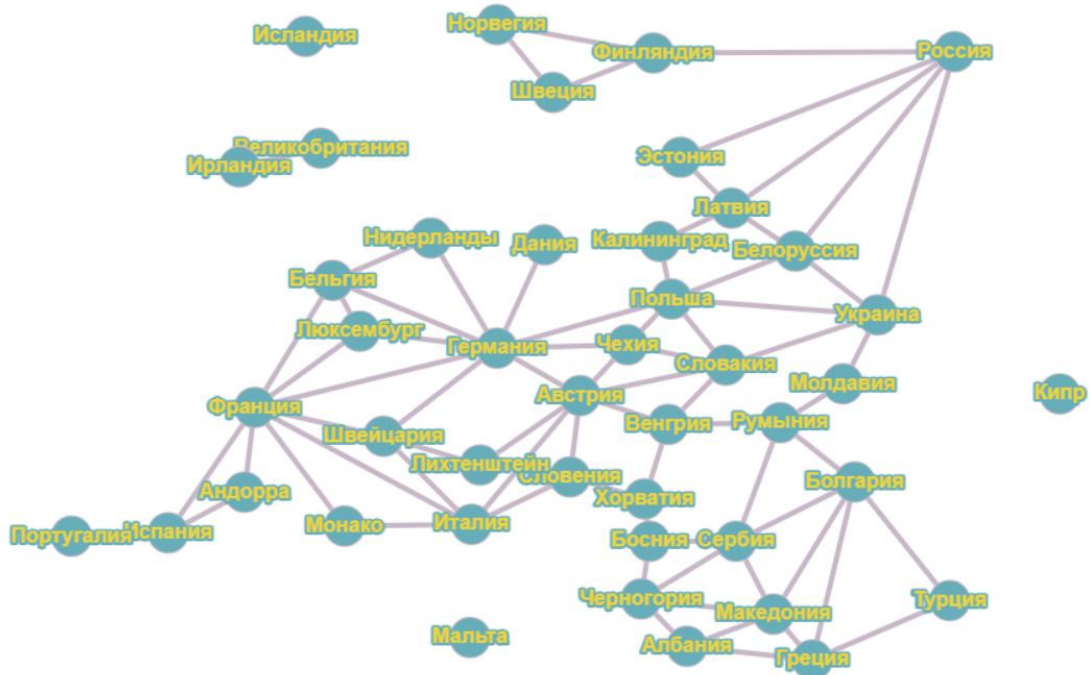


1)

a. G^* : [1]



b.

1. $|V|$ – Кол-во вершин в G^*

$|V| = 44$

2. $|E|$ – Кол-во граней в G^*

$|E| = 73$

3. $\delta(G)$ – вершина с наим. степенью в G

$\delta(G) = 1$ (вер. (Португалия))

4. $\Delta(G)$ – вершина с наиб. Степенью в G

$\Delta(G) = 9$ (вер. (Германия))

5. $R(G)$ – радиус графа – минимальное значение эксцентриситета вершин графа.

$R(G) = 5$ [1]

$D(G)$ – диаметр графа – максимальное значение среди минимальных расстояний между вершинами графа.

$D(G) = 8$ [1]

6. $\text{Girth}(G)$ – минимальный цикл в графе.

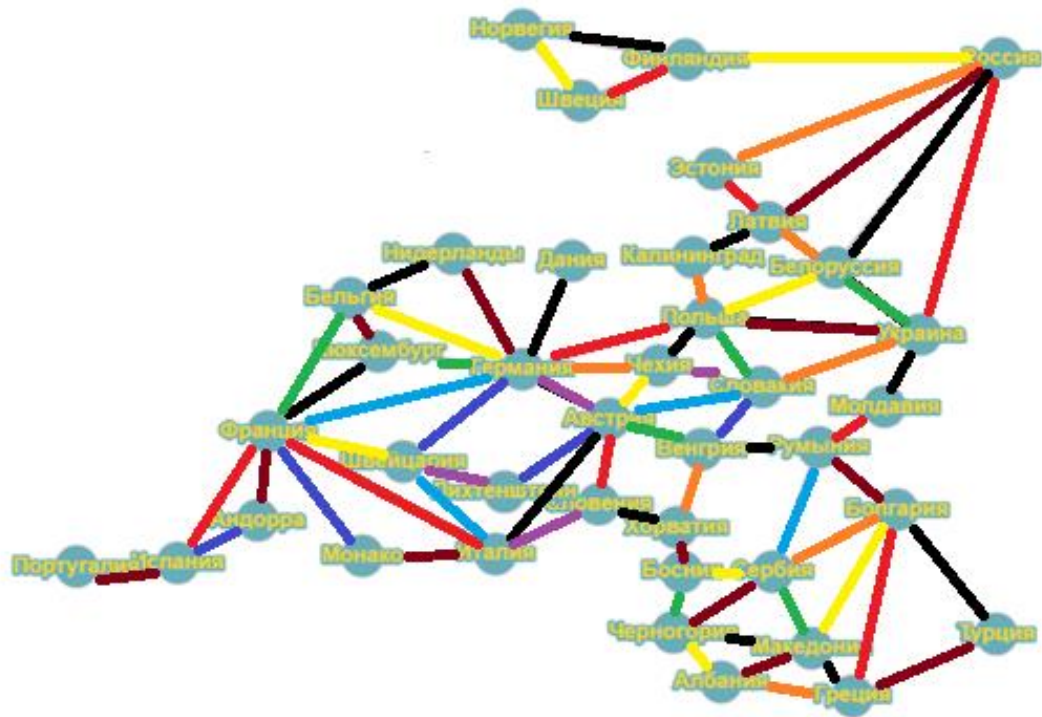
$\text{Girth}(G) = 3$ (Обхват не может быть меньше 3, цикл: Монако->Швеция->Италия->Монако)

7. $\text{Center}(G)$ – вершины с эксцентриситетом равным радиусу.

$\text{Center}(G) = \{\text{Австрия, Венгрия, Словакия, Украина}\}$

8. $\kappa(G)$ – наим. кол-во вершин, которые необходимо удалить для приведения к несвязному или тривиальному виду.

$\kappa(G) = 1$ (Удаление вершины (Испания) => вер. (Португалия) не связана с графом)



e.

Clique – полный подграф.

$\text{maximum clique}(G) = 4$ ({Люксембург, Германия, Франция, Бельгия})

Клика не может быть больше 4, т.к. в таком случае граф не может быть планарным.

f. [2]

Stable set – множество несмежных вершин.

Maximum stable set:

'Сербия', 'Германия', 'Молдавия', 'Белоруссия', 'Словакия', 'Албания', 'Лихтенштейн',
'Андорра', 'Хорватия', 'Швеция', 'Турция', 'Калининград', 'Монако', 'Эстония', 'Португалия'

g. [2]

Matching – множество несмежных граней.

Maximum matching:

('Белоруссия', 'Украина'), ('Швеция', 'Норвегия'), ('Андорра', 'Испания'), ('Швейцария',
'Италия'), ('Австрия', 'Чехия'), ('Нидерланды', 'Бельгия'), ('Сербия', 'Македония'),
'Молдавия', 'Румыния'), ('Эстония', 'Латвия'), ('Калининград', 'Польша'), ('Болгария',
'Турция'), ('Россия', 'Финляндия'), ('Словакия', 'Венгрия'), ('Германия', 'Дания'), ('Греция',
'Албания'), ('Люксембург', 'Франция'), ('Хорватия', 'Босния')

h. [2]

Vertex cover – множество вершин такое, что любая грань инцидента по крайней мере одной вершине из множества.

Minimum vertex cover:

'Россия', 'Финляндия', 'Эстония', 'Латвия', 'Белоруссия', 'Украина', 'Молдавия', 'Калининград', 'Румыния', 'Венгрия', 'Словакия', 'Польша', 'Чехия', 'Германия', 'Дания', 'Австрия', 'Болгария', 'Турция', 'Греция', 'Македония', 'Албания', 'Черногория', 'Сербия', 'Босния', 'Хорватия', 'Словения', 'Италия', 'Нидерланды', 'Бельгия', 'Люксембург', 'Лихтенштейн', 'Швейцария', 'Франция', 'Монако'

i. [2]

Edge cover – множество грани такое, что любая вершина инцидента по крайней мере одной грани из множества.

Minimum edge cover:

'Польша', 'Калининград'), ('Андорра', 'Франция'), ('Германия', 'Дания'), ('Монако', 'Италия'), ('Македония', 'Болгария'), ('Люксембург', 'Бельгия'), ('Испания', 'Португалия'), ('Хорватия', 'Словения'), ('Россия', 'Финляндия'), ('Чехия', 'Словакия'), ('Германия', 'Нидерланды'), ('Сербия', 'Босния'), ('Белоруссия', 'Украина'), ('Австрия', 'Венгрия'), ('Румыния', 'Молдавия'), ('Латвия', 'Эстония'), ('Дания', 'Германия'), ('Албания', 'Черногория'), ('Лихтенштейн', 'Швейцария'), ('Турция', 'Греция'), ('Норвегия', 'Швеция')

j. [1]

Граф можно разделить на 4 Гамильтоновых цикла:

('Португалия', 'Испания', 'Андорра', 'Франция', 'Испания', 'Португалия') Длина = 5.

('Германия', 'Дания', 'Германия') Длина = 2.

('Россия', 'Финляндия', 'Швеция', 'Норвегия', 'Финляндия', 'Россия') Длина = 5.

('Россия', 'Эстония', 'Латвия', 'Калининград', 'Польша', 'Чехия', 'Словакия', 'Венгрия', 'Австрия', 'Лихтенштейн', 'Швейцария', 'Германия', 'Нидерланды', 'Бельгия', 'Люксембург', 'Франция', 'Монако', 'Италия', 'Словения', 'Хорватия', 'Босния', 'Черногория', 'Македония', 'Албания', 'Греция', 'Турция', 'Болгария', 'Сербия', 'Румыния', 'Молдавия', 'Украина', 'Белоруссия', 'Россия') Длина = 31.

Тогда длина кратчайшего пути проходящего через все вершины будет являться суммой длин этих циклов: 43.

k. [5]

Shortest path visiting all vertices:

('Россия', 'Украина'), ('Украина', 'Польша'), ('Польша', 'Германия'), ('Германия', 'Франция'), ('Франция', 'Испания'), ('Испания', 'Португалия'), ('Португалия', 'Испания'), ('Испания', 'Андорра'), ('Андорра', 'Франция'), ('Франция', 'Монако'), ('Монако', 'Италия'), ('Италия', 'Словения'), ('Словения', 'Италия'), ('Италия', 'Франция'), ('Франция', 'Люксембург'), ('Люксембург', 'Бельгия'), ('Бельгия', 'Франция'), ('Франция', 'Швейцария'), ('Швейцария', 'Лихтенштейн'), ('Лихтенштейн', 'Австрия'), ('Австрия', 'Италия'), ('Италия', 'Швейцария'), ('Швейцария', 'Германия'), ('Германия', 'Люксембург'), ('Люксембург', 'Германия'), ('Германия', 'Бельгия'), ('Бельгия', 'Нидерланды'), ('Нидерланды', 'Германия'), ('Германия', 'Дания'), ('Дания', 'Германия'), ('Германия', 'Австрия'), ('Австрия', 'Германия'), ('Германия', 'Чехия'), ('Чехия', 'Австрия'), ('Австрия', 'Словения'), ('Словения', 'Хорватия'), ('Хорватия', 'Босния'), ('Босния', 'Черногория'), ('Черногория', 'Албания'), ('Албания', 'Македония'), ('Македония', 'Албания'), ('Албания', 'Греция'), ('Греция', 'Македония'), ('Македония', 'Черногория'), ('Черногория', 'Сербия'), ('Сербия', 'Болгария'), ('Болгария', 'Сербия'),

('Сербия', 'Македония'), ('Македония', 'Болгария'), ('Болгария', 'Греция'), ('Греция', 'Турция'), ('Турция', 'Болгария'), ('Болгария', 'Румыния'), ('Румыния', 'Сербия'), ('Сербия', 'Босния'), ('Босния', 'Хорватия'), ('Хорватия', 'Венгрия'), ('Венгрия', 'Австрия'), ('Австрия', 'Словакия'), ('Словакия', 'Чехия'), ('Чехия', 'Польша'), ('Польша', 'Словакия'), ('Словакия', 'Украина'), ('Украина', 'Словакия'), ('Словакия', 'Венгрия'), ('Венгрия', 'Румыния'), ('Румыния', 'Молдавия'), ('Молдавия', 'Украина'), ('Украина', 'Белоруссия'), ('Белоруссия', 'Польша'), ('Польша', 'Калининград'), ('Калининград', 'Латвия'), ('Латвия', 'Белоруссия'), ('Белоруссия', 'Россия'), ('Россия', 'Латвия'), ('Латвия', 'Эстония'), ('Эстония', 'Россия'), ('Россия', 'Финляндия'), ('Финляндия', 'Норвегия'), ('Норвегия', 'Швеция'), ('Швеция', 'Финляндия'), ('Финляндия', 'Россия')

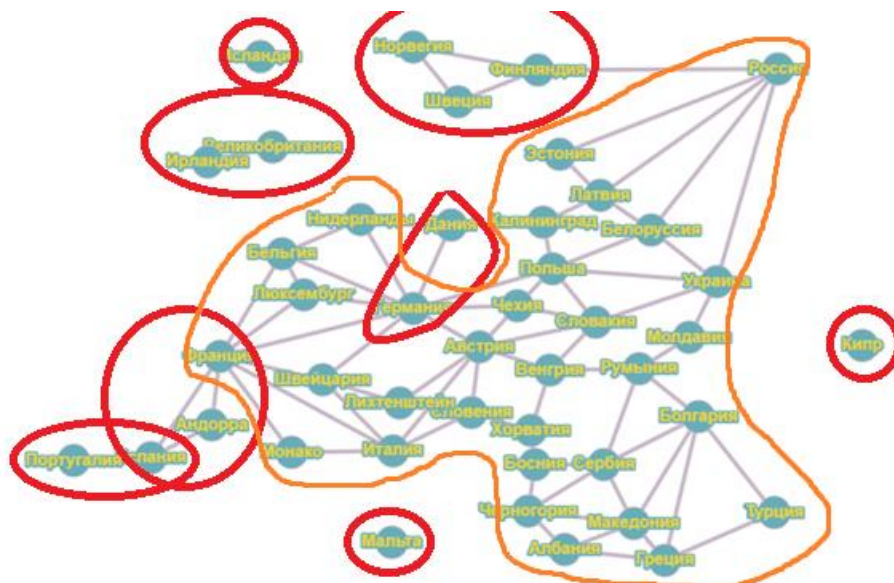
1. [3]

Вершинная двусвязность – две вершины называются вершинно двусвязными, если между ними существует 2 реберно непересекающихся пути.

Список компонент вершинной двусвязности в наибольшем связном подграфе:

{ 'Норвегия', 'Швеция', 'Финляндия' }, { 'Финляндия', 'Россия' }, { 'Дания', 'Германия' }, { 'Португалия', 'Испания' }, { 'Андорра', 'Франция', 'Испания' }, { 'Македония', 'Черногория', 'Нидерланды', 'Венгрия', 'Молдавия', 'Словакия', 'Швейцария', 'Люксембург', 'Украина', 'Сербия', 'Франция', 'Болгария', 'Австрия', 'Латвия', 'Лихтенштейн', 'Греция', 'Эстония', 'Хорватия', 'Словения', 'Турция', 'Россия', 'Албания', 'Румыния', 'Монако', 'Польша', 'Бельгия', 'Босния', 'Германия', 'Белоруссия', 'Чехия', 'Италия', 'Калининград' }

Вместе с островными гос-вами (4) получаем 9.



m. [3]

Реберная двусвязность – отношение реберной двусвязности между u и v существует, если между этими вершинами есть два вершинно непересекающихся пути.

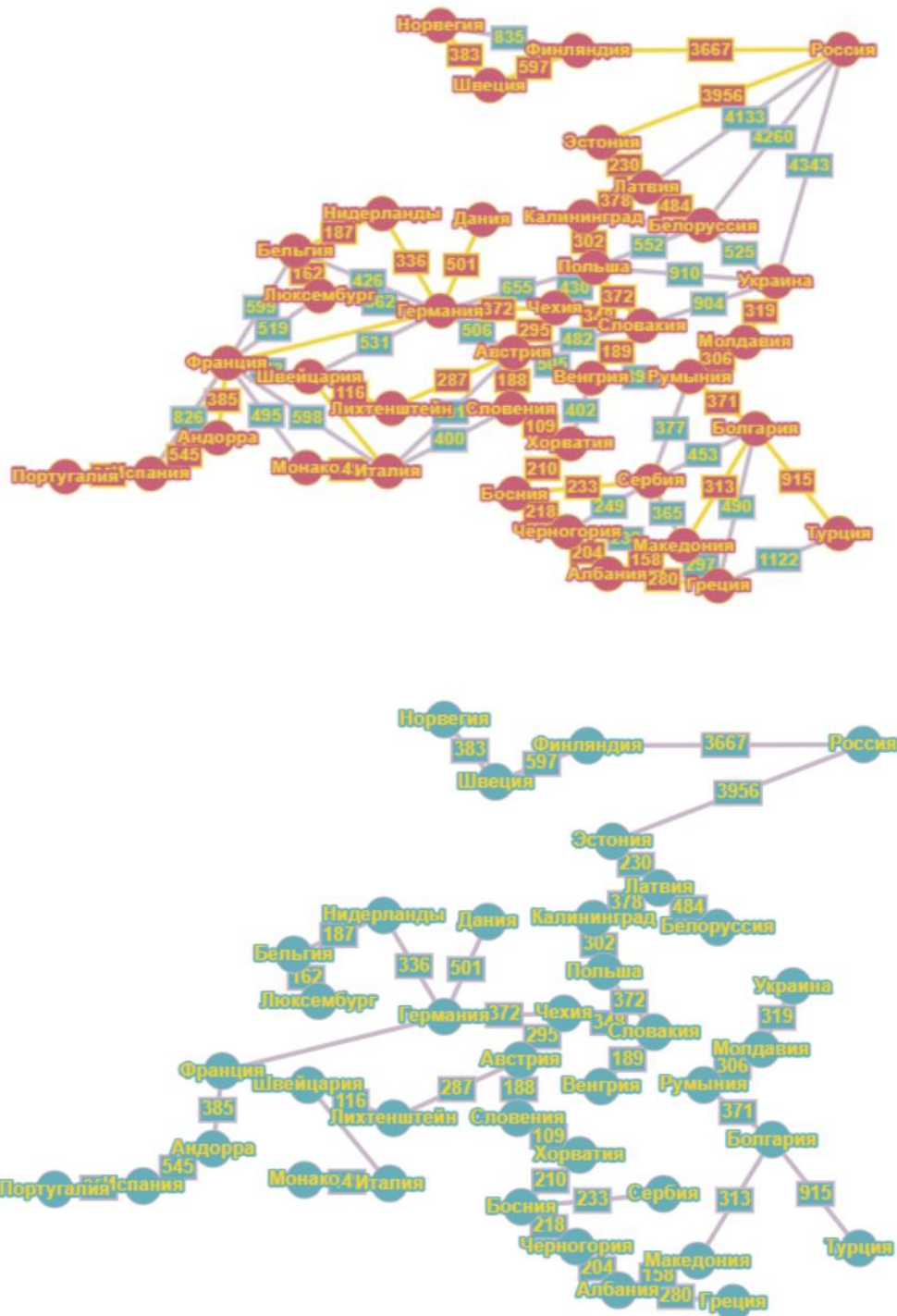
Список мостов: ('Россия', 'Финляндия'), ('Германия', 'Дания'), ('Испания', 'Португалия')

Удалением этих ребер получаем 4 компоненты связности в наибольшем связном подграфе. Вместе с островными гос-вами (5) получаем 9.

о. [1]

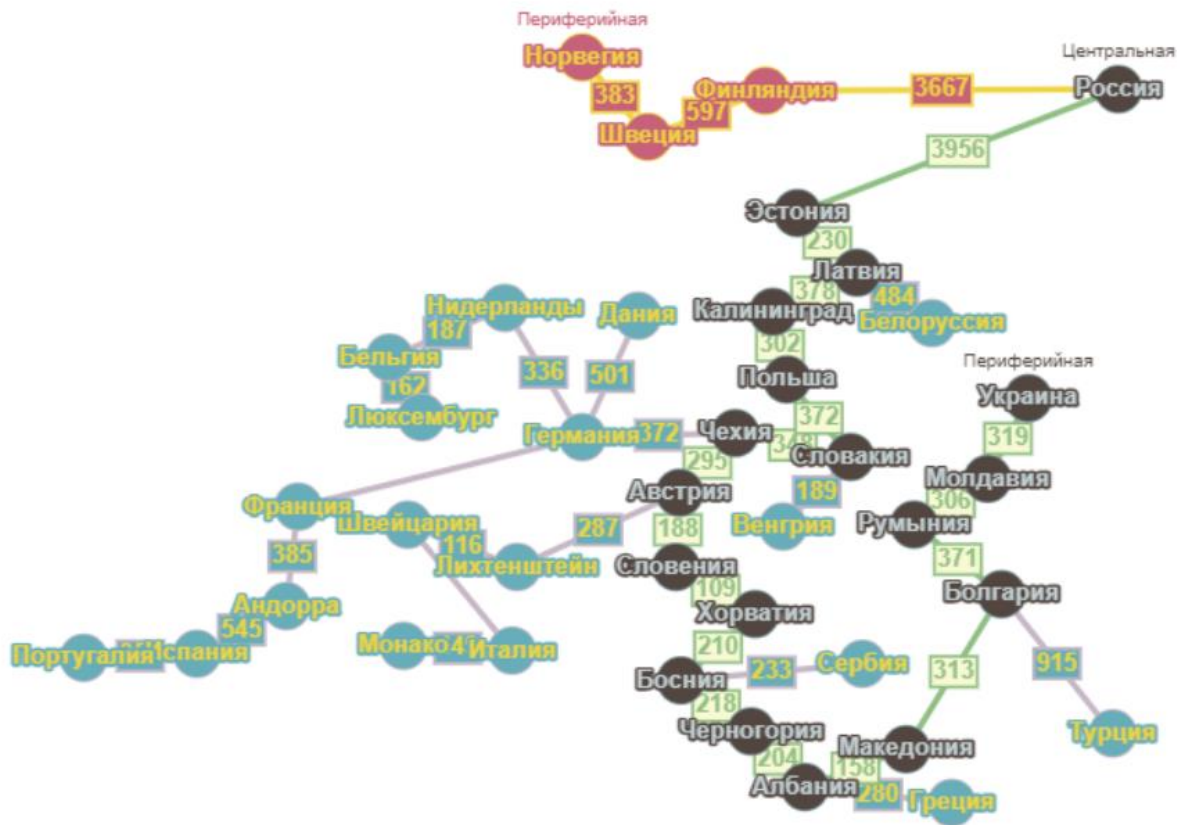
Minimal spanning tree – минимальное по весу поддерево, содержащее все вершины исходного графа.

Minimal spanning tree weight = 18721



p. [1]

Centroid(T) = “Россия”



q. [4]

Prufer code:

[3, 6, 8, 16, 10, 13, 16, 19, 20, 20, 21, 23, 23, 24, 25, 15, 28, 27, 13, 26, 31, 30, 15, 12, 35, 34, 32, 13, 12, 10, 11, 7, 3, 2, 0, 1, 37]

References:

[1] – Выполнено с помощью <https://graphonline.ru>

Работа с графом выполнялась на Python 3.9 с помощью библиотеки networkx. .

[2] – (code) <https://pastebin.com/DZSxr4jg> . Код для нахождения вершинного покрытия взят с <https://www.geeksforgeeks.org/> .

[3] – (code) <https://pastebin.com/VqChRhTZ> .

[4] – (code) <https://pastebin.com/FD9nh41D> .

[5] – (code) <https://pastebin.com/XZXETuDq> .