

---

# I.I.S. 25 APRILE - FACCIO

## MATEMATICA

Francesco Giuseppe Gillio

7 Novembre, 2024

Classe: \_\_\_\_\_

Studente: \_\_\_\_\_

---

La prova si svolge in 100 minuti, per un massimo di 100 punti.
--

### Sistema di Valutazione

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	20	20	30	15	15	100
Score:						

1. Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

(a) (5 points)  $2^{x+1} = 16$

**Solution:**  $16 = 2^4$ , quindi:

$$2^{x+1} = 2^4 \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

**Conclusion:**  $x = 3$

(b) (5 points)  $3^{2x-1} = \frac{1}{27}$

**Solution:**  $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ , quindi:

$$3^{2x-1} = 3^{-3} \Rightarrow 2x - 1 = -3 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

**Conclusion:**  $x = -1$

(c) (5 points)  $\sqrt{5^{2x+3}} = 25$

**Solution:**  $\sqrt{5^{2x+3}} = 5^{\frac{2x+3}{2}}$  e  $25 = 5^2$ , quindi:

$$5^{\frac{2x+3}{2}} = 5^2 \Rightarrow \frac{2x+3}{2} = 2 \Rightarrow 2x+3 = 4$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

**Conclusion:**  $x = \frac{1}{2}$

(d) (5 points)  $4^{x+1} = \sqrt{2^{3x+4}}$

**Solution:**  $4 = 2^2$  e  $\sqrt{2^{3x+4}} = 2^{\frac{3x+4}{2}}$ , quindi:

$$(2^2)^{x+1} = 2^{\frac{3x+4}{2}} \Rightarrow 2^{2(x+1)} = 2^{\frac{3x+4}{2}} \Rightarrow 2x+2 = \frac{3x+4}{2}$$

$$4x+4 = 3x+4 \Rightarrow x = 0$$

**Conclusion:**  $x = 0$

2. Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

(a) (5 points)  $5^x \leq 125$

**Solution:**  $125 = 5^3$ , quindi:

$$5^x \leq 5^3 \Rightarrow x \leq 3$$

**Conclusion:**  $x \leq 3$

(b) (5 points)  $3^{x+2} > 27$

**Solution:**  $27 = 3^3$ , quindi:

$$3^{x+2} > 3^3 \Rightarrow x+2 > 3 \Rightarrow x > 1$$

**Conclusion:**  $x > 1$

(c) (5 points)  $9^{x+1} \leq 3^{3x-2}$

**Solution:**  $9 = 3^2$ , quindi:

$$(3^2)^{x+1} \leq 3^{3x-2} \Rightarrow 3^{2(x+1)} \leq 3^{3x-2}$$

$$2x+2 \leq 3x-2 \Rightarrow -x \leq -4 \Rightarrow x \geq 4$$

**Conclusion:**  $x \geq 4$

(d) (5 points)  $2^{2x+1} - 2^x \cdot 4 > 0$

**Solution:**  $4 = 2^2$ , quindi:

$$2^{2x+1} - 2^x \cdot 2^2 > 0 \Rightarrow 2^{2x+1} - 2^{x+2} > 0$$

$$2^x(2^{x+1} - 2^2) > 0 \Rightarrow 2^{x+1} - 2^2 > 0$$

$$2^{x+1} > 2^2 \Rightarrow x+1 > 2 \Rightarrow x > 1$$

**Conclusion:**  $x > 1$

3. Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado:

(a) (10 points)  $x^2 - 4x + 3 > 0$

**Solution:**

Per risolvere la disequazione ricerchiamo le radici dell'equazione  $x^2 - 4x + 3 = 0$ :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 3, \quad x_2 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 1$$

L'espressione  $x^2 - 4x + 3$  rappresenta una parabola con concavità verso l'alto (poichè il coefficiente di  $x^2$  è positivo), quindi:

$$x^2 - 4x + 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

**Conclusion:**  $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

(b) (10 points)  $\frac{x+1}{x-2} \geq 0$

**Solution:**

Per risolvere la disequazione ricerchiamo gli intervalli in cui il rapporto tra i segni di numeratore e denominatore è maggiore o uguale a zero:

- numeratore:  $x + 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq -1$
- denominatore:  $x - 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > 2$

	$x < -1$	$-1 < x < 2$	$2 < x$
$x + 1$	-	+	+
$x - 2$	-	-	+
	+	-	+

$$\Rightarrow \quad x \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$$

**Conclusion:**  $x \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$

(c) (10 points)  $\frac{x-3}{x^2-9} < 0$

**Solution:**

Per risolvere la disequazione ricerchiamo gli intervalli in cui il rapporto tra i segni di numeratore e denominatore è maggiore o uguale a zero:

- numeratore:  $x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$
- denominatore:  $x^2 - 9 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

	$x < -3$	$-3 < x < 3$	$3 < x$
$x - 3$	-	-	+
$x^2 - 9$	+	-	+
	-	+	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -3)$$

**Conclusione:**  $x \in (-\infty, -3)$

4. (15 points) Risolvi la seguente disequazione:

$$3^{2x+1} - 5 \cdot 3^x + 4 \leq 0$$

5. (15 points) Risolvi la seguente disequazione:

$$\frac{4^{x+1}}{2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 4} \geq 1$$