Признак д'Аламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2} \qquad \left\{ \frac{u_{n+1}}{u_n} = q \right\} \qquad \begin{cases} q < 1 - \text{сходится} \\ q > 1 - \text{расходится} \\ q = 1 - \text{неопределенность} \end{cases}$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\dfrac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!^2}}{\dfrac{n^n}{n!^2}} = \frac{(n+1)^{n+1}}{n^n} \cdot \frac{n!^2}{(n+1)!^2} =$$

$$= \frac{(n+1)(n+1)^n \cdot n!^2}{n^n (n+1)^2 \cdot n!^2} = \frac{(n+1)^n}{n^n (n+1)} \to \begin{array}{c} q < 1 \\ \text{сходится} \end{array}$$