



GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY  
ENGINEERING FACULTY  
ELECTRONICS ENGINEERING

**ELEC 218**

**PROBABILITY AND RANDOMNESS**

**HW-TC 04**

Name - Surname	Abdullah Memişoğlu
Student ID	171024001

$$P_2 \rightarrow x \sim N(0, \sigma^2)$$

$$Q_1 \rightarrow A = \frac{1}{10} \text{ için } \boxed{\text{pdf}_x = \frac{1}{10} \cdot e^{-\frac{1}{10}x}} \quad \text{support}(x) = [0, \infty)$$

$$A = \{ \text{5 dakikadan fazla sürmesi} \} \rightarrow P(x > 5) = \int_5^{\infty} \text{pdf}_x dx$$

$$B = \{ \text{15 dakikadan fazla sürmesi} \} \rightarrow P(x > 15) = \int_{15}^{\infty} \text{pdf}_x dx$$

$$B^c = \{ \text{15 dakikadan az sürmesi} \} \rightarrow P(x \leq 15) = \int_0^{15} \text{pdf}_x dx$$

$$P\{B|A\} = \frac{P\{A|B\} \cdot P\{B\}}{P\{A|B\} \cdot P\{B\} + P\{A|B^c\} \cdot P\{B^c\}}$$

$$\begin{aligned} \overline{\{A|B\}} &= \{ \text{15 dk'dan fazla sürdüğü bilindiğine göre 5 dk'dan fazla} \} = 1 \\ \overline{\{A|B^c\}} &= \{ \text{15 dk'dan az sürdüğü bil. göre 5 dk'dan fazla} \} = \int_5^{15} \frac{1}{10} e^{-1/10 x} dx \end{aligned}$$

$$P\{B\} = \int_{15}^{\infty} \frac{1}{10} e^{-1/10 x} = 0 - \left(-\frac{1}{100}\right) \cdot e^{-\frac{15}{10}} = \frac{1}{100} e^{-\frac{15}{10}}$$

$$P\{B^c\} = P\{x \leq 15\} = \frac{1}{100} (1 - e^{-\frac{15}{10}})$$

$$P\{B|A\} = \frac{(1 \cdot e^{-\frac{15}{10}}) \cdot e^{-\frac{15}{10}}}{1 \cdot e^{-\frac{15}{10}} + (e^{-\frac{5}{10}} - e^{-\frac{15}{10}}) \cdot (1 - e^{-\frac{15}{10}})}$$

$$P\{B|A\} = \frac{e^{-15/10}}{e^{-15/10} + (e^{-5/10} - e^{-15/10}) \cdot (1 - e^{-15/10})}$$

$$P\{B|A\} = \frac{e^{-15/10}}{e^{-15/10} + (e^{-5/10} - e^{-15/10}) \cdot (1 - e^{-15/10})}$$



$$Q_2 \rightarrow X \sim N(0, \sigma^2)$$

$$P(X > a) \quad P\{X \geq -a\} \quad P\{X > a\} = P\{X < a\}^c$$

$$\text{Support}(X) = (-\infty, \infty) \quad a > 0$$

$$P\{X < a\} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a \frac{(y - \mu)^2}{2\sigma^2} dy$$

$$1 - P\{X < a\} = P\{X > a\}$$

$$1 - \left( \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a \frac{(y - \mu)^2}{2\sigma^2} dy \right) = P\{X > a\}$$

Q3-1) Her biri bağımsız 5 deneme için binomial RV kullanılır.

$$\begin{aligned} \text{mgf}_Z(t) &= E[\exp(tZ)] = \sum_{k=0}^n \exp(tk) \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot \underbrace{[p \cdot \exp(t)]^k}_x \cdot \underbrace{q^{n-k}}_y = \boxed{[q + p \cdot \exp(t)]^n} \\ &\quad \text{binom açılımından } (x+y)^n \end{aligned}$$

n deneme sayısı = 5

p başarı =  $\frac{6}{10}$ ,  $q = 1 - p = \frac{4}{10}$  o. üzere

$$\boxed{\text{mgf}_Z(t) = [0.4 + 0.6 \cdot \exp(t)]^5} \rightarrow \text{5 deneme için oluşan mgf}$$

Deneme sonucu için Bernoulli RV kullanırsak; (kazanıldığında 1 kaybedildiğinde 0 ise Bernoulli RV)

$$\text{mgf}_Y(t) = \sum_{i=0}^1 \exp(ti) \text{pmf}_X(i)$$

$$= \exp(t \cdot 0)q + \exp(t \cdot 1)p = q + p \cdot \exp(t) = 1 + p[-1 + \exp(t)]$$

$$= \boxed{1 + 0.6[-1 + \exp(t)]} = \text{mgf}_X(t)$$