



GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY
ENGINEERING FACULTY
ELECTRONICS ENGINEERING

ELEC 218
PROBABILITY AND RANDOMNESS
HW_TC_02

Name - Surname	Abdullah Memişoğlu
Student ID	171024001

1.

$$P(X \leq 2 | R_1 + R_2 \leq 6)$$

Given that $R_1 + R_2 \leq 6$ tabloda kutucuklara alınmıştır ve olasılığı

$\frac{15}{36}$ 'dir. bu durumda $X \leq 2$

olduğu durum $\frac{11}{36}$ 'dir böylece;

$$P\{X \leq 2 | R_1 + R_2 \leq 6\} = \frac{11/36}{15/36} = \boxed{\frac{11}{15}}$$

$R_1 \backslash R_2$	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

$$2. E[G] = \sum_{k=1}^{+\infty} k \cdot \text{pmf}_G(k) = \sum_{k=1}^{+\infty} k \cdot q^{k-1} \cdot p$$

$$= \sum_{k=1}^{+\infty} k \cdot q^{k-1} \cdot p = p \cdot \frac{d}{dq} \left(\underbrace{\sum_{k=1}^{+\infty} q^k}_A \right)$$

$$A = \sum_{k=1}^{+\infty} q^k = q + q^2 + q^3 + \dots = q \cdot \underbrace{(1 + q + \dots)}_{\frac{1}{1-q}} = \boxed{\frac{q}{1-q}}$$

$$= p \cdot \frac{d}{dq} \left(\frac{q}{1-q} \right) = p \cdot \left(\frac{(1-q) + q}{(1-q)^2} \right) = p \cdot \frac{1}{(1-q)^2} = \frac{p}{p^2} = \boxed{\frac{1}{p}}$$

$E[G] = \frac{1}{p}$ ise ve yağmur yağma olasılığı $\frac{3}{10}$ ise

$E[G] = \frac{1}{3/10} = \frac{10}{3}$ Yarından itibaren $\frac{10}{3}$ gün sonra ilk yağmur bekler.

★ Bernoulli rastgele değişkeni "discrete random variable" ların özel durumudur. bu rastgele değişkende $p \rightarrow$ başarı $\rightarrow 1$ $q \rightarrow$ başarısızlık $\rightarrow 0$ 'dır. Geometric Random variable ise "bernoulli trials" içerisinde indexi belirler ilk başarılı olduğu an "Geometric Random Variable" ı, belirtir (G)

3a) 5 Penaltı hakkı veriliyor.

$$P\{Y \geq 3\} = \sum_{k=3}^5 Pmf_Y(k) = \sum_{k=3}^5 \binom{5}{k} p^k q^{n-k} \quad n=5 \text{ üzere}$$

$$= \binom{5}{3} p^3 q^2 + \binom{5}{4} p^4 q + \binom{5}{5} p^5 q^0 \quad q=(1-p) \text{ olmak üzere}$$

$$= \boxed{10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5}$$

b)

{En fazla ikisini gole çevirme} = $\{Y \leq 2\}$
 {En fazla ikisini gole çevirememek} = $\{Y \leq 2\}^c = \{2 < Y \leq 5\}$ \rightarrow support (Y)

$$= \sum_{k=3}^5 Pmf_Y(k) = \sum_{k=3}^5 \binom{5}{k} p^k q^{n-k} = \boxed{10p^3(1-p)^2 + 5p^4(1-p) + p^5}$$

$$c) E[Y^k] = \sum_{i=0}^n i^k Pmf_Y(i) = \sum_{i=0}^n i^k \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Sıfırın k'üncü kuvveti \rightarrow $\sum_{i=1}^n i^k \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$
 Sıfır bir y'üncü kuvveti \rightarrow

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$$E[Y^k] = n \cdot p \cdot E[(i+1)^{k-1}] \rightarrow E[Y] = n \cdot p \cdot E[(i+1)^0] = \boxed{n \cdot \left(\frac{n-1}{i-1} \right)}$$

$$= \boxed{5 \cdot p = E[Y]}$$

$$= n \cdot p \cdot E[1] = n \cdot p \rightarrow \text{success prob.}$$

\star expected value = $5 \cdot p$ \star

number of
bernoulli
trials

$$E[Y^2] = n \cdot p \cdot E[(i+1)^1] = n \cdot p \cdot (E[Y] + 1) = n \cdot p \cdot (E[Y] + 1)$$

$$\boxed{E[Y^2] = n \cdot p \cdot ((n-1)p + 1)}$$

① Bir önceki sayfada,

$$E[Y] = n \cdot p, \quad E[Y^2] = n \cdot p \cdot ((n-1)p + 1) \text{ bulundu}$$

$$\text{Var}(Y) = E[Y^2] - [E[Y]]^2 = np(np - p + 1) - (np)^2$$

$$\text{Var}(Y) = \cancel{n^2 p^2} - np^2 + np - \cancel{n^2 p^2} = \underline{\underline{np(1-p)}}$$

$$= \boxed{\text{Var}(Y) = np(1-p)}$$