

# Analizador Espectral

Carla dos Santos Santana, Rafael da Silva Macêdo  
UEFS – Universidade Estadual de Feira de Santana  
Av. Transnordestina, s/n, Novo Horizonte  
Feira de Santana, Bahia, Brazil, 44036-900  
Email: {carla.ecomp, 3011rafael}@gmail.com

**Resumo**—Esse relatório consiste no estudo para elaboração de um analisador espectral de sinais de áudio em tempo real. Para essa elaboração foi necessário aprofundar nas relações de Fourier e utilização do software MATLAB para construção do analisador.

**Index Terms**—analisador espectral, espectro, Fourier, DFT.

## I. INTRODUÇÃO

Uma das importantes funções do processamento de sinais é evidenciar componentes ou parâmetros dos sinais para melhor estudo e análise deste. Um exemplo clássico disso é um analisador espectral para áudio. Através da transformada de Fourier, ele é capaz de separar o sinal do áudio, que é um sinal contínuo aperiódico, em coeficientes de magnitude e fase.

O objetivo desse trabalho é desenvolver um analisador espectral que seja capaz de apresentar as componentes da magnitude em função da frequência de um sinal de áudio em tempo real.

Para o desenvolvimento do analisador, foi utilizado o software MATLAB, e discutido em grupo e detalhado na Seção II conceitos importantes para entender o funcionamento do analisador. Na Seção III, é descrita a metodologia utilizada para o desenvolvimento do analisador, e na Seção IV descrevemos e discutimos os resultados encontrados. Esse relatório se finaliza com a seção de conclusão.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### A. Relações de Fourier

Essa etapa irá descrever as relações de Fourier para tempo discreto mostradas abaixo :

- DFS (Discrete Fourier Series do inglês Serie discreta de Fourier)
- DTFT (Discrete Time Fourier Transform do inglês Transformada do tempo discreto de Fourier)
- DFT (Discrete Fourier Transform do inglês Transformada discreta de Fourier)
- FFT (Fast Fourier Transform do inglês Transformada rápida de Fourier)

1) *DFS*: Um sinal  $x[n]$  de período  $N_o$  pode ser representado pela série de Fourier em tempo discreto constituída pela soma de senóides harmonicamente relacionadas com frequência fundamental  $\Omega = 2\pi/N_o$  como pode-se ver na equação 1. Haverá  $N_o$  harmônicas independentes com frequências em um intervalo de tamanho  $2\pi$ , pois cada harmônica está separada por  $\Omega$  [1].

$$x[n] = \sum_{k=\langle N_o \rangle} a_k e^{jk\Omega n} \quad (1)$$

$a_k$  são coeficientes da contribuição de cada senoide para a função original e podem ser determinados pela equação 3.

$$a_k = \frac{1}{N_o} \sum_{n=\langle N_o \rangle} x[n] e^{-jk\Omega n} \quad (2)$$

2) *DTFT*: Na Seção (II-A1) representamos um sinal discreto periódico pela soma de exponenciais de duração finita. Considerando agora um sinal discreto não periódico  $x[n]$  podemos descrevê-lo através da soma contínua de duração infinita de exponenciais. Isso ocorre porque podemos considerar que o sinal representado na equação 1 possuirá período infinito [1].

$$\lim_{N_o \rightarrow \infty} x_{N_o}[n] = x[n] \quad (3)$$

A transformada de Fourier em tempo discreto será dada pelas equação 4 e 5.

$$X(e^{j\Omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} \quad (4)$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega. \quad (5)$$

Vale ressaltar algumas características específicas da DTFT:

- $X(e^{j\Omega})$  mesmo sendo a transformada de um sinal discreto, ela é contínua pois sua variável  $\Omega$  pode assumir qualquer valor entre  $-\infty$  e  $\infty$  [2].
- O espectro de Fourier é uma função periódica de  $\Omega$  com período  $2\pi$

A segunda característica pode ser confirmada através da demonstração em 6.

$$\begin{aligned} X(\Omega + 2\pi) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega+2\pi)n} \\ X(\Omega + 2\pi) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega)n} e^{-j(2\pi)n} \\ X(\Omega + 2\pi) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\Omega)n} = X(\Omega) \\ X(\Omega + 2\pi) &= X(\Omega) \end{aligned} \quad (6)$$

Recordando que  $e^{-j(2\pi)}$  é igual a 1 devido a relação em 7

$$e^{-j2\pi} = \cos(2\pi) + j\sin(2\pi) = 1 + j0 = 1 \quad (7)$$

3) *DFT e FFT*: Com um sinal não periódico discreto finito  $x[n]$  de tamanho  $N$ , considera-se que ele é um período de um sinal periódico  $\tilde{x}[n]$  como pode ser exemplificado na Figura 1.

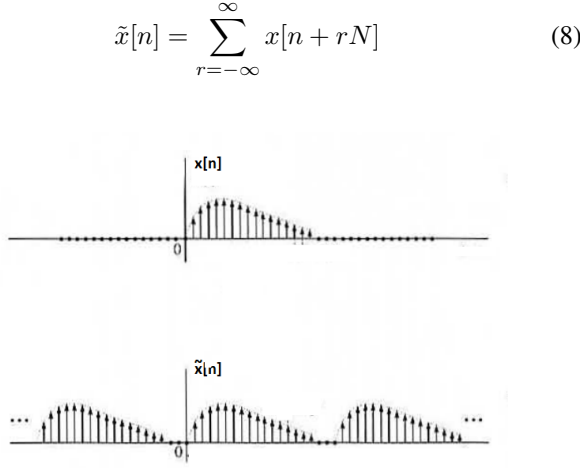


Figura 1. Relação entre  $x[n]$  e  $\tilde{x}[n]$  [1]

Logo a transformada de  $x[n]$  será a série de  $\tilde{x}[n]$  com período igual a  $N$  como é mostrado nas equações 9 e 10

$$\tilde{X}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] e^{-jkn(\frac{2\pi}{N})} \quad (9)$$

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{jkn(\frac{2\pi}{N})} \quad (10)$$

A FFT é um algoritmo desenvolvido por Cooley e Tukey em 1965 para executar a DFT em menor tempo [1]. Ele reduz a ordem dos cálculos de  $N^2$  para  $N \log N$ . Para calcular a equação 9 são necessário  $N$  multiplicações complexas e  $N-1$  somas complexas. Logo para um sinal muito grande fica inviável a execução do cálculo.

### B. Analisador espectral e suas etapas

Analisadores espectrais são instrumentos utilizados para realização da análise de sinais no domínio da frequência. Esta análise, normalmente, é realizada através da visualização gráfica das harmônicas que compõem o espectro do sinal analisado. Bonfim (2003) [3] define que um analisador de espectro “é essencialmente um receptor de rádio passivo, com uma interface gráfica (display) para a análise e medida do sinal no domínio da frequência. Os analisadores de espectros indicam geralmente a informação contida no sinal de forma direta, tais como a tensão, a potência, o período e a frequência”.

Os analisadores espectrais podem ser comparados a osciloscópios, visto que ambos os equipamentos são utilizados para observação do comportamento de sinais. Muitos analisadores de espectro são digitais e utilizam algoritmos rápidos como a FFT do Matlab para decompor os sinais originais no domínio do tempo em suas respectivas componentes no domínio da frequência.

Geralmente, a análise espectral é dividida em 6 etapas: captura (1), filtragem (2), conversão analógico-digital (3), armazenamento (4), cálculo do espectro (5) e exibição do sinal (6). Estas etapas são ilustradas na Figura 2.

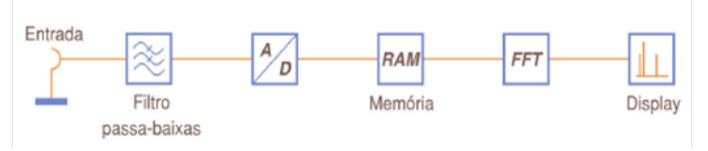


Figura 2. Etapas do analisador espectral

O bloco identificado por “Entrada” simula a primeira etapa do processo e o equipamento responsável pela obtenção do sinal. Na análise de sinais de áudio, o módulo de captura pode ser representado por um microfone, para obtenção do sinal no domínio do tempo.

A segunda etapa é representada pelo filtro passa-baixas que é responsável pelo janelamento retangular do sinal original no domínio do tempo, determinando a seção a ser processada. Esta etapa recebe como entrada o sinal total obtido pelo equipamento de captura, realiza o janelamento e transmite à próxima etapa uma parte do sinal original que representa uma porção do sinal original, ou seja, esta etapa limita o sinal na banda de frequência desejada.

O janelamento de sinais é uma técnica que pode aumentar as características espectrais do sinal amostrado [4]. Quando se obtém um sinal geralmente analisa-se uma parte dele para se obter um sinal finito, essa obtenção se dá através do janelamento retangular. O janelamento consiste na multiplicação do sinal no domínio do tempo pelo sinal da janela, isso no domínio da frequência ocorrerá uma convolução do sinal original com o sinal da janela, como pode ser visualizado na Figura 3.

O janelamento causa mudanças no sinal quando analisado no domínio da frequência, devido a convolução. Um sinal que na frequência que deveria se aproximar de um impulso se torna uma elevação com largura considerável (chamada de lóbulo principal) acompanhada de elevações nas frequências próximas (chama-se de lóbulos laterais). A medida que mede o quanto os lóbulos laterais diminuem no decorrer das frequências chama-se taxa de rolloff. Esses efeitos podem ser analisados na Figura 3.

O lóbulo principal largo causa o efeito do espalhamento espectral e quando ocorre os lóbulos laterais chama-se esse efeito de vazamento espectral. Para diminuir o espalhamento espectral basta aumentar a largura da janela, pois isso garante que uma maior parte do sinal será capturada. No caso do efeito de vazamento espectral, para atenuá-lo precisa-se escolher a janela adequada para o problema. Na Figura 4 mostra a relação de cada janela e suas características.

A terceira etapa da análise espectral é expressa por um conversor analógico-digital que realiza a conversão do sinal original contínuo no tempo em um sinal equivalente discreto no tempo, ou seja, realiza a discretização ou amostragem

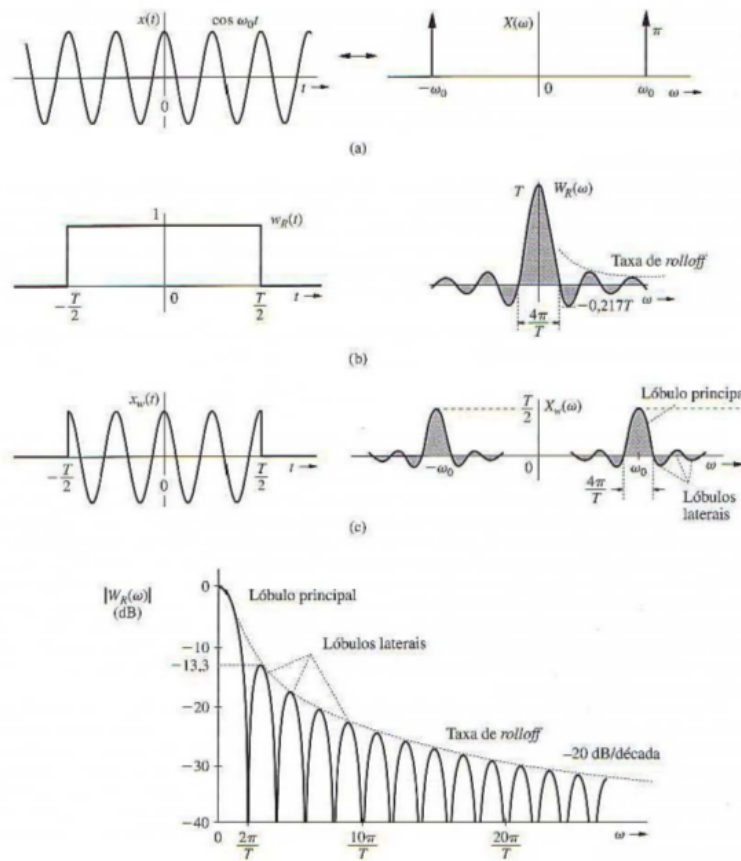


Figura 3. Janelamento e seus efeitos [1]

Janela $w(t)$	Largura do lóbulo principal	Taxa de rolloff (dB/oct)	Nível do pico do lóbulo lateral (dB)
Retangular: $\text{ret}\left(\frac{t}{T}\right)$	$\frac{4\pi}{T}$	-6	-13,3
Bartlett: $\Delta\left(\frac{t}{2T}\right)$	$\frac{8\pi}{T}$	-12	-26,5
Hanning: $0,5 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]$	$\frac{8\pi}{T}$	-18	-31,5
Hamming: $0,54 + 0,46 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$	$\frac{8\pi}{T}$	-6	-42,7
Blackman: $0,42 + 0,5 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)$	$\frac{12\pi}{T}$	-18	-58,1
Kaiser: $\frac{I_0 \left[ \alpha \sqrt{1 - 4 \left( \frac{t}{T} \right)^2} \right]}{I_0(\alpha)}$ $0 \leq \alpha \leq 10$	$\frac{11,2\pi}{T}$	-6	-59,9 ( $\alpha = 8,168$ )

Figura 4. Tipos de Janelas e suas características [1]

do sinal. Esse passo transfere, ao próximo, a seção do sinal original discretizado no tempo. A conversão A/D é de suma importância, pois é com o resultado desta etapa que é possível realizar o processamento de sinais contínuos no tempo em processadores digitais de sinais.

A quarta etapa funciona como um suporte à quinta, pois esta apenas realiza o armazenamento temporário da amostra do sinal a ser processada e a transmite para o algoritmo de

obtenção do espectro do sinal (quinta etapa).

A quinta etapa pode ser classificada como a de maior influência para o analisador espectral. Esta é responsável pela obtenção (cálculo) das componentes de frequência que compõem o espectro do sinal original. Nos analisadores digitais, essa etapa é construída com a utilização de funções rápidas, como, por exemplo, a FFT do Matlab, que realizam os cálculos da transformada de Fourier.

Na sexta e última etapa é realizada a exibição gráfica do sinal processado, tanto do domínio do tempo quanto da frequência. O resultado desta etapa é o instrumento de análise gráfica dos sinais quanto à sua amplitude no domínio do tempo, amplitude no domínio da frequência, largura de banda ocupada no espectro, entre outros aspectos.

### III. METODOLOGIA

Para a concretização da construção do analisador espectral, o processo dividiu-se basicamente em 3 (três) etapas: referencial teórico (1), implementação (2) e realização de testes (3). Estas fases não foram necessariamente executadas sequencialmente e uma única vez durante o desenvolvimento.

Na primeira etapa foi necessário a familiarização com as temáticas envolvidas no projeto. A fase de referencial teórico foi consumada com a discussão e compreensão de assuntos relacionados à análise espectral. Na segunda fase foi necessária a pesquisa por funções nativas do Matlab destinadas ao processamento de sinais de áudio e a catalogação das mesmas, além da implementação do código. Já a terceira fase serviu para comprovação do funcionamento propício do analisador construído e realização de ajustes.

### IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para a construção do analisador espectral, foi utilizado o Matlab e algumas de suas funções para manipulação de áudios, exibição de gráficos e para cálculo dos coeficientes de frequência de sinais. O analisador construído realiza a captura do sinal ambiente em tempo real e atualiza os gráficos de análise a uma determinada taxa de atualização que permite a avaliação dos mesmos.

A primeira etapa do código realiza a captura do sinal utilizando função `audiorecorder` do Matlab. Esta função recebe três parâmetros, os quais são: a frequência de amostragem (`fa`), a quantidade de bits por amostra (`nbits`) e o número de canais de captura (`nCanais`). Sua sintaxe é: `audiorecorder(fa, nbits, nCanais)`. No código implementado utilizou-se uma de frequência de amostragem de 8000 Hz, 8 bits por amostra e um canal de entrada, estes valores podem ser alterados facilmente no código. Em colaboração à função `audiorecorder` utilizou-se a função `recordblocking` para realizar o janelamento do sinal de entrada definindo a quantidade de tempo de gravação, no nosso caso 5 segundos. Após o janelamento, o sinal capturado é armazenado em um vetor utilizando a função `getaudiodata`. A Figura 5 apresenta a seção do código responsável pela captura, janelamento e armazenamento do sinal a ser analisado.

```

Fs = 8000;
nBits = 8;
t = 2;
recObj = audiorecorder(Fs, nBits, 1);
recordblocking(recObj, t);
myRecording = getaudiodata(recObj);

```

Figura 5. Captura, janelamento e armazenamento do sinal de áudio

Para a exibição do sinal utilizou-se a função `stem` do Matlab que gera o gráfico do sinal discreto. No gráfico no domínio do tempo, o sinal é exibido obedecendo a frequência de amostragem e a faixa de janelamento definidas nas funções `audiorecorder` e `recordblocking` detalhadas anteriormente. A faixa do domínio do tempo foi definida de 0 a 5 segundos com amostras espaçadas a  $1/F_s$  (o inverso da frequência de amostragem), ou seja, intervalos iguais ao período de amostragem. A Figura 6 exibe como exemplo um gráfico da amplitude pelo tempo de um sinal de áudio ambiente capturado durante 5 segundos com frequência de amostragem igual a 8000 Hz.

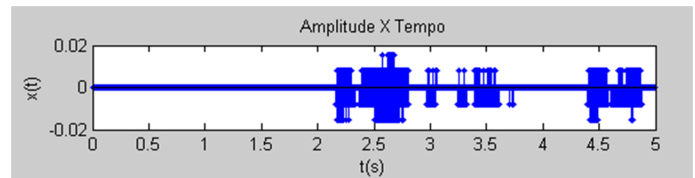


Figura 6. Gráfico do sinal de áudio no domínio do tempo

A principal seção do código do analisador espectral é responsável pelo cálculo dos coeficientes de frequência para o sinal de áudio capturado. Para isto, utilizou-se a função `FFT` (Fast Fourier Transform) do Matlab que possui um algoritmo rápido para cálculo dos coeficientes de frequência. A função `FFT` calcula os coeficientes da transformada discreta de Fourier (DFT) e retorna um vetor de números complexos. A partir do retorno da `FFT`, é possível identificar facilmente o módulo e fase do espectro de frequência do sinal analisado. Para analisar graficamente o espectro de frequência do sinal, deve-se realizar uma operação a fim de gerar o gráfico dos coeficientes no domínio da frequência pelas suas amplitudes, para tal deve levar em consideração a frequência de amostragem e a quantidade de amostras do sinal no domínio do tempo. No trecho de código demonstrado na Figura 7, é realizado o cálculo da DFT, o cálculo da magnitude do espectro utilizando a função `abs` do Matlab e o cálculo da faixa de frequência a ser exibida no gráfico.

```

xw = fft(myRecording);
modulo = abs(xw);
N = length(myRecording);
faixa = [0:N-1];
faixaA = faixa*Fs/N;

```

Figura 7. Cálculo da DFT, magnitude e faixa de frequência

Um exemplo da magnitude do espectro de frequência de um sinal capturado a uma frequência de 8000 Hz pode ser visualizado na Figura 8.

Além do cálculo e exibição da `FFT`, foi utilizada a função `fftshift` própria do Matlab que realiza o deslocamento da `fft` em

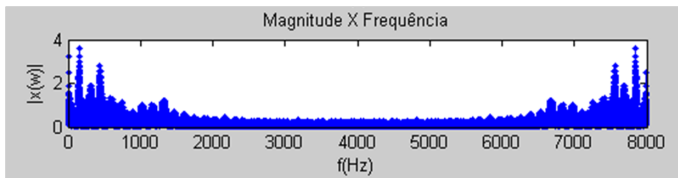


Figura 8. Gráfico da magnitude pela frequência

função da frequência, ou seja, centraliza as componentes de frequência. Com o retorno desta função é possível visualizar a faixa completa do espectro do sinal analisado.

Para realização de testes e calibração do analisador espectral, utilizou-se algumas ferramentas disponíveis, tais como gerador de sinais e analisadores de espectro. Como gerador de sinais e analisador de espectro utilizou-se os aplicativos para android Frequency Sound Generator e o SPL Spectrum Analyzer, respectivamente. Com o gerador de sinais é possível selecionar o tipo de onda do sinal e a frequência desejada. Com isso, foi possível definir algumas frequências e analisar os gráficos gerados pelo analisador de espectro detalhado neste trabalho. Ao mesmo tempo de geração do sinal com o aplicativo, foi possível comparar os resultados entre o aplicativo analisador de espectro e o analisador produzido e, desta forma, validar a confiabilidade do mesmo.

## V. CONCLUSÕES

Este trabalho focou no desenvolvimento de um analisador espectral para áudio em tempo real buscando detalhar o processo de desenvolvimento deste. Houve o estudo aprofundando nas relações de Fourier que são a principal base para analisar um espectro no domínio da frequência. Foi percorrido também a respeito das outras etapas da análise, entre elas encontram-se: amostragem e janelamento.

Para validação do programa desenvolvido utilizou aplicativos já validados para comparar e gerar resultados e assim concluir o nível de qualidade do programa desenvolvido. Percebemos que o programa alcançou os objetivos pedidos que foram os gráficos da magnitude do sinal no domínio da frequência e análise em tempo real.

## REFERÊNCIAS

- [1] B. P. Lathi, *Sinais e Sistemas Lineares-2*. Bookman, 2007.
- [2] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, J. R. Buck *et al.*, *Discrete-time signal processing*. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1989, vol. 2.
- [3] M. Bonfim. (2003) Analisador de Espectros. [Online]. Available: <http://www.eletr.ufpr.br/marlio/medidashf/apostila/apostila2a.pdf>
- [4] S. Andrade. (2007) Técnicas de Janelamento de Sinais. [Online]. Available: <http://laps.ufpa.br/valquiria/pds-graduacao/Material%20de%20apoio/Janelamento.pdf>