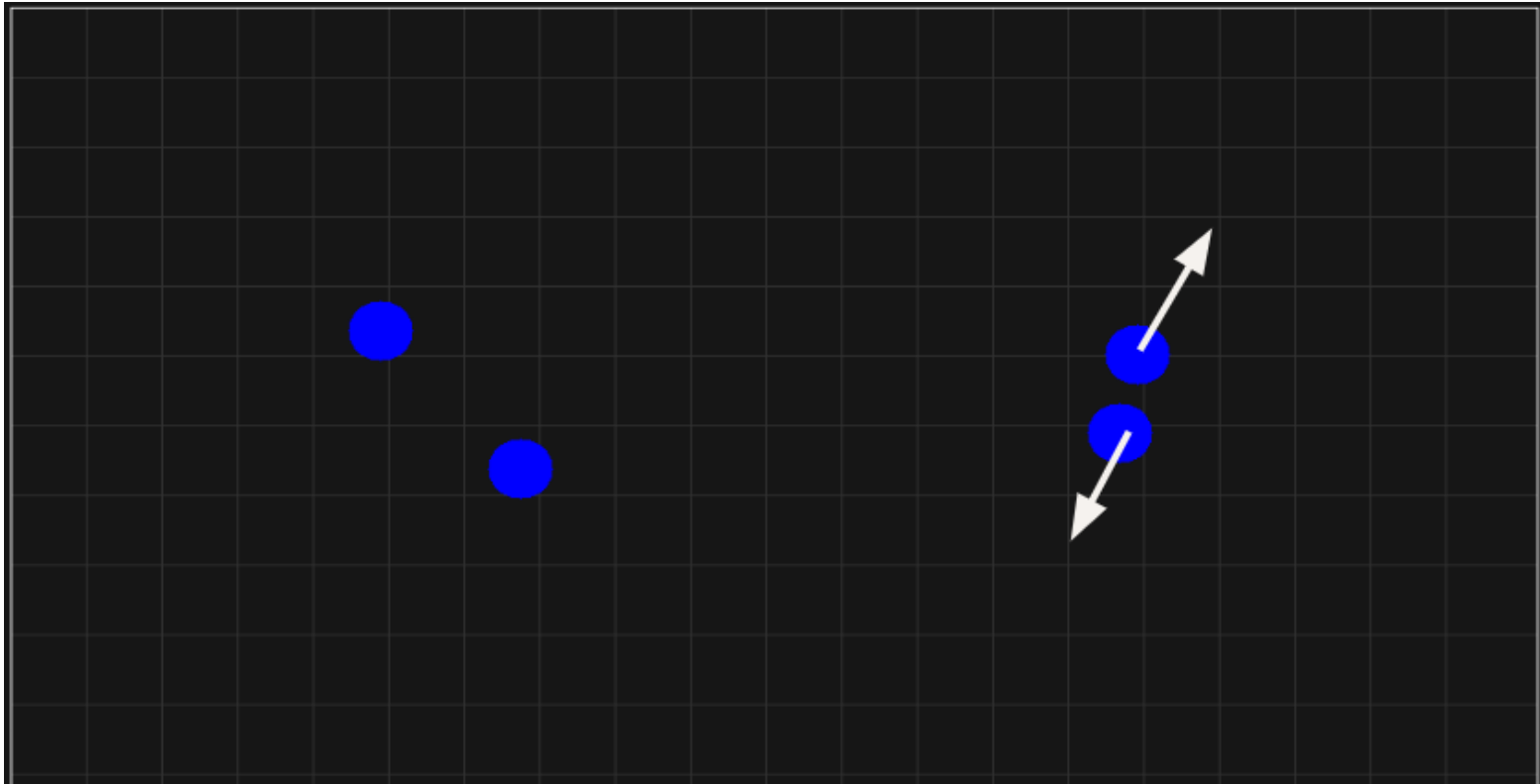
On considère ici des collisions élastiques entre chaque particule :



---

## Système de collision

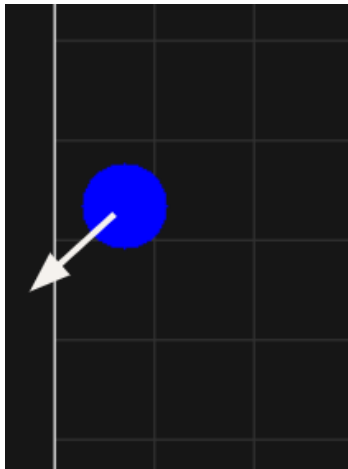
On considère ici des collisions élastiques entre chaque particule :



---

## 1.3 Collision avec les bordures

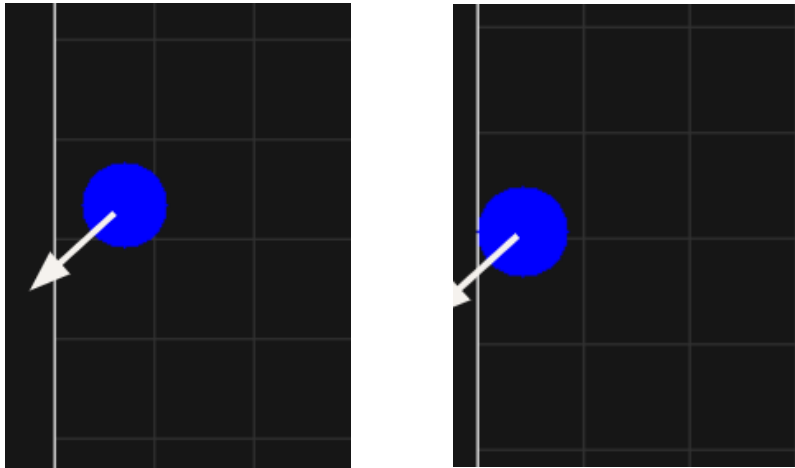
De plus on considère aussi les collisions comme élastiques entre une particule et un mur :



---

## Système de collision

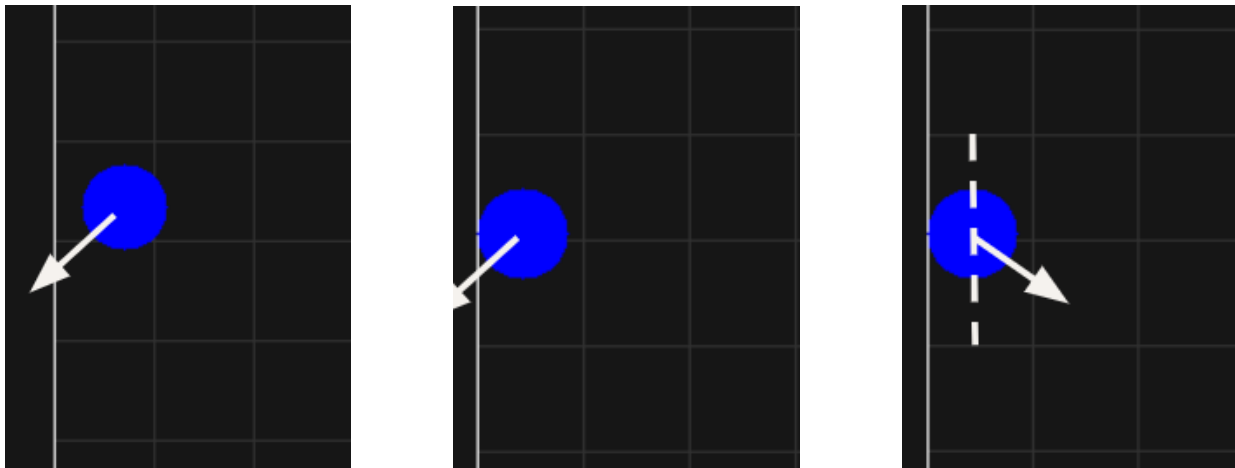
De plus on considère aussi les collisions comme élastiques entre une particule et un mur :



---

## Système de collision

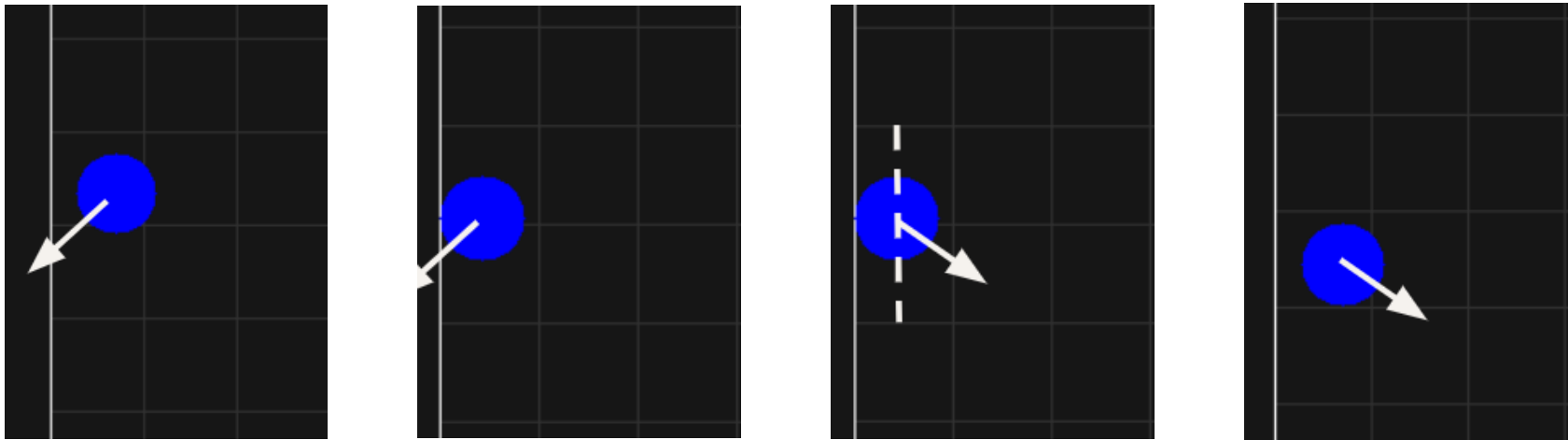
De plus on considère aussi les collisions comme élastiques entre une particule et un mur :



---

## Système de collision

De plus on considère aussi les collisions comme élastiques entre une particule et un mur :



---

## 2 Résolution numérique des équations de Navier-Stokes



---

## Équations de Navier-Stokes

$$\frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v$$



---

## Équations de Navier-Stokes

$$\frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v$$

- $-\nabla p$  : Force de pression

---

## Équations de Navier-Stokes

$$\frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v$$

- $-\nabla p$  : Force de pression
- $\rho g$  : Forces extérieures

---

## Équations de Navier-Stokes

$$\frac{dv}{dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 v$$

- $-\nabla p$  : Force de pression
- $\rho g$  : Forces extérieures
- $\mu \nabla^2 v$  : Force de viscosité

---

## 2.1 Force de pression

Calcul numérique de la force de pression s'exerçant sur chaque particule :

$$f_i^{pressure} = -\nabla p(r_i) = -\sum_j m_j \frac{p_j}{\rho_j} \nabla W(r_i - r_{j,h}).$$

Avec :

$$p = k(\rho - \rho_0)$$

---

## 2.2 Force de pression

Calcul numérique de la force de pression s'exerçant sur chaque particule :

$$f_i^{pressure} = -\nabla p(r_i) = -\sum_j m_j \frac{p_j}{\rho_j} \nabla W(r_i - r_{j,h}).$$

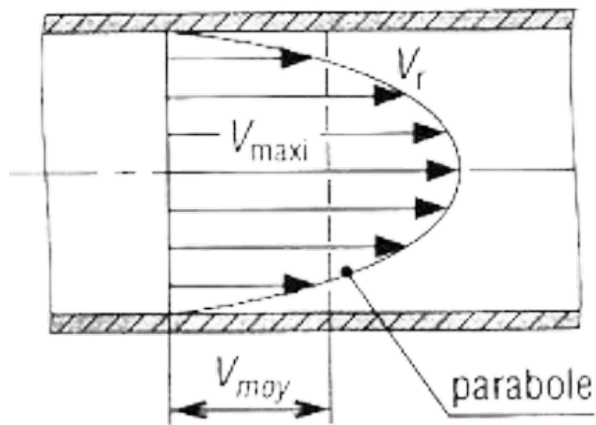
Avec :

$$p = k(\rho - \rho_0)$$

Et la fonction Kernel:

$$\nabla W(r_i - r_{j,h})$$

## 2.3 Force de viscosité



Coefficient de viscosité de l'eau :  $1 \times 10^{-3} Pa.s$       Coefficient de viscosité du miel :  $10000 Pa.s$

---

Calcul numérique de la viscosité s'exerçant sur chaque particule :

$$f_i^{viscosite} = \mu \sum m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_{j,h}).$$

---

Calcul numérique de la viscosité s'exerçant sur chaque particule :

$$f_i^{viscosite} = \mu \Sigma m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_{j,h}).$$

- $\mu$  : viscosité dynamique du fluide



---

Calcul numérique de la viscosité s'exerçant sur chaque particule :

$$f_i^{viscosite} = \mu \Sigma m_j \frac{v_j - v_i}{\rho_j} \nabla^2 W(r_i - r_{j,h}).$$

- $\mu$  : viscosité dynamique du fluide
- $\nabla^2 W(r_i - r_{j,h})$  : Laplacien du noyau

---

Pour le calcul de nabla ( $\nabla$ ) :

$$\vec{grad} f = \vec{\nabla} f = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

---

## 2.4 Calcul numérique de dérivée partielle

Méthode des différences finies centrées pour calculer des dérivées partielles numériquement :

$$\frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} = u'(x) + \frac{h^2}{6}u^{(3)}(x) + h^2\epsilon_3(h) \approx u'(x)$$
$$\frac{u(x+2h) - 2u(x+h) + u(x)}{h^2} = u''(x) + hu^{(3)}(x) + h\epsilon_3(h) \approx u''(x)$$

---

## 3 Optimisation des algorithmes

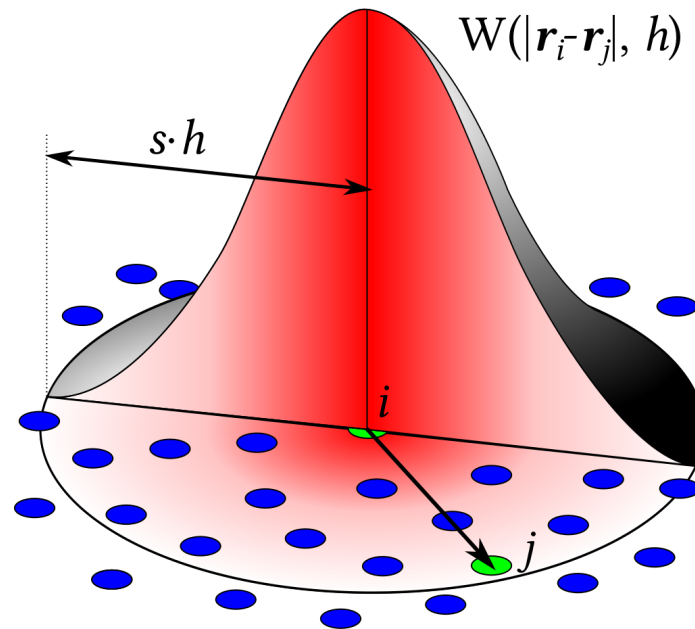


---

### 3.1 Utilisation de la fonction Kernel

Utilisation d'une fonction Kernel pour limiter le nombre d'opérations :

- Si la distance entre les deux particules  $r$  est telle que  $0 \leq r \leq h$  alors  $W > 0$
- Si  $r > h$  alors  $W = 0$



---

## 3.2 Utilisation de la fonction Kernel

Utilisation d'une fonction Kernel pour limiter le nombre d'opérations :

La valeur du kernel pour la force de pression est égal à :

$$W_{pression}(r, h) = \frac{15}{\pi h^6}$$

La valeur du kernel pour la viscosité est égale à:

$$W_{viscosite}(r, h) = \frac{15}{2\pi h^3}$$

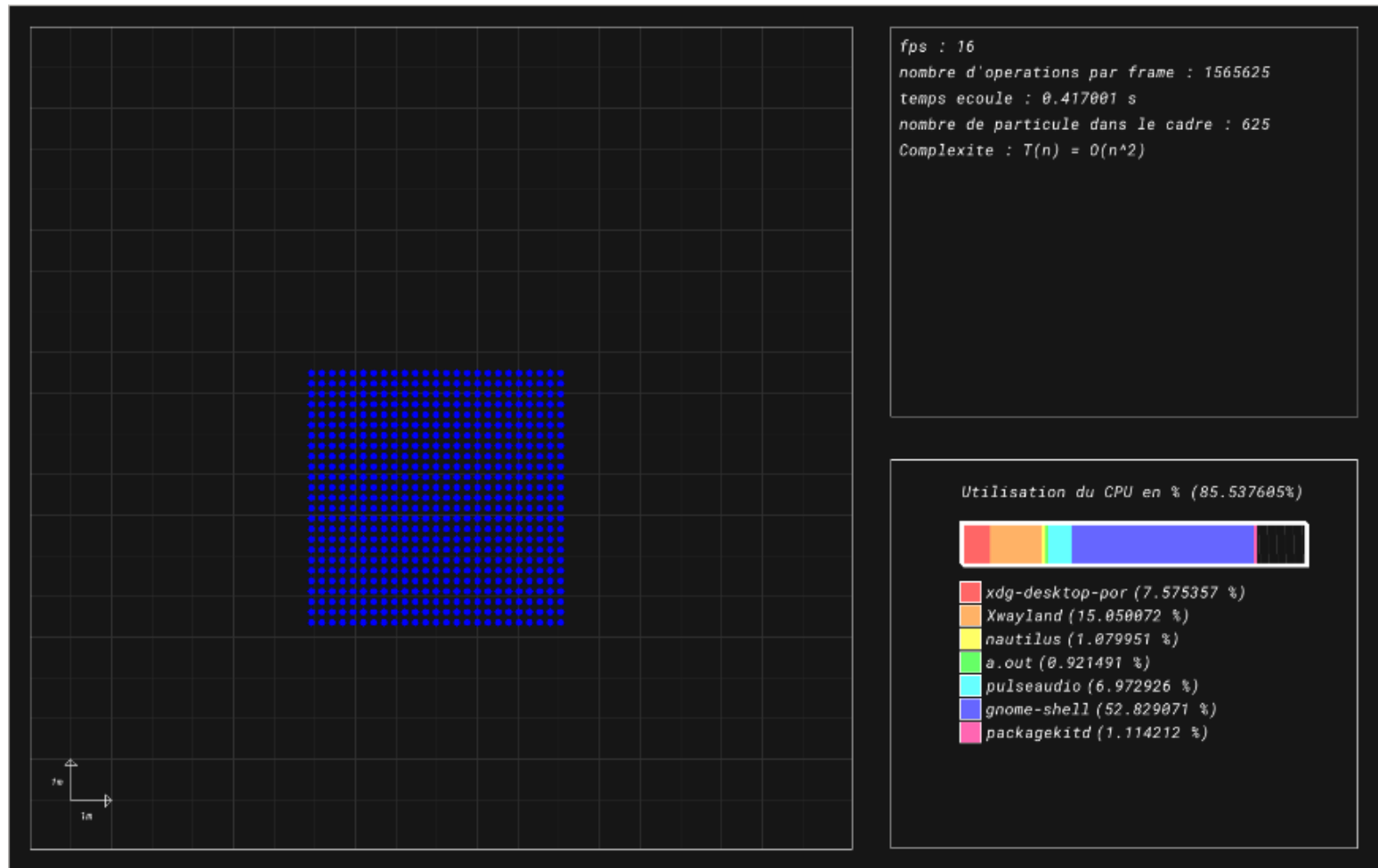
---

## 4 Résultat



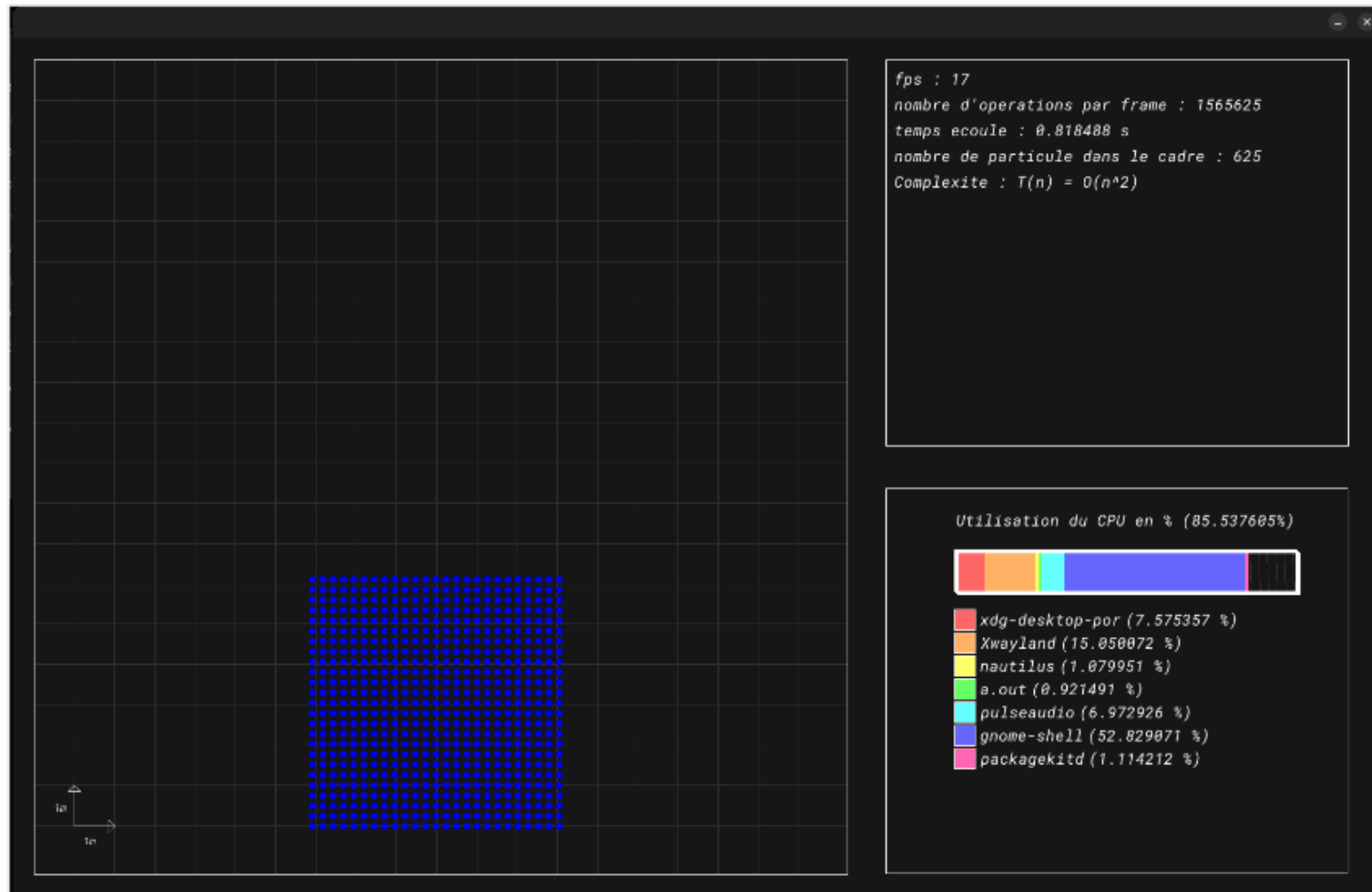
## 4.1 Affichage

Résultats du programme : Pour 625 particules

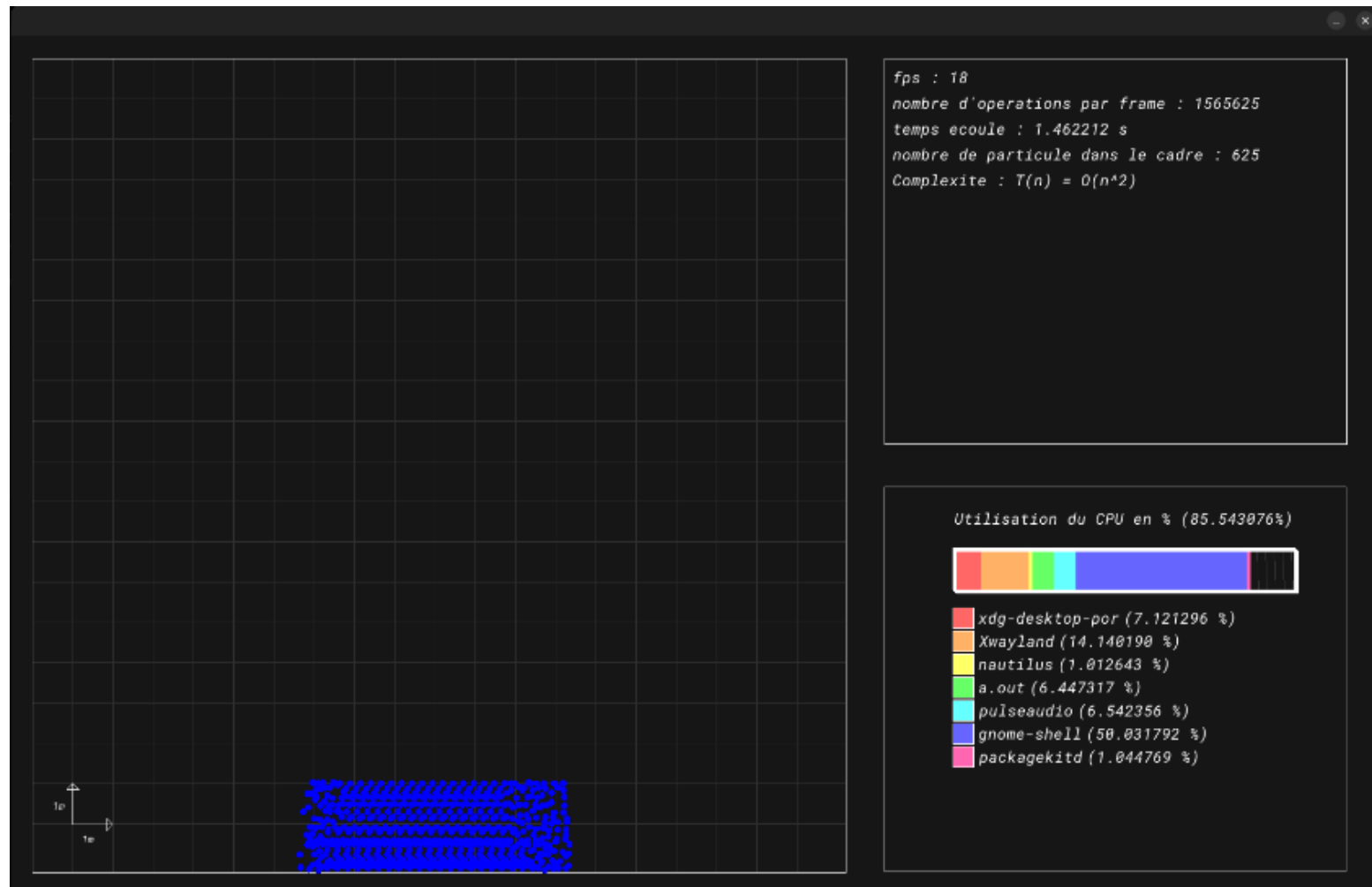




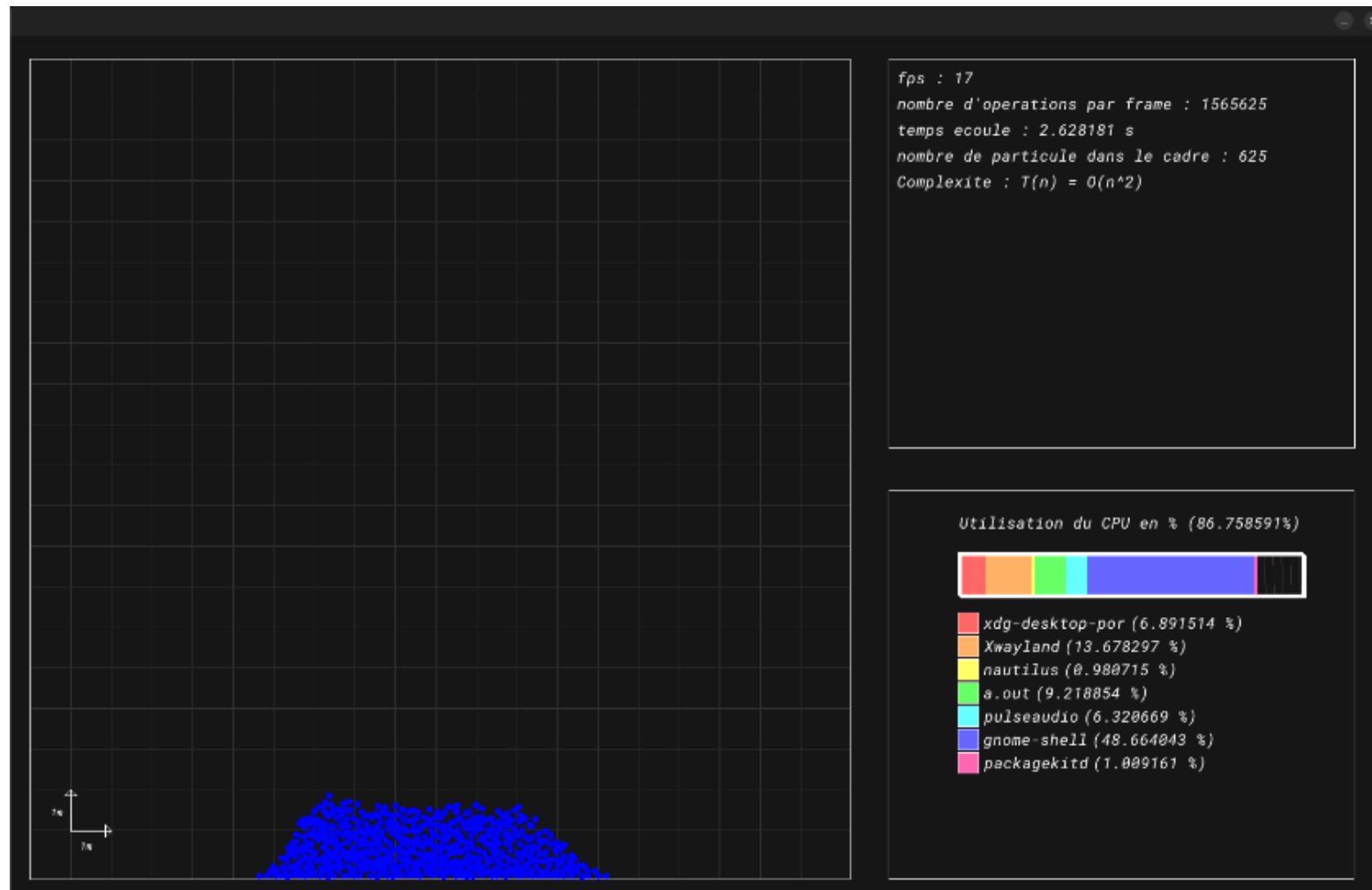
## Résultats du programme : Pour 625 particules



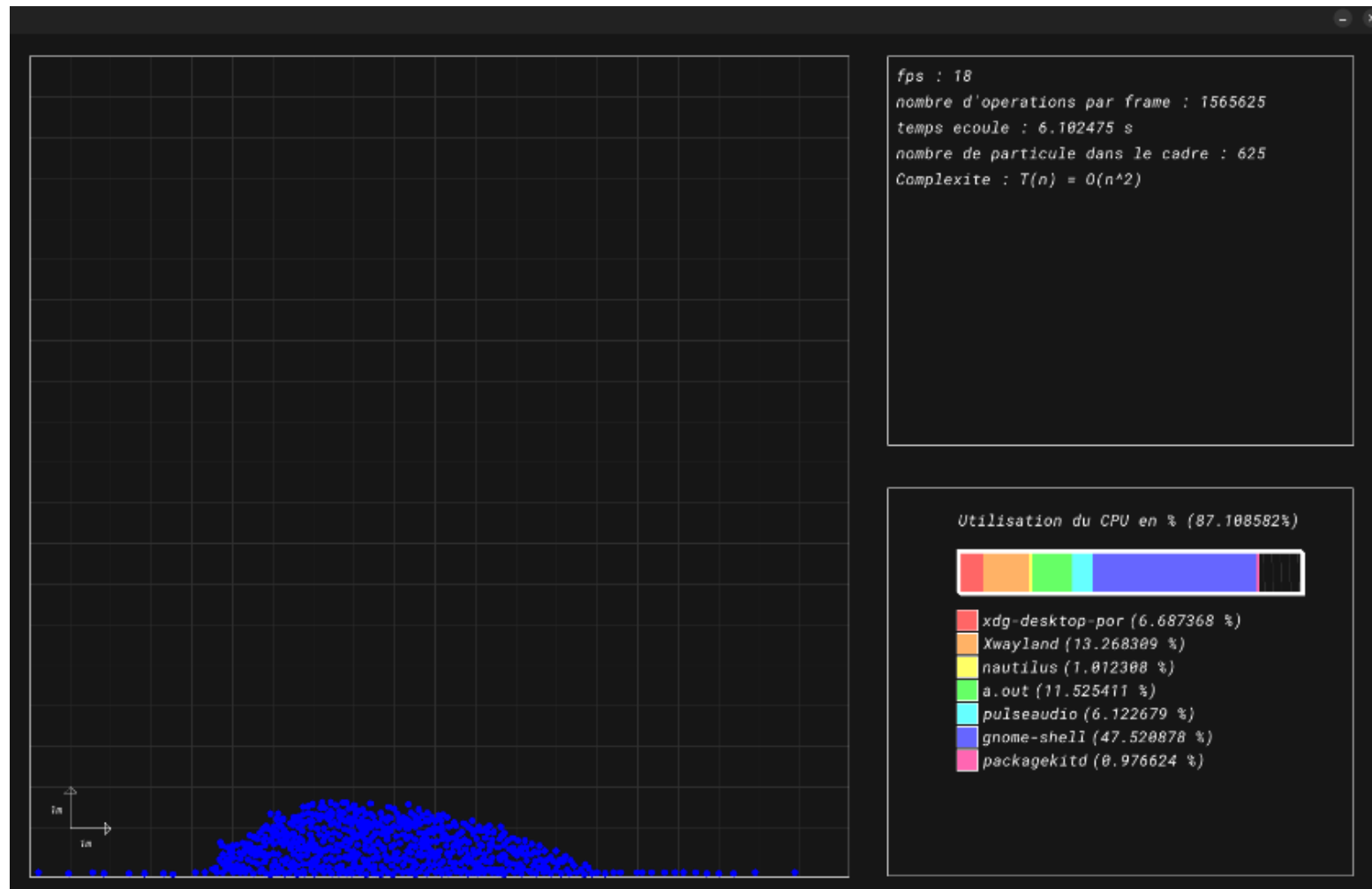
## Résultats du programme : Pour 625 particules



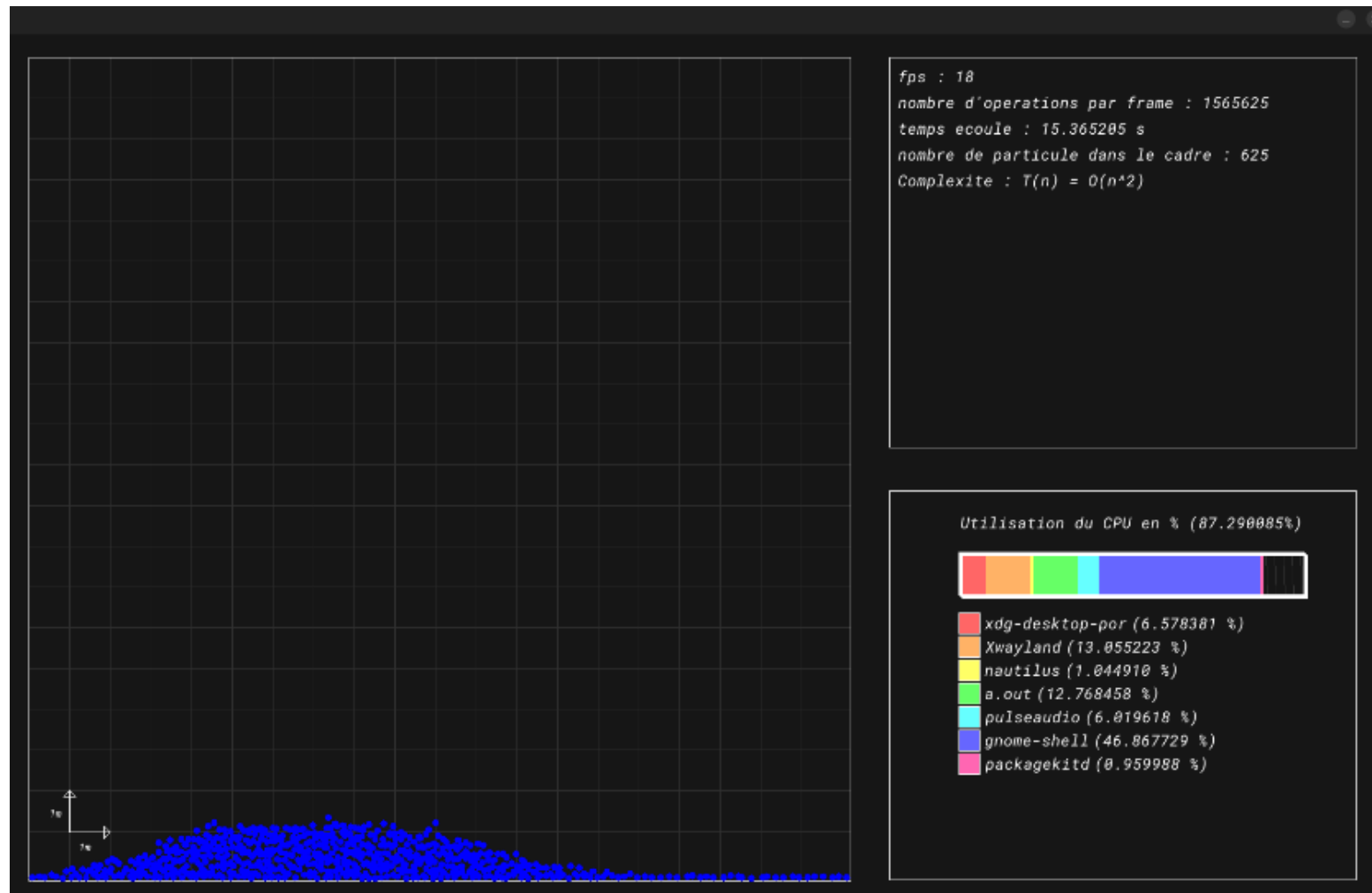
## Résultats du programme : Pour 625 particules



## Résultats du programme : Pour 625 particules



## Résultats du programme : Pour 625 particules



---

## 4.2 Performance

Pour notre simulation avec 625 particules, on a les statistiques suivantes :

- Une complexité en  $O(n^2)$  avec environ 1 500 000 calculs par image
- Une moyenne de 30 fps
- Une utilisation du CPU d'environ 25

---

## Objectifs futurs :

- Ajout de nouvelles forces (force de tension de surfacique , ... )
- Réaliser un rendu en 3D
- Diminuer le nombre de calcul par image en optimisant le programme

---

Merci de nous avoir écouté