Abdullah Memişoğlu 171024001 HW TC #05

Q1 : A = { ilk 3 atışta 1 isabet } B = { son 2 atışta 1 isabet }

$P\{A,B\} \xrightarrow{\text{independence}} P\{A\}.P\{B\}$

$A \sim \text{binomial}(n=3, p)$
$B \sim \text{binomial}(n=2, p)$

$P\{A\} = P\{x_1 = 1\} = \sum_{k=1}^{1} \binom{3}{k} . p^k . q^{3-k} = \underline{3.p.q^2}$

$P\{B\} = P\{x_2 = 1\} = \sum_{k=1}^{1} \binom{2}{k} . p^k . q^{2-k} = 2.p.q$

$P\{A,B\} = P\{A\}.P\{B\} = 6p^2.q^3 \xrightarrow{q=1-p} \boxed{6.p^2.(1-p)^3}$

Abdullah MEMİŞOĞLU 171024001 HWTC #05

Q2 Çünkü geometric RV için 1 kez başarılı olduğunda durum sonlanıyor ve herşey başa dönüyor. 2. bir başarı geometrik random variable için söz konusu değil kullanacaksak sistemi resetlemeliyiz.

Q3 (n−1). şekil taşı ile n. şekil taşı arasında geçecek süre $\lambda_n = n^2$ olmak üzere üssel dağılıma sahip sürekli bir olasılıksal değişken.

ek

$$P\{X>n \mid X>n-1\} \overset{\text{def. of cond. prob}}{=} \frac{P\{X>n,\, X>n-1\}}{P\{X>n-1\}} = \qquad \underbrace{\{X>n\} \subset \{X>n-1\}}_{\{X>n\}}$$

$$\frac{P\{X>n\}}{P\{X>n-1\}} = \frac{P\{X\le n\}^c}{P\{X\le n-1\}^c} \overset{A+A^c=E}{=\!=} \frac{1-P\{X\le n\}}{1-P\{X\le n-1\}} \quad \{ \text{cdf}_X(n) \}$$

$$= \frac{1-(1-\exp(-\lambda.n))}{1-(1-\exp(-\lambda(n-1)))} = \frac{\exp(-\lambda.n)}{\exp(-\lambda(n-1))} = \frac{1}{\exp(\lambda)} = \exp(-\lambda)$$

$$1-[1-\exp(-\lambda)) = 1-P\{X\le 1\} = P\{X\le 1\}^c = P\{X>1\}$$

$X \sim \exp(n^2)$

$\text{support}(X) = [0, +\infty)$

$\text{cdf}_X(n) - \text{cdf}_X(n-1) =$

$1-\exp(-\lambda.n) - (1-\exp(-\lambda(n-1))) =$

$\exp^{-n\lambda} \quad -\exp^{-n^3}$

CamScanner ile tarandı

Q_4 $\{2, 4, 6, 8\}$ $\lambda = 6$ for marie

$x = 5$

$A = \{ \quad \}$

$B_1 = \{$ 1. kızı seçme olasılığı $\}$

$B_2 = \{$ 2. " " " $\}$

$B_3 = \{$ Marie " " " $\}$

$B_4 = \{$ 4. " " " $\}$

$$P\{B_3 | A\} \underset{\text{Bayes rule}}{=} \frac{P\{A | B_3\} \cdot P\{B_3\}}{P\{A|B_1\} \cdot P\{B_1\} + P\{A|B_2\} \cdot P\{B_2\} + P\{A|B_3\}P\{B_3\} + P\{A|B_4\} \cdot P\{B_4\}}$$

$P\{B_1\} = P\{B_2\} = P\{B_3\} = P\{B_4\} = \frac{1}{4}$ (all inclusive and mutually exclusive)

$$P\{A|B_3\} = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!}$$

$$P\{A|B_1\} = \frac{e^{-2} \cdot 2^5}{5!}, \quad P\{A|B_2\} = \frac{e^{-4} \cdot 4^5}{5!} \quad P\{A|B_4\} = \frac{e^{-8} \cdot 8^5}{5!}$$

$$= \frac{\cancel{\frac{1}{4}} \cdot \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!}}{\cancel{\frac{1}{4}} \left(\frac{e^{-2} \cdot 2^5}{5!} + \frac{e^{-4} \cdot 4^5}{5!} + \frac{e^{-8} \cdot 8^5}{5!} + \frac{e^{-6} \cdot 6^5}{5!} \right)}$$