HW TC # 11

Abdullah MENİŞOĞLU
171024001

Q1: $X(t) = At + N(t)$,

Conditions for WSS

$E[X(t)]$ sabit olmalı.

$R_{xx}(t_1 - t_2) = R(\tau)$ olmalı, $E[X(t)] = E[A(t) + N(t)]$

$= A\,E[t] + \underbrace{E[N(t)]}_{0} \Rightarrow$ constant in time

$E[X(t_1).X(t_2)] = E[(At_1 + N(t_1)).(At_2 + N(t_2))]$

$E[N(t_1)] = E[N(t_2)] = 0$ so

$E[A^2 t_1 t_2] = A^2 \underbrace{E[t_1 t_2]}_{E[X^2(t)]} = A^2 . R_{xx}(0)$

$= A^2 . \frac{N_0}{2\pi} \Delta w$

Abdullah MEMİŞOĞLU
171024001

Q2: $\lambda = \frac{1}{2\,min}$

(a)

$S_k = \sum_{i=1}^{k} T_i$, $S_1 = T_1$ $S_2 = T_1 + T_2$

$P\{S_1 < a = 4, S_2 > b = 8\}$

$= P\{T_1 < a, T_1 + T_2 > b\}$ $\quad Max(T_1) = a^-$ so for max value

$= P\{T_1 < a, T_2 > b - a\}$ $\quad a^- + T_2 > b$, $\underline{T_2 > b - a}$

→ independent from each other.

$= P\{T_1 < 4, T_2 > 4\} = P\{T_1 < 4\} \cdot P\{T_2 > 4\}$

$= P\{S_1 < 4\} \cdot P\{S_2 - S_1 > 4\}$ $\quad S_1 \sim Erlang(\lambda = \frac{1}{2min}, k=1)$

$\overset{cont.\,RV}{=} P\{S_1 < 4\} \cdot (1 - P\{S_2 - S_1 \leq 4\})$ $\quad S_2 - S_1 \sim Erlang(\lambda = \frac{1}{2min}, k=1)$

$cdf_{S_1}(4) = cdf_{S_2 - S_1}(4) = 1 - \underbrace{\sum_{n=0}^{0} \frac{1}{n!} \cdot exp(-\lambda x) \cdot (\lambda x)^n}_{exp(-\frac{1}{2} \cdot 4) = exp(-2)}$

$P\{S_1 < a = 4, S_2 > b = 8\} = exp(-2) \cdot (1 - exp(-2)) =$

$\underbrace{0.135}$ $\cdot (1 - 0.135) = \underline{0.1167}$

Abdullah Mehmetoğlu

Q2.2

(b)

16.00 S_1 S_2 S_3 16.08

$\longleftarrow T_1 + T_2 + T_3 \longrightarrow$

$S_k = \sum_{i=1}^{k} T_i \qquad S_3 = T_1 + T_2 + T_3 \qquad P\{S_3 \le c = 8\,\text{min}\}$

$S_3 \sim \text{Erlang}\left(\lambda = \frac{1}{2\,\text{min}},\ k = 3\right)$

$$P\{S_3 \le c = 8\,\text{min}\} = cdf_{S_3}(8)$$

$$= 1 - \sum_{n=1}^{2} \frac{1}{n!} \cdot \exp(-\lambda x) \cdot (\lambda x)^n$$

$$\boxed{cdf_x(x) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{1}{n!}\, e^{-\lambda x} \cdot (\lambda x)^n}$$

$x \to 8$

$\lambda \to \frac{1}{2\,\text{min}}$

$$= 1 - \sum_{n=1}^{2} \frac{1}{n!} \exp(-4) \cdot (4)^n$$

$$= 1 - \left(1 \cdot \exp(-4) \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot \exp(-4) \cdot 16\right)$$

$$= 1 - (\exp(-4) \cdot 12) = 1 - 0.2197 = \underline{0.7802}$$

Q2.3

(c)

Abdullah Memişoğlu
17102400l

14.00 — S_1 — S_2 — . . . — S_A — 14.00 + a = t

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} T_i \, , \quad S_n = T_1 + T_2 + \cdots T_n$$

$$P\{S_n < d = a \text{ min}\} = ? \qquad S_n = \text{Erlang}\left(\lambda = \frac{1}{2\text{min}}, k = n\right)$$

cont. RV

$$P\{S_n \leq d\} = cdf_{S_n}(d)$$

$$cdf_{S_n}(d) = 1 - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \cdot \exp(-\lambda x) . (\lambda x)^i$$

$$= \boxed{1 - \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \cdot \exp\left(-\frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^i}$$

n should be bigger than zero $n > 0$

a sholld be bigger than zero $a > 0$ so $t > 14.00$

Q3: $A_k \sim Uniform(a_L, a_H)$ $k \in \{1, 2 \dots 32\}$

$S_k \sim Bernoulli(p_{sold})$ $k \in \{1, 2 \dots 32\}$

$V_k \sim Bernoulli(q_{robbed})$ $k \in \{1, 2, \dots 32\}$

$p_{sold} + q_{sold} = 1$, $p_{robbed} + q_{robbed} = 1$

$g(k)$ is gain after kth sales

ilk satış için

$g(1) = A_1 . S_1 . V_1$ (A_1 kazanç miktarını, S_1 satış olup olmadığını, $V_1 \rightarrow$ ilk satışta soyulma durumunu belirtir)

$S_1 = 1$ (satış oldu), $V_1 = 1$ (yağma olmaması) bu durumda $g(1) = A_1$ olacaktır.

$$\boxed{g(k+1) = [g(k) + A_{k+1} . S_{k+1}] . V_{k+1}}$$

$V_{k+1} = 0$ (Pazar yağmalandıysa) $\rightarrow g(k+1) = 0$ $g(k)$ her ne dursa olsun.

$V_{k+1} = 1$ ise yağma olmadıysa $\rightarrow g(k+1) = g(k) + A_{k+1} . S_{k+1}$

bu durumda $g(k+1)$ değeri k. satışa kadar toplanan miktara (k+1). satıştan gelen para eklenerek bulunur. Burada bir koşul daha var $S_{k+1} \rightarrow$ (k+1). satışın gerçekleşmesi gerek tüm koşullar sağlandığında (k+1). satış sonucu eline geçecek para

$g(k+1) = [g(k) + A_{k+1} . S_{k+1}] . V_{k+1}$ ile hesaplanır.

Fitrite olmaması için

for $(k+1) = 2m$ $V_{k+1} = 0$

for $(k+1) = 2m+1$ $V_{k+1} = 1$

} böylece her iki kazançta bir kazanç sıfırlanacaktır.