Q1

Expectation of Exponentially distributed.

$$Pdf_x = \lambda . \exp(-\lambda x)$$

$$E[x] = \int_{1}^{+\infty} x . \lambda . \exp(-\lambda x) dx$$

↳ en az 1 support $(x) = \{1, 2 \dots\}$

$x = u$ $\lambda \exp(-\lambda x) dx = dv$ $uv - \int v du$ $v = -\exp(-\lambda x)$ $du = dx$

$$= -x . \exp(-\lambda x) \Big|_{x=1}^{+\infty} - \underbrace{\left[\int_{1}^{+\infty} [-\exp(-\lambda x)] dx \right]}_{\underbrace{-\frac{1}{\lambda} \exp(-\lambda x) \Big|_{x=1}^{x \to +\infty}}_{x \to +\infty \quad \exp(-\lambda x) \to 0}}$$

$$\exp(-\lambda x) \Big|_{x \to +\infty} = 0$$

$$\underbrace{0 - (-1 . \exp(-\lambda))}_{\exp(-\lambda)}$$

$$0 - \left(-\frac{1}{\lambda} . \exp(-\lambda)\right)$$

$$= E[x] = \exp(-\lambda) + \frac{1}{\lambda} . \exp(-\lambda) = \exp(-\lambda) . \underbrace{\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)}_{\lambda = 0.1}$$

$$\exp(-0.1) . 11 \Rightarrow \underbrace{\boxed{E[x] = 11 . \exp(-0.1)}}_{E[x] = 9.953}$$

Abdullah MENTEŞOĞLU 171024001

HW TC # 06

P2 : A = { 5 bağımsız atışın 3'ü başarılı }

B = { son iki denemede yalnızca 1 başarısızlık bulunması }

$$P\{B|A\} = ? = \frac{P\{B, A\}}{P\{A\}}$$

A ~ Binomial (n = 5, P)

B ~ Binomial (n = 2, P)

$\underbrace{\circ \quad \circ \quad \circ}_{\text{2 başarılı}} \quad \underbrace{\circ \quad \circ}_{\text{1 başarısız, 1 başarılı}}$

$\underbrace{\text{İlk 3 atıştan ikisi}}_{C}$ ve $\underbrace{\text{son 2 atıştan 1'i başarılı}}_{D}$

$$P\{B|A\} = P\{C \cap D\} \overset{\text{independence}}{=\!=} P\{C\} . P\{D\}$$

$$P\{C\} = \sum_{k=2}^{2} \binom{3}{k} . p^k . q^{3-k} = \binom{3}{2} . p^2 . q^{3-2} = \boxed{3p^2q = P\{C\}}$$

$$P\{D\} = \sum_{k=1}^{1} \binom{2}{k} . p^k \, q^{2-k} = \binom{2}{1} . p^1 . q^{1} = \boxed{2pq = P\{D\}}$$

$$P\{B|A\} = P\{C\} . P\{D\} = 6p^3 . q^2 = 6 (0.6)^3 . (0.4)^2 = \underline{0{,}207}$$

Abdullah Memişoğlu 171024001

HW TC #06

Q3 $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\underbrace{\left[x+\sin^5(99x)+6x^3\right]}_{f(x)} \cdot \underbrace{\left[72\sin^2(27x)+61\cos(32x)+x^2\right]}_{g(x)}}_{T(x)} dx$

f(x) tek fonksiyon

g(x) çift fonksiyon

$T(x) = f(x) \cdot g(x) \Rightarrow$ tek fonksiyon

Tek fonksiyon özelliği

M(x) tek fonksiyon olmak üzere

$\displaystyle\int_{-a}^{+a} M(x)\,dx = 0$ (negatif ve poz. alanda altında kalan alanlar eşit)

$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} T(x) = \underline{\underline{0}}$

Abdullah MENTEŞOĞLU 171024001

HW TC #06

Q4 : $\lambda = 7$ (poisson ortalaması)

$E[X] = n.p = \lambda$ $\qquad \{10 \leq X \leq 50\}$

$A = \{-\infty < X \leq 10\}$

$B = \{-\infty < X \leq 50\}$

$\boxed{\{10 < X \leq 50\} = A^c \cap B}$

$B = A \cup \{A^c \cap B\}$ $\qquad P\{B\} \overset{ax.3}{=} P\{A\} + P\{A^c \cap B\}$

$P\{A^c \cap B\} = P\{B\} - P\{A\} = cdf_X(50) - cdf_X(10)$

A = { 120 dolardan fazla gelirmesi }

B = { Araba sayısı 5'ten az }

$P\{B|A\} = \frac{P\{B,A\}}{P\{A\}}$ independent

$$\left.\sum_{k=3}^{5} \exp(-7) \cdot \frac{7^k}{k!}\right\} P\{B\}$$

k=3 (en az 3 araba 50+50+50)

P{B,A} = P{ Araba sayısı 5'ten az iken 120 dolardan fazla gelirmesi }

en az 24 dolar almalı her biri için

$\frac{50-24}{50-10} = 0.65$

$$P\{B|A\} \underset{\text{cond prob}}{\overset{\text{independence}}{=}} \frac{P\{B,A\}}{P\{A\}} = \frac{P\{B\}\,P\{A\}}{P\{A\}} = P\{B\}$$

$$P\{B\} = \sum_{k=3}^{5} \exp(-7) \cdot \frac{7^k}{k!}$$