Equations de mouvement pour 3-omniwheels

1 Hypothèses

- Les roues sont situées aux sommets d'un triangle équilatéral avec 120 $^\circ$ entre elles.
- Chaque roue peut avoir un rayon différent.
- Chaque roue peut se trouver à une distance différente du centre du triangle équilatéral.
- Le référentiel du robot se trouve au centre du triangle équilatéral.

2 Cinématique directe

2.1 Translation

$$\omega_{i,t} = \frac{V}{r_i} \cdot \cos\left(\theta_R - \theta_V + \beta_i - \frac{\pi}{2}\right) \tag{1}$$

$\omega_{i,t}$ Vitesse de rotation de la roue i pour la translation de la base holonome.

v Vitesse de déplacement du robot.

θ_R Angle absolu de l'orientation du robot.

θ_V Angle absolu de la direction de vitesse du robot.

β_i Angle relatif au robot de l'orientation de la roue i.

r_i Rayon de la roue i.

2.1.1 Exemple en MATLAB

```
beta1 = 60*pi/180;
beta2 = 180*pi/180;
beta3 = 300*pi/180;
omega1_t = linear_speed_value / r1 * ...
           cos(heading-speed_angle+beta1-pi/2);
omega2_t = linear_speed_value / r2 * ...
           cos(heading-speed_angle+beta2-pi/2);
omega3_t = linear_speed_value / r3 * ...
           cos(heading-speed_angle+beta3-pi/2);
```

2.2 Rotation

$$\omega_{i,r} = -\Omega \cdot \frac{D_i}{r_i} \tag{2}$$

$\omega_{i,r}$ Vitesse de rotation de la roue i pour la rotation de la base holonome.

Ω Vitesse de rotation du robot sur lui même.

D_i Distance entre le plan de rotation de la roue et le centre du robot.

r_i Rayon de la roue i.

2.2.1 Exemple en MATLAB

```
omega1_r = -angular_speed_value * D1 / r1;
omega2_r = -angular_speed_value * D2 / r2;
omega3_r = -angular_speed_value * D3 / r3;
```

2.3 Combinaison

En combinant (1) et (2), on obtient l'équation pour un mouvement composé d'une translation et d'une rotation.

$$\omega_i = \omega_{i,t} + \omega_{i,r} \tag{3}$$

3 Cinématique inverse

3.1 Rotation

$$\theta_{R,t+1} = \theta_{R,t} - \frac{1}{steps} \frac{\sum_{i=1}^{3} steps_i \cdot r_i}{\sum_{i=1}^{3} D_i} \tag{4}$$

θ_R Orientation absolue du robot.

$steps$ Nombre de pas pour un tour de roue.

$steps_i$ Avancement de la roue i en steps codeur.

r_i Distance du plan de rotation de la roue i au centre du robot.

D_i Diamètre de la roue i.

3.1.1 Exemple en MATLAB

```
heading = heading-(steps1*r1+steps2*r2+steps3*r3) ...
          /(D1+D2+D3)/steps_turn;
```

3.2 Translation

$$\Delta_x = \frac{2}{3} \frac{1}{steps} \sum_{i=1}^{3} \cos\beta_i \cdot steps_i \cdot r_i \tag{5a}$$

$$\Delta_y = \frac{2}{3} \frac{1}{steps} \sum_{i=1}^{3} \sin\beta_i \cdot steps_i \cdot r_i \tag{5b}$$

Δ_x Déplacement du robot selon l'axe X, dans son prore référentiel.

Δ_y Déplacement du robot selon l'axe Y, dans son prore référentiel.

steps Nombre de pas pour un tour de roue.

$steps_i$ Avancement de la roue i en steps codeur.

β_i Angle relatif au robot de l'orientation de la roue i.

r_i Rayon de la roue i.

3.2.1 Exemple en MATLAB

```
mov_x = cos(beta1)*steps1*r1/steps_turn
      + cos(beta2)*steps2*r2/steps_turn
      + cos(beta3)*steps3*r3/steps_turn;
mov_y = sin(beta1)*steps1*r1/steps_turn
      + sin(beta2)*steps2*r2/steps_turn
      + sin(beta3)*steps3*r3/steps_turn;

mov_x = mov_x * 2/3;
mov_y = mov_y * 2/3;
```

3.3 Conversion en coordonées table

Pour appliquer l'équation (5), il faut d'abord appliquer la matrice de rotation du robot à Δ_x et Δ_y :

$$X = X + \cos\left(\theta_R - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \Delta_x - \sin\left(\theta_R - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \Delta_y \tag{6a}$$

$$Y = Y + \sin\left(\theta_R - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \Delta_x + \cos\left(\theta_R - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \Delta_y \tag{6b}$$

3.3.1 Exemple en MATLAB

```
pos_x = pos_x + cos(heading-pi/2)*mov_x - ...
        sin(heading-pi/2)*mov_y;
pos_y = pos_y + sin(heading-pi/2)*mov_x + ...
        cos(heading-pi/2)*mov_y;
```