Урок 6, задание 7

Найти длину x и ширину y прямоугольника при заданном периметре $P = 144$ см, при котором прямоугольник имеет наибольшую площадь S.

$P(144) = 2y + 2x \longrightarrow$ поделим пополам $72 = y + x \longrightarrow$

$\longrightarrow y = 72 - x$

$\boxed{S} (x)$

$S = x(72 - x) = 72x - x^2, \quad x \in N$

$S' = (72x - x^2)' = 72 - 2x \longrightarrow$ найдём стационарные точки, приравняв производную к 0

$72 - 2x = 0 \longrightarrow x = 36$

при $x < 36, S' > 0$, при $x > 36, S' < 0 \Longrightarrow x = 36 -$ точка максимума функции

$S(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет единственную стационарную точку $x = x_0 \Longrightarrow$

$\longrightarrow$ при $x = x_0 -$ точка максимума, то $y_{наиб} = f(x_0)$
$\longrightarrow$ при $x = x_0 -$ точка минимума, то $y_{наим} = f(x_0)$

$\Longrightarrow y_{наиб} = 72 \cdot 36 - 36^2 = 1296$

Ответ: При $P = 144$ см прямоугольник имеет наибольшую площадь $S = 1296$ см2, если стороны $\underline{36 см}$ и $\underline{36 см}$