"Ödevi başka bir öğrenciden kopyalamadım, çözümlerimi kendim yaptım."

Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

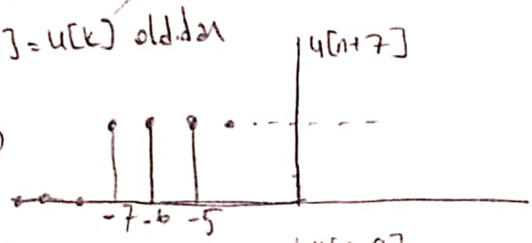
SORU-1 $h[n] = u[n]$, $x[n] = u[n+7] - u[n-9]$

DZD sistemin çıkışı $y[n] = x[n] * h[n]$

$$x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]\,h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]\,h[k]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n-k]\,h[k] = \cdots x[n+2]\cancel{h[-2]}^{0} + x[n+1]\cancel{h[-1]}^{0} + x[n]h[0] + x[n-1]h[1] \cdots$$

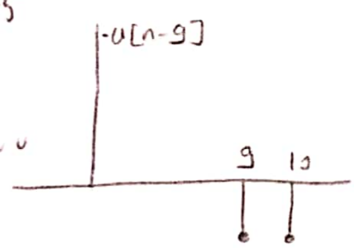
$h[k] = u[k]$ olduğundan



$$\boxed{y[n] = x[n] + x[n-1] + \cdots\cdots} \quad \text{for } n \geq 0$$

$x[n]$ ilk değerini $n=-7$ de aldığından

$$\boxed{y[n] = 0 \ , \ \text{for } n < -7}$$



$y[-7] = x[-7] + \cancel{x[-8]}^{0} \cdots = 1$

$y[-6] = x[-6] + y[-7] = 1+1 = 2$

$y[-5] = x[-5] + y[-6] = 1+2 = 3$

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n \in [-7, 8] \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$y[-4] = 4$

$y[-3] = 5$

$\vdots$

$y[7] = 15$

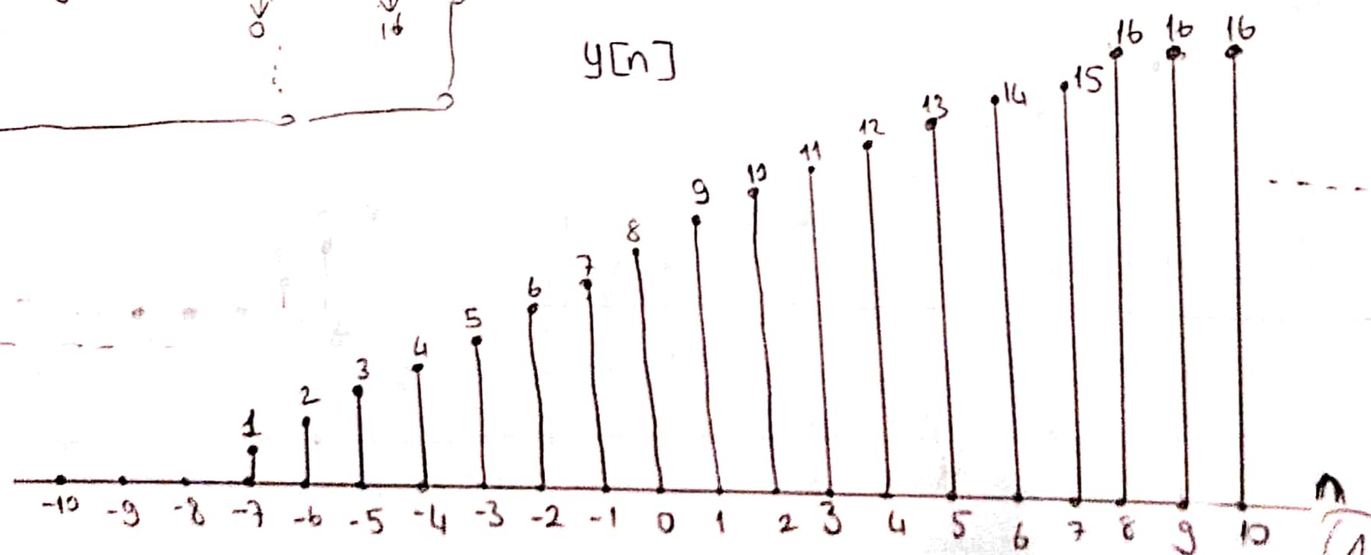
$y[8] = 16 \rightarrow n=8$ değeri $x[n] = 1$ eşitliğini sağlayan son değerdir

$y[9] = x[9] + y[8]$
$\quad\;\; \downarrow \quad\;\; \downarrow$
$\quad\;\; 0 \;\; + \;\; 16$

$$\boxed{y[n] = \begin{cases} 0, & n < -7 \\ n+8, & -7 \leq n \leq 8 \\ 16, & n > 8 \end{cases}}$$

$y[10] = x[10] + y[9]$
$\quad\quad\;\; \downarrow \quad\quad \downarrow$
$\quad\quad\;\; 0 \quad\quad 16$

$\vdots$



SORU-1.2

Abdullah Mentişoğlu
171024001

$h[n] = u[n]$

$y[n] = x[n] + x[n-1] + x[n-2] \ldots$

$y[n-1] = x[n-1] + x[n-2] \ldots$

$y[n] = x[n] + y[n-1]$

$$\boxed{y[n] - y[n-1] = x[n]}$$

$$x[n] = \begin{cases} 1, & -7 \le n \le 8 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sum_{k=0}^{K} a_k\, y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m\, x[n-m]$$

$a_0 = 1$

$a_1 = -1$

$a_2 = 0 \ldots$

$b_0 = 1$

$b_1 = b_2 = \ldots = 0$

$\boxed{n < -7}$

$y[-8] - y[-9] = 0 \rightarrow x[-8]$

$y[-9] - y[-10] = 0$

$\ldots y[-10] = y[-9] = y[-8] = 0$

$\boxed{-7 \le n \le 8}$

$y[-7] - \cancel{y[-8]}^{0} = \underbrace{x[-7]}_{1}$

$\boxed{y[-7] = 1}$

$y[-6] - \underbrace{y[-7]}_{1} = \underbrace{x[-6]}_{1}$

$y[-6] = 2$

$y[-5] - \underbrace{y[-6]}_{2} = \underbrace{x[-5]}_{1}$

$y[-5] = 3$

$y[-4] = 4$

$y[8] = 16$

$\boxed{n > 8}$

$y[9] - y[8] = \cancel{x[9]}^{0}$

$y[9] = y[8]$

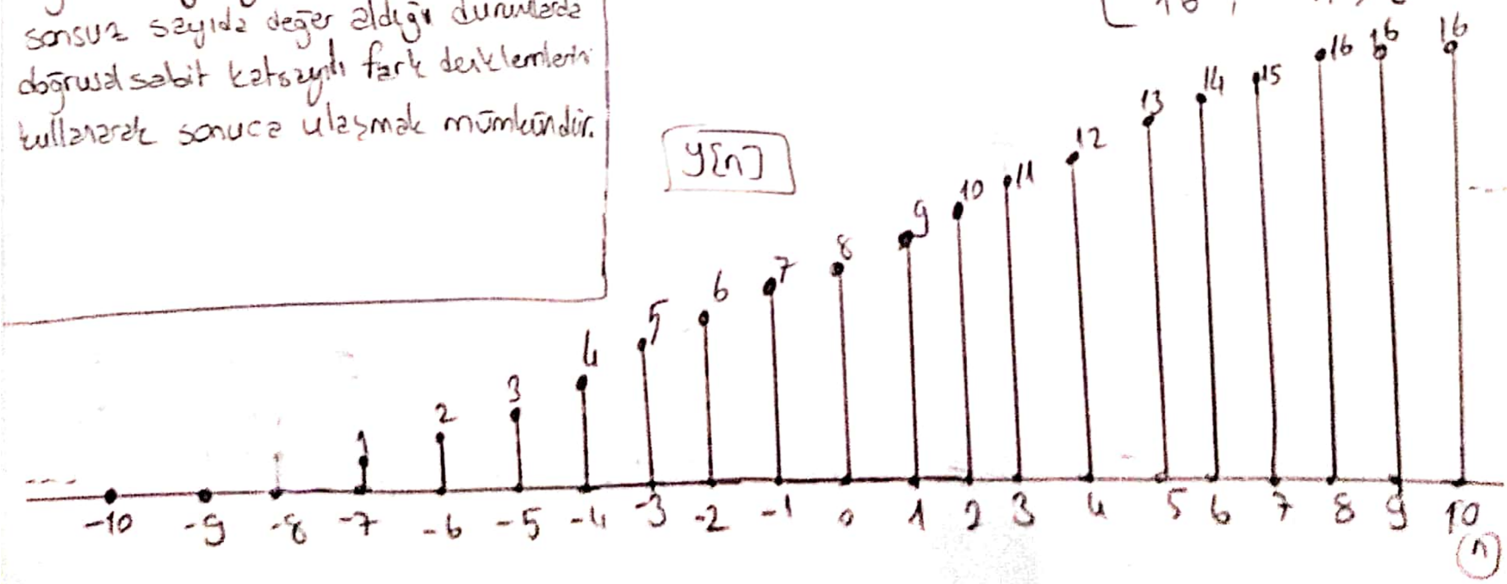
$y[10] = y[9]$

$y[11] = y[10]$

$y[8] = y[9] = \ldots = 16$

$$y[n] = \begin{cases} 0, & n < -7 \\ n+8, & -7 \le n \le 8 \\ 16, & n > 8 \end{cases}$$

Fark denklemleri ve konvolüsyon ile elde edilen iki çıkışın eş-değer olduğu gözlemlendi. h[n]'in sonsuz sayıda değer aldığı durumlarda doğrusal sabit katsayılı fark denklemlerini kullanarak sonuca ulaşmak mümkündür.



Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

SORU-2 Frekans cevabı $H(e^{jw}) = |H(e^{jw})| e^{j\theta}$

$x[n] = \cos(wn+\varphi)$ $\quad y[n] = |H(e^{jw})| \cos(wn+\varphi+\theta)$

$$x[n] = \cos(wn+\varphi) = \frac{e^{j(wn+\varphi)} + e^{-j(wn+\varphi)}}{2} = \underbrace{\frac{1}{2} e^{j(wn+\varphi)}}_{x_1[n]} + \underbrace{\frac{1}{2} e^{-j(wn+\varphi)}}_{x_2[n]}$$

LTI Systems

$x_1[n]$ —— LTI —— $y_1[n]$
$x_2[n]$ —— LTI —— $y_2[n]$
$\Big\}$ $y[n] = y_1[n] + y_2[n]$

$x_1[n]$ ve $x_2[n]$ öz fonksiyon olduklarından konvolüsyon hesabına gerek kalmadan $y_1[n] = H(e^{jw}).x_1[n]$, $y_2[n] = H(e^{jw}).x_2[n]$ olarak yazılabilir.

$$y_1[n] = |H(e^{jw})|.e^{j\theta}.\frac{1}{2}e^{j(wn+\varphi)} = |H(e^{jw})|.\frac{1}{2}.e^{j(wn+\varphi+\theta)}$$

$$y_2[n] = |H(e^{jw})|.e^{j\theta}.\frac{1}{2}.e^{-j(wn+\varphi)} = |H(e^{jw})|.\frac{1}{2}.e^{-j(wn+\varphi+\theta)}$$

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n] = |H(e^{jw})| \left[\underbrace{\frac{e^{j(wn+\varphi+\theta)} + e^{-j(wn+\varphi+\theta)}}{2}}_{\cos(wn+\varphi+\theta)} \right]$$

$$\boxed{y[n] = |H(e^{jw})|.\cos(wn+\varphi+\theta)}$$

Pg.3

Abdullah Memişoğlu
17102 4001

SORU-3

SORU-3A (2.11) $H(e^{jw}) = \dfrac{1-e^{-j2w}}{1+\frac{1}{2}e^{-j4w}}$ $-\pi < w < \pi$

$x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)$, $y[n] = ?$

$x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) = \underbrace{\frac{1}{2j}e^{j\pi n/4}}_{x_1[n]} - \underbrace{\frac{1}{2j}e^{-j\pi n/4}}_{x_2[n]}$

$x_1[n] = \frac{1}{2j}e^{j\pi n/4}$

$x_2[n] = \frac{1}{2j}e^{-j\pi n/4}$

$x_1[n]$ ve $x_2[n]$ öz fonksiyonlardır.

$y_1[n] = x_1[n] . H(e^{jw})$, $y_2[n] = x_2[n] . H(e^{jw})$ $y[n] = y_1[n] - y_2[n]$

$x_1[n]$ için $w_0 = \frac{\pi}{4} \rightarrow y_1[n] = x_1[n] . H(e^{j\pi/4})$

$x_2[n]$ için $w_0 = -\frac{\pi}{4} \rightarrow y_2[n] = x_2[n] . H(e^{-j\pi/4})$

$y_1[n] = \frac{1}{2j} . e^{j\pi n/4} . \left[\underbrace{\frac{1-e^{-j2\pi/4}}{1+\frac{1}{2}e^{-j4\pi/4}}}\right]$

$e^{-j\pi} = \cos(-\pi) + j\,\cancel{\sin(-\pi)}^{0} = -1$

$e^{-j\pi/2} = \cancel{\cos(-\pi/2)}^{0} + j\sin(-\pi/2) = -j$

$\dfrac{1-e^{-j\pi/2}}{1+\frac{1}{2}e^{-j\pi}} = \dfrac{1-(-j)}{1-\frac{1}{2}} = \boxed{2+2j}$

$\boxed{y_1[n] = \frac{1}{2j} . e^{j\pi n/4} . (2+2j)} \longrightarrow \underbrace{\frac{1+j}{j}}_{(1-j)} . e^{j\pi n/4} = \boxed{(1-j) . e^{j\pi n/4}}$

$y_2[n] = \frac{1}{2j} . e^{-j\pi n/4} . \left[\underbrace{\frac{1-e^{j\pi/2}}{1+\frac{1}{2}e^{j\pi}}}_{H(e^{-j\pi/4})}\right] = \frac{1}{2j} . e^{-j\pi n/4} . \left[\frac{1-j}{1+\frac{1}{2}(-1)}\right] = \frac{1}{2j}e^{-j\pi n/4} . (2-2j)$

$e^{j\pi/2} = j$

$e^{j\pi} = -1$

$y_2[n] = \dfrac{2-2j}{2j}e^{-j\pi n/4} = \left(\dfrac{1-j}{j}\right) . e^{-j\pi n/4}$

$(-1-j) . e^{-j\pi n/4}$

$y_1[n] = (1-j)e^{j\pi n/4}$

$y_2[n] = (-1-j)e^{-j\pi n/4}$

$y[n] = y_1[n] - y_2[n] \rightarrow \boxed{-y_2[n] = (1+j)e^{-j\pi n/4}}$

Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

$1-j = \sqrt{2} \cdot e^{-j\pi/4} = \sqrt{2}\cdot\cos(-\pi/4) + j\sqrt{2}\sin(-\pi/4) = 1-j$

$1+j = \sqrt{2}\, e^{j\pi/4} = \sqrt{2}\cdot\cos(\pi/4) + j\sqrt{2}\sin(\pi/4) = 1+j$

$y[n] = \sqrt{2}\cdot e^{-j\pi/4} \cdot e^{j\pi n/4} + \sqrt{2}\cdot e^{j\pi/4} \cdot e^{-j\pi n/4}$

$$y[n] = 2\sqrt{2} \cdot \left(\frac{e^{j(\pi n/4 - \pi/4)} + e^{-j(\pi n/4 - \pi/4)}}{2} \right)$$

$$\boxed{y[n] = 2\sqrt{2}\cos(\pi n/4 - \pi/4)}$$

SORU - 3B $\quad x[n] = \cos(0.2\pi n) \quad H(e^{jw}) = \frac{1 - 1.25e^{-jw}}{1 - 0.8e^{-jw}} = 1 - \frac{0.45e^{-jw}}{1 - 0.8e^{-jw}}$

$w_0 = 0.2\pi \quad H(e^{j0.2\pi}) = \frac{1 - 1.25e^{-j0.2\pi}}{1 - 0.8e^{-j0.2\pi}} = \frac{(-0.0112 - 0.7343j)}{(0.3527 + 0.4702j)} = -1.0102 - 0.7340j$

-0.809

$H(e^{j0.2\pi}) = 1.248 \cdot e^{+j0.628} = 1.248\, e^{+j0.2\pi}$

$x[n] \rightarrow x_1[n]$ ve $x_2[n]$'den oluşan iki adet öz fonksiyondan oluşur. Bu durumda

$x[n] = \cos(0.2\pi n)$ için $y[n] = A\cdot\cos(0.2\pi n + \varphi)$ $\quad A = 1.248$

$\varphi = +0.2\pi$

$$\boxed{y[n] = 1.248\cos(0.2\pi n + 0.2\pi)}$$

SORU-4 2.13

Abdullah MEMİŞOĞLU
17024001

Özfonksiyonlar belirli bir kalıpta olan fonksiyonlardır α^n olarak verilir böylece,

$$\left.\begin{array}{l} a\text{-) } e^{j2\pi n/3} \\ b\text{-) } 3^n \\ e\text{-) } \left(\frac{1}{4}\right)^n \end{array}\right\}$$ özfonksiyonlardır.

Ders kapsamında $e^{jw_0 n}$ olarak verilse de tüm real ve complex sayılar $A.e^{jw_0 n}$ formatında elde edilebileceğinden α^n olarak genellemek mümkün

d şıkkı iki adet özfonksiyonun toplamından oluşur. Belirli bir kalıp oluşturursa da özfonksiyon değildir.

SORU-5 2.32 $X(e^{jw}) = \frac{1}{1-ae^{-jw}}$ $\quad -1<a<0$

ⓐ $Re\{X(e^{jw})\}$ SORU-5A

$X(e^{jw}) = a+bj$ ise real kısım $\frac{X(e^{jw})+X^*(e^{jw})}{2} = a$ değerini verir.

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-ae^{-jw}} + \frac{1}{1-ae^{jw}}\right]$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-ae^{jw}+1-ae^{-jw}}{1-ae^{jw}-ae^{-jw}+a^2} \Rightarrow a = \frac{2-a.(\overbrace{\cos(w)}^{\cos(w)}+j\sin(w)) - a\,(\cos(-w)+j\overbrace{\sin(-w)}^{-\sin(w)})}{1-a(\cos(w)+j\sin(w))-a(\cos(-w)+j\sin(-w))+a^2}$$

$$a = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2-2a\cos(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}\right) \Rightarrow \boxed{a = \frac{1-a\cos(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}}$$

ⓑ $Im\{X(e^{jw})\}$ SORU-5B

$$\frac{a+bj-a-bj}{2j} = b \rightarrow \frac{1}{2j}\left[X(e^{jw}) - X^*(e^{jw})\right]$$

$$b = \frac{1}{2j}\left[\frac{1}{1-ae^{-jw}} - \frac{1}{1-ae^{jw}}\right] = \frac{1}{2j}\left[\frac{1-ae^{jw}-1+ae^{-jw}}{1-2a\cos(w)+a^2}\right] =$$

$$b = \frac{1}{2j}\left[\frac{-a(\cos(w)+j\sin(w)) + a.(\cos(-w)+j\sin(-w))}{1-2a\cos(w)+a^2}\right] = \frac{1}{2j}\left[\frac{-2aj\sin(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}\right]$$

$$\boxed{b = \frac{-a\sin(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}}$$

Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

SORU - 5C

$$|X(e^{jw})| = \sqrt{X(e^{jw}) * X^*(e^{jw})}$$

$$|X(e^{jw})| = \sqrt{\frac{1}{1-ae^{-jw}} \cdot \frac{1}{1-ae^{jw}}} = \sqrt{\frac{1}{1-2a\cos(w)+a^2}} \quad //$$

SORU - 5D

$$\angle X(e^{jw}) = \arctan\left(\frac{Im\{X(e^{jw})\}}{Re\{X(e^{jw})\}}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{-a\sin(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}}{\frac{1-a\cos(w)}{1-2a\cos(w)+a^2}}\right) = \arctan\left(\frac{-a\sin(w)}{1-a\cos(w)}\right)$$

$$\boxed{\angle X(e^{jw}) = \arctan\left(\frac{-a\sin(w)}{1-a\cos(w)}\right)}$$

SORU - 6

SORU - 6A

$$H(e^{jw}) = \frac{1+e^{-j2w}}{1-0.8e^{-jw}} \qquad h[n] = ?$$

$$H_1(e^{jw}) = \frac{1}{1-0.8e^{-jw}} = \underbrace{\sum_{n=0}^{+\infty} (0.8)^n e^{-jwn}}_{eq.1} = \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (0.8)^n . u[n] . e^{-jwn}}_{eq.2}$$

$a_1 = 1$
$r = 0.8e^{-jw}$

eq.1 eşitliği eq.2 formatına getirilir.

$$\underbrace{H_1(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_1[n].e^{-jwn}}_{eq.3}$$ olduğundan

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_1[n].e^{-jwn} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underbrace{(0.8)^n . u[n]}_{h_1[n]} . e^{-jwn}$$

$$\boxed{h_1[n] = (0.8)^n u[n]}$$

$$H_2(e^{jw}) = \frac{e^{-j2w}}{1-0.8e^{-jw}} = e^{-j2w} \cdot \frac{1}{1-0.8e^{-jw}} = \boxed{e^{-j2w} . H_1(e^{jw}) = H_2(e^{jw})} \xrightarrow{F^{-1}}$$

shifting property $\rightarrow h_2[n] = h_1[n-2] \rightarrow h_2[n] = (0.8)^{n-2} u[n-2]$

$$\boxed{h[n] = h_1[n] + h_2[n] = (0.8)^n u[n] + (0.8)^{n-2} u[n-2]}$$

$$H_1(e^{jw}) + H_2(e^{jw}) \xrightarrow{F^{-1}} h_1[n] + h_2[n]$$

SORU-6B

2.36-c

Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

$x[n] = 4 + 2\cos(w_0 n)$ burada $x[n]$ öz fonksiyonlar cinsinden yazılırsa;

$x[n] = 4 \cdot e^{j0 \cdot n} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(e^{jw_0 n} + e^{-jw_0 n}\right)$ $\quad \underbrace{2 \cdot \left[\frac{1}{2}\left(e^{jw_0 n} + e^{-jw_0 n}\right)\right]}$

eigenfunctions ile $y[n]$ kolayca

cos için ders kapsamında verilen

$y[n] = \underbrace{4 \cdot H(e^{j0})}_{I_1} + \underbrace{2 \cdot |H(e^{jw_0})| \cos(w_0 n + \theta)}_{I_2}$ $\quad A \cdot |H(e^{jw_0})| \cos(w_0 n + \phi + \varphi)$ formülü kullanıldı.

$\hookrightarrow \theta = \angle H(e^{jw_0})$

$y[n]$'in soruda verildiği üzere constant olması;

$I_2 = 0$ olmasına bağlıdır. $I_2 = 0$ olması için $|H(e^{jw_0})| = 0$ olması gerekir.

bunun için $\longrightarrow$ $H(e^{jw_0}) \cdot H^*(e^{jw_0}) = 0 = \left(\frac{1 + e^{-j2w}}{1 - 0.8e^{-jw}}\right) \cdot \left(\frac{1 + e^{j2w}}{1 - 0.8e^{jw}}\right) = 0$

$\Rightarrow \left(1 + e^{-j2w_0}\right) \cdot \left(1 + e^{j2w_0}\right) = 0 = 1 + e^{-j2w_0} + e^{j2w_0} + 1 = 0$

$2 + \left(\cos(-2w_0) + j\cancel{\sin(-2w_0)}\right) + \left(\cos(2w_0) + j\cancel{\sin(2w_0)}\right) = 2 + 2\cos(2w_0) = 0$

$\cos(2w_0) = -1 \longrightarrow 2w_0 = \pi \quad \boxed{w_0 = \frac{\pi}{2}}$

$w_0 = \pi/2$ durumunda $I_2 = 0$ olacağından

$y[n] = 4 \cdot H(e^{j0}) = 4 \cdot \left(\frac{1 + e^{-j0}}{1 - 0.8e^{-j0}}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1+1}{1-0.8}\right) = 40$ //

8

CamScanner ile tarandı