

Làm sao dịch chuyển núi Phú Sĩ?

Microsoft's Cult of Puzzle

DongPhD

DONGPHD TRANSLATE^{SERIES}

vol.1

Available at <http://dongphd.blogspot.com>

Tóm tắt nội dung

Phần lớn các câu đố dưới đây là các câu hỏi tuyển dụng của Microsoft xuất hiện trong cuốn sách "HOW WOULD YOU MOVE MOUNT FUJI?"¹ (*Làm sao dịch chuyển núi Phú Sĩ*) của William Poundstone. Hy vọng nó sẽ hữu ích cho mọi người.

CÁC CÂU ĐỐ VÀ LỜI GIẢI

"The man with a hammer sees every problem as a nail." - An old saying

Câu hỏi 1. *Trên một tam giác đều ở ba đỉnh có ba con kiến. Mỗi con bắt đầu di chuyển thẳng theo một hướng bất kỳ theo cạnh của tam giác đến một góc khác. Xác suất của biến cố không có con kiến nào đụng nhau là bao nhiêu?*

¹Copyright©2003 by William Poundstone

Trả lời. Chỉ có hai cách di chuyển để các con kiến không gặp nhau là tất cả chúng di chuyển ngược chiều hoặc cùng chiều kim đồng hồ. Nếu không việc chúng chạm vào nhau là không thể tránh khỏi.

Bạn hãy chọn một con kiến bất kỳ và đặt tên nó là DongPhD². Khi DongPhD di chuyển theo hướng nào thì những con kiến khác phải chuyển động theo hướng đó để không đụng nhau. Vì các con kiến lựa chọn hướng đi ngẫu nhiên và chỉ có hai khả năng xảy ra nên xác suất để con kiến thứ hai sẽ di chuyển cùng chiều với DongPhD là $\frac{1}{2}$ và xác suất để con kiến thứ ba di chuyển cùng chiều với DongPhD là $\frac{1}{2}$. Như vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{4}$ \square

Câu hỏi 2. *Bạn có 26 hằng số lần lượt được kí hiệu từ A đến Z. Cho $A = 1$. Hằng số tiếp theo được tính bằng công thức lấy số thứ tự của nó trong bảng chữ cái mũ hằng số đứng trước nó. Chẳng hạn $B = 2^A = 2^1 = 2$, $C = 3^B = 3^2 = 9$ Tính giá trị của biểu thức*

$$(X - A)(X - B) \dots (X - Y)(X - Z).$$

Trả lời. Trong tiếng Anh, bạn đọc từ trái sang phải nên bạn đã rơi vào cái bẫy mà bài toán cố ý sắp đặt khi bạn bắt đầu hành trình đi tìm lời giả từ các số bên trái. Hằng số X bằng bao nhiêu?

X là chữ cái thứ 24 trong bảng chữ cái tiếng Anh nên nó bằng 24^W . Vì W là chữ cái thứ 23 nên nó bằng 23^V , $V = 22^U$, $U = 21^T$. . .

Tất cả điều này có nghĩa là³

$$googol = 10^{100} \quad googolplex = 10^{10^{100}} \quad X = 24^{23^{22^{\dots^{2^1}}}}$$

tức là, X là số vô cùng lớn.

Trang web tìm kiếm Google được đặt tên theo từ googol, con số với 10^{100} . Còn số lớn hơn nữa gọi là googolplex là số có 1 chữ số 1 đứng đầu và phía sau nó là googol chữ số 0. Cả googol và googolplex đều không có ứng dụng thực tế nào chúng chỉ để chứng tỏ rằng có những

²Bản tiếng Anh là Bill

³Thanks to Mr. Trần Mậu Quý

số lớn kinh khủng. Trong vũ trụ không có một đối tượng nào có thể tạo thành googol còn googolplex thì lớn đến mức không thể viết được toàn bộ số số 0 của nó.

Googolplex so với X vẫn là một con số nhỏ hơn. Tập đoàn Intel chưa sản xuất đủ lượng vi mạch để tính được giá trị của X . Thậm chí nếu định luật Moore⁴ luôn đúng với thời gian và bạn lắp đầy vũ trụ bằng các con chip điện tử Super-Hyper-Pentium thì bạn chưa tính được X .

Điều này gợi cho bạn một điều bất thường trong biểu thức này. Câu trả lời đúng là 0. Trong 26 thừa số có một thừa số bằng $(X - X) = 0$. Do đó giá trị của các thừa số khác không còn là vấn đề quan trọng.

Câu hỏi này giúp người phỏng vấn biết được ứng viên có xem xét vấn đề toàn cục trước khi đầu tư thời gian công sức để làm một việc để làm một việc có thể là vô nghĩa không. Nhưng đối với nhiều người, vấn đề toàn cục đó chính là việc họ ở trong một cuộc phỏng vấn đầy áp lực trong đó mỗi sự lúng túng đều được tính điểm. Thậm chí trong trường hợp họ quen xem xét vấn đề toàn cục và kể cả họ nghi ngờ có điều gì ẩn dấu thì rất nhiều người vẫn bắt tay vào việc thực hiện các phép tính đại số một cách vô thức. Hầu như họ sẽ làm từ bên trái sang. Họ có thể đi theo con đường sai đó một thời gian trước khi nhận thấy cách đơn giản. □

Câu hỏi 3. Xây dựng hệ đếm cơ số -2

Trả lời. Yêu cầu ngớ ngẩn này được sử dụng từ lâu trong các cuộc phỏng vấn của Microsoft. Thực sự là không tồn tại hệ đếm cơ số -2 . Nó cũng giống như yêu cầu viết vài câu trong ngôn ngữ Klingon.⁵

Tuy nhiên ta có thể phát minh ra hệ đếm cơ số -2 một cách có lý. Đây là điều bạn được yêu cầu.

Thông thường chúng ta sử dụng cơ số 10 để viết các số. Tức là ta tách các số đó thành chuỗi lũy thừa cơ số 10. Chẳng hạn, số 176 bằng $1 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 6 \times 10^0$. (Quy ước, số nào lũy thừa 0 đều bằng 1). Một tính chất quan trọng là hệ đếm cơ số 10 sử dụng 10 chữ số (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 9).

⁴Gordon Moore, cofounder of Intel

⁵Ngôn ngữ của người ngoài hành tinh trong phim *Star Trek*

Máy tính sử dụng hệ đếm cơ số 2, hay là hệ nhị phân. Nó chỉ dùng hai chữ số (0 và 1). Trong số có nhiều chữ số (chẳng hạn 10010), mỗi vị trí đại diện cho một lũy thừa liên tiếp của 2: 1, 2, 4, 8, 16, 32 ... Số nhị phân 10010 có nghĩa là $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$. Trong hệ thập phân nó ứng với số 18.

Nói chung, bất kì cơ số nào được xây dựng giống như các tòa nhà hình khối với các kích cỡ khác nhau. Trong cơ số 10, các khối có kích cỡ là 1, 10, 100, 1000, vv. Trong cơ số 2, các khối có kích cỡ lần lượt là 1, 2, 4, 8, 16, v.v. Việc kết nối các hình khối theo các kích cỡ tiêu chuẩn này tạo nên bất kì số nào ta muốn.

Đối với cơ số -2 thì sao?

Trước hết, các số trong hệ đếm cơ số -2 sẽ được biểu diễn thành tổng các lũy thừa của -2 . Các lũy thừa liên tiếp của -2 là 1, -2 , 4, -8 , 16, -32 ... Để ý lũy thừa bậc lẻ là số âm⁶ ($-2 \times -2 = +4$, nhưng $-2 \times -2 \times -2 = -8$). Do đó bạn phải biểu diễn các số theo tập các số âm và dương cố định này.

Bạn có thể nghi ngờ là có thể biểu diễn tất cả các số được không? Có thể. Bạn có thể biểu diễn tất cả các số âm và dương theo cách này (không cần sử dụng đến dấu âm lên các giá trị như việc biểu diễn các số âm trong các cơ số thông thường). Cơ số -2 nói chung yêu cầu nhiều chữ số hơn hệ nhị phân thông thường.

Trước khi bắt đầu tính, ta cần giải quyết vấn đề sau. Các chữ số dùng trong cơ số -2 là gì? là 0 và 1 hay 0 và -1 ? Hay là toàn bộ chúng?

Với các cơ số thông thường, số chữ số bằng đúng giá trị cơ số. Trong cơ số 10 có 10 chữ số. Trong cơ số 2 là 2 chữ số. Theo quy tắc này hệ cơ số -2 cần -2 chữ số và nó ít hơn 0 chữ số.

Quy tắc này phải được thay đổi. Tuy nhiên có sự thay đổi hợp lý và sự thay đổi không hợp lý. Bạn cần phải giữ được tinh thần của hệ đếm trong khi chuyển nó sang lĩnh vực mới của các số âm. Quy tắc số chữ số bằng cơ số không thể chuyển sang cho cơ số âm.

Cách tiếp cận hiển nhiên nhất là sử dụng số 0 và số 1. Chúng đã được dùng trong hệ nhị phân thông thường. Một cách khác có vẻ hợp lý hơn là sử dụng 0 và -1 , và hiểu chúng như là các kí hiệu đơn thuần. Mặc dù, có vẻ phức tạp hơn. Ta nên chọn cách càng đơn giản càng tốt. Hãy dùng 0 và 1.

Số 1 được viết một cách đơn giản là 1 [tức là $1 \times (-2^0)$].

⁶Để tiện tính toán về sau

Số 2 thì khó hơn. Vị trí tiếp theo tính từ phải sang trái là -2. Tức là 10 (trong cơ số -2) sẽ là $1 \times (-2)^1 + 0 \times (-2)^0 = -2 + 0 = -2$.

Xét 111. Đó là $1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 1 \times (-2)^0 = 4 + (-2) + 1 = 3$. OK, thay 1 bởi 0 ở vị trí tận cùng bên phải : 110 là $4 + (-2) + 0 = 2$. Vậy 110 là 2 trong hệ đếm cơ số -2.

Trên đây ta đã chỉ ra số 3 trong hệ thập phân là 111 trong hệ -2. Số 4 cũng dễ. Vị trí thứ ba là 4, như hệ nhị phân thông thường. Bốn là 100. Thêm 1 vào vị trí tận cùng bên phải ta được số 5 trong hệ -2, tức là 101. Để biểu diễn 6, ta không nên đặt số 1 vào vị trí thứ hai hoặc thứ tư từ bên phải vì sẽ có hai số âm tương ứng là -2 và -8⁷. Ta phải nhảy cóc tới vị trí thứ năm, ứng với 16. Vậy 10000 là 16. Nó quá lớn. Nhưng 11000 bằng $16 + (-8) = 8$. Trừ đi 2, tức là thêm số 1 vào vị trí thứ hai từ phải sang 11010 chúng ta có phiên bản của số 6 trong hệ cơ số -2.

Cộng thêm 1 cho ta số 7(11011)

Số 8 ta đã biết ở trên là 11000.

Thêm 1 ta được 9 (11001).

Đối với số 10, cũng hơi rắc rối. Bắt đầu với 8 (11000). Cộng 4 vào nó bằng cách đặt số 1 vào vị trí thứ 3(11100). Sau đó trừ đi bằng cách đặt 1 vào vị trí số 2 (11110). Đó là 10.

Mười chữ số đầu tiên trong hệ đếm cơ số -2 là: 1, 110, 111, 100, 101, 11010, 11011, 11000, 11001 và 11110.

□

Câu hỏi 4. Năm tên cướp biển trên một hòn đảo có 100 đồng tiền vàng để chia nhau. Chúng chia của cải cướp được như sau: Tên tướng cướp đưa ra quy tắc chia sau đó các tên còn lại bỏ phiếu. Nếu ít nhất một nửa số tên cướp đồng ý thì chúng sẽ chia vàng theo cách đó. Nếu không tên tướng cướp sẽ bị giết và bắt đầu lại. Tên có địa vị cao nhất (trong số còn sống sót) đưa ra quy tắc của mình và bầu lại theo quy tắc cũ và hoặc là chia của cải hoặc giết tên cầm đầu. Quá trình này tiếp tục cho đến khi quy tắc được chấp nhận. Giả sử bạn là tướng cướp bạn sẽ đưa ra cách chia thế nào? (Giả sử các tên cướp đều cực kì logic, tham lam và đều muốn sống)

⁷Điều này làm cho số nhỏ đi

Trả lời. Như ta biết, cả năm tên cướp biển đều bình đẳng trong việc yêu cầu nhận các đồng tiền vàng. Cách đơn giản nhất là chia thành năm phần. Mỗi phần 20 đồng. “Có gì sai không?” Câu trả lời là không sai nhưng có thể là bạn bị giết. Sau khi bạn đưa ra cách chia này, bốn tên cướp còn lại nghĩ 20 đồng là công bằng nhưng 25 đồng vẫn ngon hơn. Đó là số tiền chúng nhận được khi bỏ phiếu chống và giết bạn. Khi đó chúng sẽ bắt đầu chia lại 100 đồng và chỉ có 4 tên.

Bạn có thể tranh cãi đến tím mặt cho rằng cách chia của bạn là công bằng nhất. Chỉ có một điều là câu đố không đề cập đến tính công bằng của các tên cướp biển. Công bằng không phải là bản chất của chúng.

Không những cách chia của bạn bị bác bỏ mà những cách chia tiếp theo sẽ bị phản đối nếu cứ theo cách này. Chia cho 3 vẫn tốt hơn chia cho 4? Hai vẫn lợi hơn 3? Câu chuyện sẽ kết thúc ở đâu?

Câu đố tựa như trò chơi *Survivor* trên truyền hình.⁸ Câu đố này là một ví dụ khác trong lập luận hồi quy. Lời giả phụ thuộc vào việc nhận ra tình huống với n tên cướp có thể phân tích dựa theo tình huống $n - 1$ tên cướp và vân vân, cho đến khi bạn vươn tới “tình huống cơ sở”, đó là tính huống hiển nhiên đúng.

Tình huống cơ sở ở đây là chỉ còn một tên sống sót. Hiển nhiên một mình hắn sẽ ôm trọn đồng vàng.

Nếu có hai tên cướp thì sao? Tên cầm đầu đưa ra cách chia của mình. Theo giả thiết cách chia sẽ được chấp nhận nếu có ít nhất một nửa tán thành. Tức là tên thủ lĩnh bỏ phiếu cho chính mình thì là đủ. Do đó, tên cầm đầu sẽ chẳng có gì phải sợ và không cần để ý tên kia nghĩ gì. Hắn là một con quỷ tham lam, hắn đưa ra đề nghị mình được hưởng tất cả số vàng. Một phiếu chống và một phiếu thuận và cách chia được tiến hành.

Tên cầm đầu có vẻ luôn lấy mọi thứ. Nhưng không. Giả sử tên này cũng đề nghị như vậy trong trường hợp có 3 tên cướp. Ta đánh số chúng từ thấp lên cao (theo địa vị): #1, #2, và #3. #3 đưa ra cách chia. Nếu cách chia là “mọi thứ cho tôi và không có gì cho các anh” tên cướp tiếp theo #2 sẽ bỏ phiếu chống. Tên cướp #2 biết rằng hắn sẽ có mọi thứ sau khi #3 bị chém. Tên cướp #1 là người quyết định tất cả. Hắn không có gì trong trường hợp còn lại 2 tên. Hắn không có lý do gì để chọn cách này hay cách khác.

⁸Bỏ qua một đoạn

Vì vậy nếu thông minh #3 sẽ mua sự ủng hộ của #1. Tên cướp #3 cũng rất tham lam. Hắn chỉ muốn chi ra vừa đủ mà thôi. Đề nghị logic của tên cướp #3 là cho #1 một đồng, #2 không có gì và hắn - ahem! - có 99 đồng tiền vàng. Theo logic #1 nhận ra thà có còn hơn không và ủng hộ tên cướp #3. #1 sẽ bỏ phiếu cho #3 (tất nhiên #3 bỏ cho mình) và quy tắc được thông qua mặc cho #2 nguyên rủa.

Bây giờ xét trường hợp có 4 tên cướp. Bốn là số chẵn. Tức là tên cầm đầu chỉ cần 1 phiếu thuận nữa là cách chia của hắn được thông qua. Câu hỏi của hắn là “mua phiếu của ai là rẻ nhất?”.

Trong trường hợp có 3 tên. Tên cướp #2 là thiệt thòi nhất. Vì vậy kế hoạch của #4 là cho #2 một ít thì #2 sẽ ủng hộ hắn theo logic.

Nếu #2 ủng hộ thì tên cướp #4 không cần để ý

#1 và #3 nghĩ gì. Kế hoạch của tên cướp #4 là không có gì cho #1, một đồng cho #2, không có gì cho #3, và 99 đồng cho hắn.

Bây giờ thì ta đã thấy được mô hình của bài toán. Trong mỗi trường hợp, tên thủ lĩnh sẽ mua số phiếu thuận mình cần với giá rẻ nhất có thể. Sau đó giữ mọi thứ còn lại cho mình.

Áp dụng cho trường hợp 5 tên cướp đã cho trong câu đố. Bạn tên là #5. Bạn cần 3 phiếu: phiếu của mình và 2 phiếu khác nữa. Do đó bạn phải cho hai tên cướp không có gì khi #4 cầm đầu một ít xương. Đó là #1 và #3. Cả hai sẽ trắng tay nếu bạn bị giết và #4 làm thủ lĩnh. Tất nhiên chúng sẽ ủng hộ bạn nếu có được chút đỉnh. Bạn nên đưa ra đề nghị là Pirate #4: 0 đồng, #3: 1 đồng, #2: 0 đồng, và 1 đồng cho #1. 98 đồng còn lại là của bạn⁹

Lời giải này trái với cách nghĩ thông thường và thuyết phục người ta không cần các câu đố logic. Nếu như các tên cướp tạo ra một liên minh (giống như game show kiểu “Survivor”) trên cơ sở tình bạn thì các lập luận trên không còn đúng nữa. Thậm chí không có các liên minh, lời giả này cũng cần xem xét. Bọn cướp biển (hay bọn buôn ma túy hay mafia hay những kẻ bạn nghĩ là ích kỷ thực dụng) sẽ ngồi yên khi bạn có 98 đồng trong khi chúng chỉ có một thậm chí không có đồng nào? Bốn tên đó sẽ bắn bạn ngay và sau đó mới suy luận.

□

⁹Nếu là tôi sẽ chia 1 đồng cho cả #1 và #3, tôi còn 99 đồng.

Câu hỏi 5. *Bạn có hai sợi dây cháy. Mỗi sợi sẽ cháy hết sau đúng một giờ, nhưng thành phần của cả hai không đồng nhất nên không cháy với tốc độ không đổi. Có đoạn cháy nhanh và có đoạn cháy chậm. Làm thế nào để đo 45 phút chỉ dùng các sợi dây và bật lửa?*

Trả lời. Một phiên bản đơn giản hơn của câu hỏi này là làm thế nào để đo được 30 phút nhờ vào sợi đoạn dây trên. Và ta sẽ bắt đầu với câu hỏi dễ.

Không có nhiều chọn lựa. Đốt cháy cả hai ta sẽ không biết thời gian đã trôi qua bao lâu cho đến khi chúng cháy hết: 60 phút. Không tốt.

Để ý rằng bạn có thể tìm được điểm giữa của sợi dây mà không dùng tới thước. Chỉ việc gấp đôi lại. Nhưng nếu bạn đốt một nửa cũng không được gì. Bởi vì dây cháy không đều. Chẳng hạn, nửa phải cháy cực nhanh và mất 1 phút. Trong khi nửa trái cháy cực chậm và mất 59 phút. Điều này không giúp bạn xác định khi nào 30 hay 45 phút trôi qua.

Ta đã vét hết khả năng chưa? Chưa. Một cách thông minh là xếp hai dây theo hình chữ X. Đặt sao cho chúng cắt nhau tại điểm giữa. Khi đó nếu bạn đốt một chân của chữ X lửa cháy đến giao điểm và lập tức tiếp tục cháy theo 3 hướng.

Tất cả điều này dẫn tới việc đốt các sợi dây tại điểm giữa (việc ta đã làm nhưng vô ích) tại một thời điểm trong tương lai (mất bao lâu mới tới điểm giao). Đã hết khả năng chưa nhỉ? Chưa, ta cũng có thể đốt cả hai đầu.

Tốc độ cháy của hai ngọn lửa không có ý nghĩa nào cả, và không có gì bảo đảm hai ngọn lửa sẽ gặp nhau tại điểm giao. Hiển nhiên, chúng không gặp nhau. Khi điều đó xảy ra, hai ngọn lửa đã đi hết thời gian đúng bằng nửa thời gian 60 phút, tức là 30 phút.

Thật tuyệt! Bài toán đơn giản hơn đã được giải. Nó đưa ta tới bài toán 45 phút. Bằng cách đốt từ hai đầu ta đo được thời gian 30 phút. Nếu ta có thể đo được 15 phút với đoạn dây thứ hai nữa là xong.

Nếu ta có sợi dây 30 phút thì ta chỉ cần đốt hai đầu nó vào lúc ngọn lửa cháy từ hai đầu sợi dây 60 phút là xong. Điều này sẽ cho ta 15 phút nữa và tổng cộng là 45 phút.

Ta không có sợi dây 30 phút. Nhưng ta có thể tạo ra nó bằng cách đốt sợi dây thứ hai từ một đầu trong khi ta đo thời gian 30 phút của sợi dây thứ nhất.

Sau đây là toàn bộ quy trình của chúng ta: Tại thời điểm bắt đầu, đốt hai đầu của sợi dây A và một đầu của sợi dây B . Các sợi dây không được chạm vào nhau. Mất 30 phút cho A để 2 ngọn lửa gặp nhau. Khi đó, ta đo được 30 phút của B . Lập tức đốt đầu kia của B . Hai ngọn lửa của B sẽ gặp nhau sau 15 phút, và ta có thời gian 45 phút cần tìm. \square

Câu hỏi 6. *Bạn có hai xô 3 quart¹⁰ và 5 quart và một nguồn cung cấp nước vô hạn. Bạn lấy ra đúng 4 quart bằng cách nào?*

Trả lời. Ta hãy xem những lượng nước nào.

Thả cái xô 3 quart xuống cái giếng vô hạn và kéo nó lên: ta có 3 quart. Thả cái xô khác ta được 5 quart. Để đo một lượng bất kỳ, ta cần khai thác các giả thiết phát biểu bài toán. Các phép toán nào cho phép ta đo một cách chính xác một lượng nước?

Nếu bạn có cái nhìn siêu phàm thì bạn có thể ước lượng bằng mắt, rót chính xác 1 quart từ cái xô 5 quart. Thế là giải được bài toán. Hiển nhiên, như thế còn gì là đồ?

Tất nhiên bạn được phép cộng hai lượng lại. Nếu bạn có thể có 2 quart trong xô 3 quart và 2 quart trong xô 5 quart, bạn đổ lượng nước trong xô 3 quart vào xô 5 quart, nó sẽ cho bạn 4 quart.

Nhưng không thể. Bạn thậm chí không thể có $3 + 3 = 6$ quart, vì xô 5 quart không đủ để chứa 6 quart. Bạn có thể nghĩ về việc đổ nước đo được vào bồn tắm, một bể bơi trống, một cái hồ cạn hay bất kì đâu. Người phỏng vấn không cho phép điều này. Bạn phải tưởng tượng bạn đang ở một hành tinh bao quanh là đại dương, và hai xô nước này là tài sản duy nhất trong thế giới đó.

Vì việc cộng lại không đem lại kết quả nên bạn thực hiện phép trừ. Lấy đầy xô 5 quart và đổ một cách cẩn thận sang xô 3 quart còn trống cho đến khi nó đầy. Rồi dừng lại! Nếu như nước không văng ra ngoài thì bạn đã có 2 quart trong xô 5 quart. Bỏ qua 2 quart này và bạn sẽ chẳng thể tiến xa hơn. Cách duy nhất để tiến lên là để xô 3 quart trống và cho 2 quart đó vào trong xô 3 quart. Bây giờ tất cả những

¹⁰U.S. quart is legally defined as 57.75 cubic inches and is equal to 0.946 litres. Imperial quart is legally defined as 1.1365 litres.

gì bạn cần là mức đầy xô 5 quart rồi đổ cẩn thận sang xô 3 quart đã có 2 quart. Thế là bạn có 4 quart nước.

Một cách khác (đòi hỏi nhiều bước hơn) là mức đầy xô 3 quart và đổ qua xô 5 quart. Mức đầy xô 3 quart một lần nữa, rồi đổ sang xô 5 quart. Khi đó trong xô 3 quart còn lại 1 quart. Đổ hết nước trong xô 5 quart đi. Đổ 1 quart từ xô 3 quart sang xô 5 quart. Mức đầy xô 3 quart lần nữa và cho hết sang xô 5 quart có sẵn 1 quart, ta được 4 quart.

W. W. Rouse Ball đề cập đến câu đố này trong cuốn *Mathematical Recreations and Essays (1892)* của mình, một tác phẩm phổ biến thời Victoria. Ball tin rằng nó có từ thời trung cổ. Dù cho Lewis Terman đã dùng phiên bản đơn giản hơn trong bài trắc nghiệm IQ đầu tiên nhưng ông cho biết $\frac{2}{3}$ người trưởng thành đã không giải được bài này trong 5 phút.

Một phiên bản khó hơn của Microsoft xuất hiện trong bộ phim *Die Hard with a Vengeance (1995)*.

□

Câu hỏi 7. *Bạn có hai cái lọ và 100 viên bi. 50 bi đỏ và 50 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên một lọ; sau đó lấy ra một viên bi bất kỳ trong đó. Làm thế nào để khả năng viên bi đỏ được chọn là lớn nhất? (Bạn phải bỏ cả 100 viên bi vào các lọ.) Khả năng lớn nhất đó là bao nhiêu?*

Trả lời. Nhìn qua, có vẻ như khả năng chọn được đỏ hay xanh là như nhau. Số lượng bi đỏ và bi xanh bằng nhau. Bạn phải dùng tất cả chúng không được bỏ sót viên bi nào. Viên bi được chọn hoàn toàn ngẫu nhiên. Có phải cơ hội là 50-50?

Sẽ ra sao khi bạn cho 25 viên bi cùng màu vào mỗi lọ. Thực tế là cơ hội là 50-50 khi trong mỗi lọ có 50 viên không để ý các màu trộn lẫn như thế nào? Ta cho tất cả bi đỏ vào lọ A và tất cả bi xanh vào lọ B. Khi đó khả năng lấy ra viên bi đỏ là 50%, vì đó là xác suất lọ A được chọn (chắc chắn rằng lấy viên bi nào cũng màu đỏ).

Ta có gợi ý sau. Thật ra bạn không cần cho tất cả bi đỏ vào trong lọ A. Chỉ cần 1 là đủ. Trong trường hợp này, xác suất thùng A được chọn vẫn là 50%, chứa chỉ 1 viên màu đỏ. Khi đó viên bi đỏ sẽ được chọn - không còn lựa chọn nào khác.

Suy ra xác suất chọn được bóng đỏ ở lọ A là 50%. Bạn vẫn còn 49 viên đỏ đặt ở lọ B . Xét biến cố lọ B được chọn, bạn có cơ hội lấy viên bi đỏ gần 50%. (Thực ra là $\frac{49}{99}$.) Vậy cơ hội chọn viên bi đỏ trong tình huống này là ít hơn 75% một chút ($50\% + \frac{1}{2}$ của $\frac{49}{99}$ gần bằng 74,74%). \square

Câu hỏi 8. Một trong các nhân viên của bạn đòi trả lương hằng này bằng vàng. Bạn có một thỏi vàng giá trị của nó bằng 7 ngày lương cho người này. Thỏi vàng được chia làm 7 phần bằng nhau. Nếu chỉ được cắt hai lần và phải trả lương cho nhân viên vào cuối mỗi ngày, bạn tính sao?

Trả lời. Bạn cần $\frac{1}{7}$ thỏi vàng (sau đây ta gọi là 1 đơn vị) để trả cho nhân viên vào cuối mỗi ngày. Nhớ là ta chỉ có hai lần cắt. Hãy thử với phương án hiển nhiên nhất (vẫn có quyền thay đổi). Bạn cắt ra một đơn vị và đưa cho nhân viên.

Và bạn còn thỏi vàng với 6 đơn vị.

Vào ngày thứ hai, bạn có thể cắt thêm một đơn vị nữa. Nhưng điều này sẽ cho bạn thỏi vàng 5 đơn vị và không lần cắt nào nữa. Bạn không có gì để trả vào ngày thứ ba.

Thay cho cách trên là bạn cắt ra hai đơn vị. Cuối ngày thứ hai, bạn đưa 2 đơn vị cho nhân viên và lấy lại 1 (Bạn hy vọng nhân viên đó sẽ không tiêu nó.) Bạn còn thỏi 4 đơn vị và thỏi 1 đơn vị và không có lần cắt nào nữa. Vào ngày thứ ba, bạn lại đưa cho nhân viên ấy một đơn vị. Đến ngày thứ tư, Bạn đưa cho 4 đơn vị và lấy lại hai phần nhỏ. Dùng chúng để trả lương cho ngày thứ năm, sáu và bảy.¹¹ \square

Câu hỏi 9. Bạn có b cái hộp và n đồng 1 đôla. Bỏ tiền vào các hộp sao cho không phải mở bất kì hộp nào, bạn có thể đưa cho người nào đó số tiền bất kì từ 1 đến n đôla. Các ràng buộc cho n và b là gì?

¹¹Chia thỏi vàng lớn 7 đơn vị thành các thỏi $2^0, 2^1, 2^2$

Trả lời. Ý tưởng cơ bản là giống như câu đố về thỏi vàng. Bạn dùng hệ nhị phân. Cho vào hộp thứ nhất 1, hộp thứ hai 2, hộp thứ 3 là 4, và vv. Một số tiền bất kì có thể biểu diễn thành tổng các lũy thừa của 2.

khác với câu đố về thỏi vàng, phiên bản này kiểm tra kĩ năng loại trừ của bạn. Sự phức tạp ở đây là n không chắc là tổng các lũy thừa liên tiếp của 2. Bạn sẽ còn thừa một số tiền sau khi biểu diễn n thành tổng các lũy thừa của 2. Một vấn đề khác là bạn chưa chắc có đủ số hộp.

Giả sử bạn có \$100. các hộp của bạn sẽ chứa \$1, \$2, \$4, \$8, \$16, \$32 ... và khi đó không đủ \$64 cho vào hộp thứ 7. Sáu hộp đầu chứa $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$ đôla. Tức là bạn còn \$37, thậm chí không phải là lũy thừa của 2.

làm thế nào bạn có thể cung cấp số tiền yêu cầu từ \$0 đến \$100? Dùng sáu hộp đầu bạn có thể lấy bất kì lượng tiền nào từ \$0 đến \$63. (Với \$0 bạn không lấy hộp nào cả!) Nếu bạn muốn \$64? Đầu tiên lấy ra hộp thứ 7 có \$37. Sau đó lấy \$64 trừ đi \$37 ta được \$27. \$27 có thể lấy từ 6 hộp ban đầu. Trong trường hợp này, bạn dùng các hộp \$37, \$16, \$2, and \$1. Theo cách tương tự bạn có thể lấy ra số tiền bất kì cho tới \$100.

Khi hỏi về các ràng buộc cho b và n , người phỏng vấn có ý là “Với các giá trị b và n cụ thể nào thì cách chia luôn đúng?” Chẳng hạn, nếu bạn có \$1000000 và chỉ có 1 cái hộp thì không thể tiến hành được. Bạn không có đủ hộp cho số tiền lớn đó. Nếu bạn có quá nhiều hộp nhưng ít tiền thì sao.

Bạn cần tìm biểu thức liên hệ giữa b và n . Ta hãy lập một bảng và thử với vài giá trị đầu tiên của b

b	n
1	không quá 1
2	không quá $2+1=3$
3	không quá $4+2+1=7$
4	không quá $8+4+2+1=15$

Liếc qua câu trả lời, ta thấy mỗi hộp thêm vào gần số tiền tăng gần gấp đôi. Hai hộp thì số tiền lớn nhất là \$3 trong khi với 3 hộp là \$7. Một cách chính xác, b hộp ứng với số tiền lớn nhất là $2^b - 1$ đôla. Để

phương án thực hiện được thì

$$n \leq 2^b - 1.$$

Bài toán này là một dạng khác của bài toán “Bachet’s weights”¹² có từ thời Phục Hưng được đề cập đến trong *Problèmes plaisans et delectables*¹³ của Claude Gaspar Bachet năm 1612. Bachet hỏi về số quả cân để cân bất kì khối lượng nào từ 1 đến 40 pound. Một phiên bản sớm hơn xuất hiện trong bài viết về đo lường của Nicol6 Tartaglia (Venice, 1556). Tất nhiên câu trả lời là 1, 2, 4, 8, 16 và 32 pound. \square

Câu hỏi 10. *Bạn có một thùng đậu gồm ba màu - đỏ, lục, xanh da trời. hãy nhắm mắt và lấy ra hai hạt đậu cùng màu? Bạn phải lấy ra bao nhiêu để chắc chắn chúng cùng màu.*

Trả lời. Bốn. Nếu chỉ lấy 3 hạt thì có thể mỗi hạt có một màu và do đó không hợp lý. Với 4 hạt thì có ít nhất hai hạt cùng màu.

Anh em sinh đôi với câu hỏi này của Microsoft là câu đố cũ hơn hỏi về phải lấy bao nhiêu chiếc tất đặt trong ngăn kéo tối để được một đôi tất Chẳng hạn Bankers Trust đã dùng câu hỏi về chiếc tất để phỏng vấn. Khi các chiếc tất chỉ có hai màu thì câu trả lời là ba. \square

Câu hỏi 11. *Nếu bạn có thể bỏ một bang bất kì trong 50 bang của nước Mỹ, bạn sẽ bỏ bang nào?*¹⁴

Trả lời. Câu trả lời phổ biến: Alaska, Hawaii, North Dakota.

Câu trả lời dở: Washington.

Tệ hơn: Bỏ tất cả.

Đây là ví dụ nổi tiếng nhất về các bài toán mập mờ của Microsoft. Nó không giống với các câu hỏi về màu sắc yêu thích của bạn. Họ

¹²Các quả cân của Bachet

¹³nghe tiếng Anh là Pleasant and Delectable Problems

¹⁴This is a silly question

muốn bạn hình dung lại câu hỏi để có thể đưa ra “câu trả lời đúng” bằng logic.

Bạn không phải nêu tên bang trước. bạn có thể đi quanh người phỏng vấn bằng các lập luận của mình và quyết định sau. Sau đây là các cách tiếp cận được người phỏng vấn chấp nhận: Vấn đề trung tâm là, chuyện gì sẽ xảy ra với người dân sống ở bang bị bãi bỏ? Trường hợp (a) là khi bạn loại bỏ một bang, bạn tiêu diệt toàn bộ kể cả dân chúng trên đó. Khi đó vấn đề đạo đức khiến bạn phải tối thiểu hóa số nạn nhân. Trường hợp (b) là dân cư của bang đó chỉ việc biến mất. Họ thật sự không bị tàn sát mà chỉ biến mất. Có thể là họ trở về quê hương và đập lên một con bướm...sau đó trở lại hiện tại và thấy rằng bang đó và mọi người dân ở đó không tồn tại như chưa bao giờ có chuyện đó. Tất cả các lá cờ chỉ có 49 ngôi sao, và nó không được đề cập trong bất kì cuốn bách khoa toàn thư nào cả. Trường hợp (c) là chỉ có bất động sản biến mất. Con người vẫn còn - các người tị nạn ngồi cạnh một cái hồ trên mặt đất và tự hỏi mình ngủ ở đâu tối nay. Họ cần được tái định cư nhưng về chi phí ai sẽ trả (Microsoft? hay chính quyền liên bang?) Trường hợp (d) dân chúng được tái định cư một cách kì lạ không ai có thiệt hại về vật chất và tinh thần. Bấm nút, và các cư dân cũ của bạn cũ có nhà và công việc (giả sử trước đó họ cũng có điều này) ở đâu đó ở 49 bang còn lại và không thay thế ai ở đó.

Trường hợp (e) không có gì biến mất. Sự bãi bỏ này thuần túy chính trị. Bang này trở thành một phần của Canada hay Mexico. hoặc là trở thành một quốc gia độc lập.

Trường hợp (a) là rõ ràng. Nếu mọi người đều bị giết thì bạn chọn bang có dân số ít nhất. Theo điều tra dân số năm 2000, đó là bang Wyoming.

Trường hợp (b) thì khó. Mọi người chỉ việc biến mất trong một tình huống giả sử hoàn toàn không có tiền lệ đạo đức nào trước đó. Họ vẫn sống, thở cho đến khi bạn bấm vào nút xóa bỏ lịch sử. Điều này giống như giết họ. Một lần nữa bang Wyoming được chọn.

Trường hợp (c) thì tiến thoái lưỡng nan là nên chọn bang có dân số lớn hơn bang Wyoming hay quan tâm đến các đặc điểm tự nhiên. Wyoming là bang lớn với thắng cảnh đẹp và có Vườn Quốc gia Yellowstone. Để cứu tất cả, bạn sẵn sàng chi trả để chọn bang đông dân hơn nhưng ít thắng cảnh hoặc diện tích nhỏ.

Theo điều tra năm 2000, năm bang có dân số ít nhất là Wyoming, Vermont, Alaska, North Dakota, và South Dakota. Vermont và Alaska cũng có nhiều cảnh đẹp, và Alaska rất lớn. South Dakota có núi Rushmore. North Dakota - tốt, North Dakota không có Mount Rushmore. Thật khó tưởng tượng một ai đó ở bang khác tình nguyện đến nghỉ ở đây. (Biểu tượng cho North Dakota là cột điện thoại - chuyện vui thôi) North Dakota có khí hậu khắc nghiệt vào mùa đông - khắc nghiệt hơn cả những trung tâm dân cư của Alaska.

Bây giờ trường hợp (c), không ai bị giết nhưng phải tốn chi phí tái định cư. Là đáng giá dù chi phí có cao hơn để bảo tồn được Yellowstone, hay các khu resort ở Vermont, hay or tất cả của Alaska, hay Mount Rushmore. North Dakota là hợp lý.

Trong trường hợp (d), việc tái định cư là lạ lùng và không tốn kém. Lựa chọn có lý vẫn là North Dakota.

Cuối cùng là trường hợp (e), người và của đều không bị mất. Chúng ta chỉ vẽ lại bản đồ chính trị. Có thể đề cập đến Alaska hay Hawaii. Chúng ở bên ngoài nước lục địa Mỹ. Một vài người nói rằng chúng là hương vị của chủ nghĩa thực dân. Nếu bạn chủ yếu quan tâm tới hình dạng của đất nước trên bản đồ thì nên lựa chọn Alaska và Hawaii. Chú ý: Nếu Quốc hội phải xem xét phương án nào thì vị trí trên bản đồ không đáng. Alaska có nhiều dầu và khoáng sản. Hawaii là nơi nghỉ mát của người Mỹ ở lục địa. Cả hai đều có tầm quan trọng chiến lược. Không thể nói chuyện bỏ chúng.

Việc thảo luận sẽ tập trung vào, như trong (c) và (d), các bang có dân số và tài nguyên thiên nhiên ít nhất. Thêm một lần nữa lại là North Dakota, nó nằm gần biên giới Canada. Tra cho Canada. Nếu họ không muốn thì hãy để nó trở thành một quốc gia. □

Câu hỏi 12. *Bạn có 8 viên bi-a, một trong chúng bị hỏng và nặng hơn những viên còn lại. Bạn hãy cho biết, chỉ hai lần cân thì xác định viên bị hỏng, dùng cân thăng bằng?*

Trả lời. Cái cân dùng ở đây có hai đĩa cân đơn giản, giống như cái mà thần Công Lý (Justice) cầm. Nó cho bạn biết bên nào nặng hơn nhưng không biết là bao nhiêu. Nó cũng cho bạn biết khối hai bên có khối lượng bằng nhau.

Cách tiếp cận hiển nhiên nhưng không hợp lý. Đó là đặt mỗi bên 4 viên. Bên nào nặng hơn sẽ xác định được viên bị hỏng. Chia nhóm đó thành hai, mỗi bên hai viên. Một lần nữa bên nào nặng hơn thì có viên bị hỏng. Bạn lấy ra hai viên đó nhưng bạn không biết viên nào và bạn không được cân tiếp.

Lời giải phía cần dùng tới tính chất là sự thăng bằng cho bạn biết hai bàn cân bằng nhau. Khi chúng cân bằng bạn có thể kết luận rằng không có viên bị hỏng ở cả hai bên.

Trong lần cân thứ nhất, bạn lấy bất kỳ 6 viên bị chia 2, mỗi bên ba viên đem ra cân. Có hai khả năng xảy ra

- Nếu chúng bằng nhau thì hai viên còn lại sẽ có một đồng nhẹ hơn khi cân lần thứ 2.
- Nếu trong 6 viên chia 2 ra để cân có một bên nhẹ hơn thì "lôi cổ" nó ra. Trong 3 viên nặng hơn đó khi cân sẽ có một nặng hơn. Lấy 2 viên bất kỳ trong 3 viên nặng hơn ra cân lần thứ 2. Nếu một bên nhẹ một bên nặng thì ta có ngay kết quả. Nếu hai bên bằng nhau thì viên bị hỏng là viên còn lại

Câu đố này được biết trên toàn thế giới. Nó đã xuất hiện, chẳng hạn, trong *Mathematical Know-How (1956)* của Boris Kordemsky ở Liên Xô.

□

Câu hỏi 13. *Tại sao gương phản chiếu trái phải thay vì trên dưới?*

Trả lời. Có hai cách trả lời thông dụng là

- phủ định gương phản chiếu trái và phải
- Khẳng định gương có phản chiếu trên dưới (chẳng hạn khi gương ở trên trần hoặc dưới sàn nhà)

Bắt đầu với (a). Khi bạn cầm trang báo trước gương sự phản chiếu làm đảo ngược các chữ và trở nên rất khó đọc. Tưởng tượng các chữ được in trên một tấm plastic trong suốt. Bạn đặt nó đối diện với gương và thấy rằng các chữ trùng với ảnh của nó trong gương. Điều này càng

rõ hơn khi bạn nắm một mũi trước theo gương. Cho mũi tên nằm ngang và hướng về bên trái. Ảnh của nó cũng vậy. ☐

Câu hỏi 14. *Mặt trời có phải bao giờ cũng mọc ở hướng Đông?*

Trả lời. Câu trả lời là không đúng. Một số ứng viên đưa ra các ví dụ trong vũ trụ. Sao Kim và sao Thiên Vương quay quanh trục và có chiều quay ngược với chiều quay của trái đất. Nếu chúng ta đặt trong không gian một hành tinh tưởng tượng và không quay quanh quỹ đạo thì hoàn toàn không có hiện tượng mặt trời mọc và lặn. Người phỏng vấn không chấp nhận những câu trả lời tương tự như vậy và hỏi lại: “Có phải trên Trái đất bao giờ mặt trời cũng mọc ở hướng đông?” Câu trả lời cũng không có gì thay đổi, vẫn là không. Tại Bắc cực hoàn toàn không có hướng đông: tất cả các hướng đều chỉ về phía nam. Trong sáu tháng¹⁵, mặt trời luôn mọc và lặn từ hướng nam. Còn ở Nam cực thì ngược lại, chỉ có hướng bắc. ☐

Câu hỏi 15. *Có bao nhiêu trạm xăng ở nước Mỹ?*

Trả lời. Câu hỏi này quả là khó nhưng không phải là không thể trả lời. Đáp số của bài toán này giúp để tính số lượng trạm xăng ở Mỹ và ở những nơi khác. Trung bình mỗi người dân Mỹ có một ô tô? Không đúng. Hai người một cái? Con số này chắc gần đúng hơn.

Vậy nếu dân số Mỹ là 300 triệu, tức nước Mỹ có khoảng 150 triệu ô tô, trung bình một ô tô cần phải đổ xăng một lần trong tuần. Vì vậy, trong một tuần tất cả các trạm xăng phải phục vụ số ô tô đúng bằng tổng số xe trong nước. Số giờ trong một tuần là 24×7 , nhưng không phải tất cả các trạm xăng đều làm việc 24 giờ trong tuần.

Giả sử trung bình một trạm xăng làm việc 100 giờ/tuần, nếu đổ xăng cho một xe mất 6 phút tức mỗi máy bơm ở trạm xăng trong một giờ có thể phục vụ 10 ô tô. Những trạm xăng lớn ở những chỗ đông

¹⁵the six-month polar day

dân có thể đặt nhiều máy bơm và ngược lại có những trạm xăng rất ít khách, giả sử trung bình mỗi trạm xăng một giờ phục vụ 10 ô tô. Vậy trung bình một tuần, một trạm phục vụ 100×10 lần, hay 1.000 ô tô. Có nghĩa số trạm xăng ở nước Mỹ bằng $150 \text{ triệu} / 1.000 = 150.000$.

Số xe hơi và số trạm xăng ước lượng rất gần với thực tế. Bộ Giao thông Hoa Kỳ ¹⁶ cho biết năm 1997 tại Mỹ có 129.748.704 phương tiện vận tải đã đăng kí. Số June 1998 của *Journal of Petroleum Marketing* khẳng định có 187.097 địa điểm bán lẻ xăng dầu cho motor ở Mỹ. □

Câu hỏi 16. *Mike và Todd có \$21. Mike có nhiều hơn Todd \$20. Mỗi người có bao nhiêu? Bạn không được dùng phân số trong câu trả lời.*

Trả lời. Câu hỏi dễ này ẩn chứa một thách thức nào đó. Bản chất của nó là đơn giản. Bạn có thể bị thu hút khi nói Mike có \$21 và Todd có \$1. Nhưng không, tổng của chúng bằng \$22. Câu trả lời đúng là Mike có \$20.50 và Todd có \$0.50. Nếu bạn không thấy nó là hiển nhiên thì hãy viết ra phương trình và giải nó. Bạn cũng có thể chứng minh rằng đây là đáp số duy nhất. Nhưng người phỏng vấn khẳng định rằng không được dùng phân số trong câu trả lời. Người phỏng vấn sai (hoặc là lỡ đi số cent không phải là phân số). Bạn cứ đứng trên lập trường của mình và khẳng định \$20.5/\$0.5. Điều này cần thiết cho bạn trong một tổ chức lớn.¹⁷ □

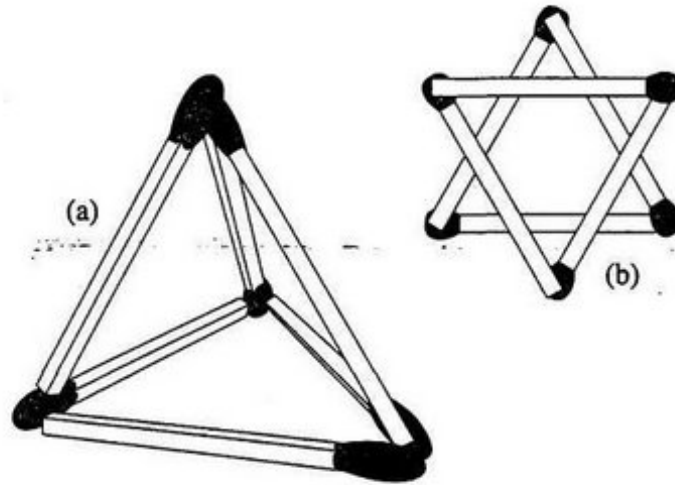
Câu hỏi 17. *Bạn có 6 que diêm. Sắp xếp chúng để có 4 tam giác đều.*

Trả lời. (a) Sắp xếp chúng thành tứ diện đều .

(b) Sắp thành hai tam giác chồng lên nhau. Sáu đỉnh của ngôi sao tạo thành sáu tam giác đều nhỏ (cộng thêm 2 tam giác đều lớn tổng cộng là 8). Ta có thể làm lệch một que để có đúng 4 tam giác đều (nhỏ).

¹⁶ U.S. Department of Transportation

¹⁷ Đó là chính kiến của bạn.



Câu hỏi 18. Kẹo M & M được sản xuất như thế nào?

Trả lời. Vấn đề chính: Làm thế nào để có thể sản xuất được loại kẹo nhẵn, nhiều lớp có hình cầu dẹt với số lượng lớn và hoàn toàn bằng máy móc tự động như vậy? Đơn giản chỉ nhúng chocolate vào đường nóng chảy là một quyết định không có gì đặc sắc, vì bạn cần có chỗ đặt kẹo để chờ đường áo đông cứng lại. Nếu làm như vậy sẽ chỉ có một mặt kẹo là nhẵn, giống như thanh chocolate thông thường. Có một “phát minh” (nhưng là câu trả lời sai) như sau: “Người ta tạo ra một dải chocolate nóng, rồi làm lạnh các nhân làm từ hạt hạnh nhân hay hạt lựu đó “phun” chúng xuyên qua lớp chocolate nóng khiến chocolate lập tức đông cứng lại quanh nhân thành kẹo trước khi rơi xuống đến băng chuyền”.

Trong thực tế, phương pháp mà hãng M&M sử dụng rất đơn giản và thông minh. Nhưng đáng tiếc, rất khó có thể nghĩ ra được nếu bạn không phải là một chuyên gia về công nghệ sản xuất kẹo. Nhân chocolate của kẹo M & M đầu tiên được đổ ra những cái khuôn nhỏ. Sau đó những viên chocolate hình elip được chứa trong một cái trống xoay, giống như cái máy trộn bê tông. Khi kẹo lắc trong cái trống, đường nóng chảy được đổ vào và đông lại bám xung quanh

viên chocolate một lớp mỏng cứng màu trắng. Vì những viên kẹo luôn chuyển động nên đường không bị dính lại thành những cục nhỏ. Ngoài ra, vì luôn chuyển động va đập vào nhau nên bề mặt kẹo trở nên rất nhẵn và đều. Nguyên tắc trống xoay này cũng thường được sử dụng để làm nhẵn đá quý.

Sau đó đường nóng chảy nhuộm màu lại được đổ vào trong trống, ngoài lớp vỏ trắng lại thêm một lớp vỏ màu. Thêm một bí quyết nữa để có thể in hình chữ M trên mặt kẹo, hiển nhiên không thể làm thủ công. Chữ M bao giờ cũng nằm chính giữa ở một phía của viên kẹo. Có nghĩa dấu hình chữ M được đóng lên bề mặt từng viên kẹo. Bí quyết như sau, khi kẹo được chuyển đến dây chuyền, trên đó có hàng ngàn lỗ có kích thước giống như viên kẹo, viên kẹo sẽ lọt vừa khít trong lỗ, sau đó được đóng dấu một cách nhẹ nhàng bởi các con dấu cao su có chữ M với mực in thực phẩm màu trắng.

Câu hỏi này được sử dụng có vài lần trong phỏng vấn & bây giờ, người ta có thể sử dụng những câu hỏi tốt hơn. Người đặt câu hỏi cũng không nhất thiết phải biết câu trả lời “đúng”. Bản thân người đặt ra câu hỏi này cũng không biết kẹo M& M đã được làm thế nào. Không nhất thiết phải biết điều này mới đánh giá được câu trả lời của ứng viên. Mục đích của câu hỏi này cũng như phần lớn các câu hỏi khác để kiểm tra liệu ứng viên có thể nói điều gì về vấn đề này một cách thuyết phục hay không, ngược lại, họ đừng nên đưa ra những câu trả lời ngu ngốc.

□

Câu hỏi 19. *Tìm trọng lượng của 1 máy bay phản lực mà không cần dùng bàn cân?*

Trả lời. Ta đưa máy bay xuống 1 tàu sân bay (hoặc hạ cánh xuống), hoặc có thể là 1 cái phà hoặc tàu thủy đủ lớn để có thể chứa được chiếc máy bay. Tiếp đó, trên thành tàu bạn đánh dấu mực nước. Sau đó bạn vận chuyển máy bay ra khỏi con tàu, con tàu sẽ nổi lên 1 khoảng nào đó. Bây giờ bạn lại chuyển xuống tàu 1 lượng hàng hóa có khối lượng đủ lớn, đến khi con tàu chìm xuống đúng với mức đã đánh dấu lúc trước thì bạn có thể xác định được trọng lượng của máy bay, vì trọng

lượng máy bay sẽ tương đương với trọng lượng hàng hóa mà bạn vừa chuyển xuống.

Cách khác: Không cần phải chuyển khối hàng hóa có trọng lượng xác định xuống tàu, mà chỉ cần tính thể tích phần tàu nổi lên sau khi chuyển chiếc máy bay đi và nhân với trọng lượng riêng của nước thì cũng ra trọng lượng máy bay. Đòi hỏi một chút hiểu biết về Vật lý. □

Câu hỏi 20. *Tại một làng quê có 50 cặp vợ chồng, các ông chồng đều phản bội vợ. Bất cứ người phụ nữ nào trong làng cũng lập tức biết ngay nếu có ai đó trong số các ông chồng khác phản bội vợ mình (bạn biết đấy, chuyện đồn đại lan đi rất nhanh ở các thị trấn nhỏ), nhưng lại không biết nếu đó là chồng mình (kể bị phản bội thường là người cuối cùng biết về nỗi đau của mình). Luật của thành phố buộc người phụ nữ, nếu có bằng chứng về sự phản bội của chồng, phải giết anh ta ngay ngày hôm đó. Không ai có thể trái lệnh này. Một lần, có nữ hoàng vốn nổi tiếng là người không bao giờ phán đoán sai đến thăm làng này. Bà thông báo với dân chúng rằng, có ít nhất 1 người đàn ông của thành phố đã phản bội vợ. Chuyện gì sẽ xảy ra?*

Trả lời. Chúng ta hãy bắt đầu từ tình hình thực tại trong làng trước khi có tuyên bố của nữ hoàng. Tất cả các ông chồng đều phản bội vợ. Những người phụ nữ biết chắc về sự phản bội của chồng đã cùng ra một đạo luật là phải giết người chồng phản bội đó. Vậy tại sao họ vẫn chưa làm điều đó?

Vấn đề nằm ở chỗ, chỉ có người vợ bị phản bội có trách nhiệm phải giết chồng mình. Bất kỳ người phụ nữ nào cũng biết chuyện ngoại tình của các ông chồng của 49 người phụ nữ còn lại, nhưng không biết chuyện ngoại tình của chồng mình. Phép lịch sự xã giao đã ngăn cản mọi người thông báo cho người vợ về sự không chung thủy của chồng cô ta.

Chuyện khó hiểu như vậy không bao giờ xảy ra trên thực tế, nhưng lại được chấp nhận trong các câu đố. Sau đó, có một lần nữ hoàng đến đây và nói rằng trong làng có ít nhất một người đàn ông phản bội vợ. Liệu những lời nói của bà ta có làm thay đổi những gì đang diễn ra ở đây?

Không có thay đổi nào cả. Ít nhất có một người? Các bà vợ chắc hẳn đang nghĩ rằng không biết ai trong số 49 người đàn ông kia đang “ăn vụng” mà lại loại trừ chồng mình ra khỏi số đó. Tuyên bố của nữ hoàng không phải là điều mới mẻ đối với bất cứ ai trong làng.

Đây chính là điểm làm rất nhiều ứng viên lung túng vì bế tắc không tìm ra hướng giải tiếp theo. Nếu tuyên bố của nữ hoàng không chứa đựng thông tin gì có giá trị vậy thì còn điều gì để nói nữa? Không có người phụ nữ nào vì điều này mà lại đi giết chồng mình cả. Không có gì xảy ra. Và đúng là không có gì xảy ra cho đến cuối ngày hôm nữ hoàng đưa ra tuyên bố của mình. Không có gì xảy ra trong ngày hôm sau. Ngày tiếp theo cũng vậy.

Chúng ta hãy xem chuyện gì xảy ra trong ngày thứ 49. Thử chọn một người phụ nữ, Edna chẳng hạn. Edna biết về sự phản bội của 49 ông chồng còn lại, trong đó có Max, chồng người bạn gái Monica của Edna. Vì trong làng, chuyện các ông chồng phản bội vợ lan đi rất nhanh, nên Edna suy ra rằng Monica biết về sự phản bội của (ít nhất) 48 người đàn ông. Đó là 49 người mà Edna biết, trừ đi Max. Không ai có đủ can đảm để thông báo cho Monica biết rằng Max đã phản bội cô.

Chìa khóa giải bài toán nằm ở chỗ, sang ngày thứ 49, Edna sẽ đi đến kết luận rằng Monica phải đoán ra rằng chồng cô ta là kẻ phản bội (theo cách lập luận của Edna), vì không có ai bị giết trong những ngày trước đó.

Nếu như trong làng chỉ có một người đàn ông phản bội vợ thì có lẽ người vợ đã giết chồng mình ngay trong ngày nữ hoàng nói ra những lời kia (hãy coi đây là ngày thứ nhất), bởi vì khi đó, tất cả các phụ nữ đều biết về sự phản bội này, trừ vợ anh ta. Người vợ là người duy nhất trong làng không biết gì về sự phản bội của chồng mình. Chính vì vậy, tuyên bố của nữ hoàng sẽ như “tiếng sét” đối với người phụ nữ này. Vì cô ta biết rằng chẳng có ai trong 49 người chồng còn lại là kẻ phản bội (nếu có ai phản bội thì chắc chắn cô ta đã phải biết), vì vậy “tồn tại ít nhất một” người đàn ông đó chính là chồng cô ta. Người phụ nữ này sẽ phải giết chồng mình ngày hôm đó theo đúng luật định. Tất nhiên, đây là trong trường hợp trong làng chỉ có duy nhất một người chồng phản bội vợ.

Nhưng thay vào đó, sang ngày thứ 2 vẫn chưa có ông chồng nào bị giết. Điều này làm cho các cư dân trong làng biết rằng số người

đàn ông phản bội vợ nhiều hơn một người. Do đó, cộng với lời nói của nữ hoàng, trong làng có ít nhất 2 người chồng phản bội vợ và nếu chỉ đúng là 2 thì họ sẽ bị các bà vợ giết vào ngày thứ 2. Tương tự, nếu là 3 thì họ sẽ bị vợ giết vào ngày thứ 3. . . . Nếu như con số này là 48 thì 48 người vợ sẽ giết họ vào ngày thứ 48.

Vậy mà hôm nay đã là ngày thứ 49 và Monica, người biết về sự phản bội của 48 ông chồng, chắc sẽ phải ngạc nhiên tại sao trong những ngày trước không xảy ra hàng loạt vụ giết người. Lời giải thích duy nhất chỉ có thể là (tất cả những điều này vẫn nằm trong sự suy luận của Edna) chồng Monica sẽ là người đàn ông ngoại tình thứ 49.

Bằng cách này, Edna đi đến kết luận rằng Monica với “suy nghĩ logic tuyệt đối” của mình sẽ phải giết Max lúc nửa đêm ngày thứ 49. Edna cũng rút ra kết luận như vậy đối với tất cả phụ nữ khác trong làng. Đúng thế, Edna nghĩ, “sang ngày thứ 49, sẽ có vụ tàn sát đẫm máu”.

Ngày thứ 50 đã đến mà vẫn chưa có gì xảy ra. Điều duy nhất có thể giải thích được tình trạng này là Monica (cũng như tất cả các phụ nữ khác) đã nhận ra người chồng phản bội thứ 49 là ai. Đó không phải là Max, vậy thì chỉ còn lại 1 người đàn ông nữa, đó là chồng của chính Edna, là Edgar!

Vậy sang ngày thứ 50, Edna đã có thể kết luận rằng chồng mình là kẻ phản bội. Tất cả những người vợ còn lại cũng phải đi đến kết luận tương tự.

Câu trả lời của bài toán là không có gì xảy ra trong 49 ngày đầu, nhưng sang ngày thứ 50 thì tất cả những người vợ đều giết chồng mình.

Đây được coi là một kiệt tác trong số những câu đố logic. Tuy nhiên, không thể khẳng định chắc chắn rằng nó là công cụ tốt nhất dùng để phỏng vấn ứng viên. Lần đầu tiên bài toán được nhắc đến trong cuốn sách *Puzzle – Math (1958)* của nhà vật lý Geogre Gamow và nhà toán học Marvon Stern. Phiên bản của họ nói về những người vợ phản bội chồng. Từ đó đến nay, bài toán này xuất hiện khắp nơi và được sử dụng rộng rãi. Đến năm 1980, “nạn nhân” được thay bằng những ông chồng ngoại tình và bài toán trở thành đề tài nghiên cứu của một trong những phòng thí nghiệm khoa học ở Công ty IBM. Trong cuốn sách *Once Upon a Number (1998)*, John Allen Paulos đưa ra một phiên bản bài toán gần giống với dạng được Microsoft sử dụng, có thể do các tác giả cùng sưu tầm nó từ một nguồn chung.

Phản ứng chung của các độc giả bình thường sau khi đọc câu đố là người này sẽ suy nghĩ một lúc (tôi cũng vậy) mà không tìm được hướng giải nào cả, rồi sau đó lật xem phần lời giải (*Làm sao dịch chuyển núi Phú Sĩ*). “Chà, câu đố này thật tuyệt!”. Sau khi xem xong, chắc người này sẽ đem câu đố đi đố vài người bạn của mình, những người này cũng không giải được, nhưng khi biết lời giải đều nghĩ rằng bài toán rất hay. Sự nổi tiếng của một câu đố không hề phụ thuộc vào chuyện người ta có giải được nó hay không.

□

Câu hỏi 21. *Tại sao hầu hết các nắp cống trên đường có hình tròn mà không phải là hình vuông?*

Trả lời. Câu trả lời được các phỏng vấn viên đánh giá cao nhất : nắp cống hình vuông có thể rơi ngược vào trong cống gây thương tích những công nhân làm việc phía dưới hoặc chìm mất. Việc này có thể xảy ra vì đường chéo của hình vuông lớn gấp $\sqrt{2}$ tức bằng 1.414... lần các cạnh của nó. Khi nhắc nắp hình vuông lên theo chiều thẳng đứng chỉ cần nắp hơi xoay đi một chút về hướng đường chéo thì nó có thể rơi xuống sâu phía dưới. Còn đối với những cái nắp hình tròn, đường kính theo tất cả các hướng là bằng nhau, cộng với việc phía trên mặt nắp bao giờ cũng lớn hơn một chút so với phía dưới nên nắp cống không bao giờ có thể rơi xuống long cống, cho dù bạn có giữ nó ở vị trí nào đi nữa.

Một trong số những câu trả lời hơi hợm hơn (mặc dù những câu hỏi giống như thế này cũng khó mà được nhìn nhận một cách nghiêm túc) - “đúng rồi, vì hình dạng của đường thông xuống cống là hình trụ”. Nhưng có thể, câu trả lời này không bị coi là hơi hợm nữa, nếu bạn nói thêm: “Chắc ông/ bà cũng để ý thấy, đường thông xuống cống thường hình trụ, vì hệ thống thoát nước hình trụ bao giờ cũng dễ đào hơn hình vuông.

Còn có thể trả lời như sau: không cần phải nâng nắp cống hình trụ lên khi di chuyển mà có thể lăn. Để vận chuyển nắp hình vuông phải cần đến hai hoặc nhiều người hơi nữa. Thêm một lý do nữa, mặc dù không quan trọng lắm, nắp hình tròn không cần phải lựa chiều khi đặt cống như nắp hình vuông.

Đây có lẽ là một trong số những câu hỏi nổi tiếng nhất của Microsoft và cũng chính vì sự phổ biến của nó mà Microsoft này đã ngừng sử dụng. Câu hỏi trên được chọn làm thí dụ cho những bài báo để chứng minh Microsoft đã có những câu hỏi vô nghĩa đến mức nào khi phỏng vấn tuyển nhân sự. Ứng viên bước vào phòng hét lên: “Để cho chúng khỏi rơi xuống lòng cống” trước khi phỏng vấn viên hỏi câu đó”, Adam David Barr kể lại.

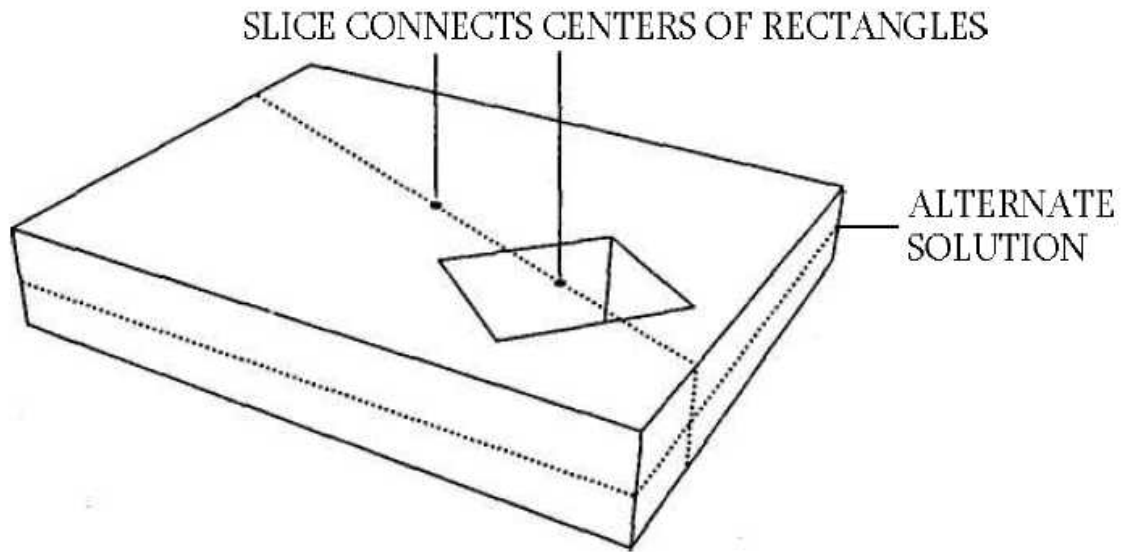
Khi câu hỏi về nắp cống hình tròn được Martin Gardner đăng trong tạp chí Scientific American, độc giả John Bush từ Brooklyn đã viết thư đến tòa soạn với những nhận xét rằng: “Một số nắp cống của hãng Consolidated Edison có hình vuông. Không lâu trước đó, một vụ nổ xảy ra đã nâng bổng một trong những cái nắp cống này lên cao và mọi người có thể đoán ra sau đó nó được tìm thấy ở đâu không? Chính xác. Dưới đáy của chính cái cống này nó đã bị nhấc bổng lên”. Vào năm 2000, tác giả của các chương trình và bình luận viên nổi tiếng của đài NPR – Andrei Codrescu đã có bài phát biểu ở tập đoàn Microsoft. Khi trả lời các câu hỏi của độc giả, ông nhận được câu hỏi tại sao nắp cống lại hình tròn. “Điều này rất dễ hiểu, Codrescu trả lời. Trong các trận đánh thì cái mộc (tựa như cái khiên) chắn hình tròn tiện hơn hình vuông. Hơn nữa, hình tròn còn tượng trưng cho vô cực, chính vì vậy nhà thờ thường có mái tròn. Nguyên tắc tròn đầy còn nhắc nhở những người qua đường rằng họ đang sống trong một thế giới được các thần thánh tạo nên”.

□

Câu hỏi 22. *Làm thế nào để chỉ với một nhát cắt thẳng bạn có thể cắt một chiếc bánh hình chữ nhật làm hai phần bằng nhau khi đã bị ai đó bị khoét mất một miếng bên trong cũng hình chữ nhật (ở một chỗ bất kỳ với độ lớn và hướng bất kỳ)?*

Trả lời.

- Cách 1: Cắt theo chiều ngang của bánh.
- Cách 2: Cắt theo đường thẳng nối tâm của chiếc bánh và tâm của hình chữ nhật bị khoét.



□

Câu hỏi 23. *Bạn có 5 lọ thuốc. Trong một lọ, tất cả các viên thuốc đều bị “hỏng”. Chỉ có bằng cách sử dụng bàn cân, bạn mới có thể xác định được đâu là viên thuốc “bình thường”, đâu là viên “hỏng”. Tất cả những viên “bình thường” đều nặng 10 g mỗi viên, trong khi mỗi viên “hỏng” chỉ có trọng lượng 9 g. Làm thế nào sau chỉ một lần cân bạn có thể xác định được đâu là lọ thuốc hỏng?*

Trả lời. Lấy lọ 1 ra 1 viên, lọ 2 ra 2 viên...lọ 5 ra 5 viên. Tổng cộng 15 viên, phải nặng 150g. Sau đó đem cân. Ví dụ tổng trọng lượng là 146g, nghĩa là thiếu 4g, do đó lọ 4 hư.

□

Câu hỏi 24. *Bạn có 3 giỏ hoa quả. Giỏ thứ nhất chỉ toàn táo, giỏ thứ hai chỉ toàn cam, giỏ thứ ba lẫn lộn cam và táo. Bạn không nhìn thấy trong mỗi giỏ có loại quả gì. Mỗi giỏ đều có một nhãn hiệu nhưng các nhãn hiệu đều ghi sai. Bạn được phép nhắm mắt thò tay vào một giỏ bất kỳ để lấy ra một quả và mở mắt nhìn quả đó. Làm thế nào có thể xác định được trong mỗi giỏ chứa loại quả nào?*

Trả lời. Giả sử giỏ 1 ghi táo; giỏ 2 ghi cam và giỏ 3 ghi táo cam. Rõ ràng giỏ cam là ở giỏ 1 hoặc 3. Lấy 1 quả ở giỏ ghi táo và cam. Nếu được cam thì giỏ 3 chứa cam, giỏ 1 chứa táo và cam, giỏ 2 chứa táo. Nếu là táo thì giỏ 3 chứa táo, giỏ 1 chứa cam và giỏ 2 chứa táo và cam. □

Câu hỏi 25. *Tại sao lon bia thất lại ở phía trên nắp và dưới đáy?*

Trả lời. Nếu phán đoán của bạn là: như thế sẽ làm cho lon bia chắc chắn hơn, thì nói chung là đúng. Hai đầu thất lại liên quan đến kết cấu của toàn bộ vật thể. Lon bia, cũng như những chiếc cầu treo, là một cấu trúc tổng thể, nghĩa là rất khó để giải thích tại sao bộ phận cụ thể nào đó lại có cấu trúc như vậy.

Trước đây, người sản xuất không định sử dụng cấu trúc này để làm cho lon bia chắc chắn hơn. Những cái lon trước đây đã quá chắc chắn để chứa bia bên trong mà không phải nghĩ đến chuyện cải tiến. Bạn có thể hỏi điều gì về những lon bia nữa? Sự thất lại là một yếu tố cho phép giảm bớt lượng nguyên liệu cần thiết. Đây có vẻ không phải là một phát kiến lớn, nhưng nó sẽ có ý nghĩa nếu tính đến số lượng lon bia được sản xuất và tái sản xuất hàng năm.

Đã có thời bia và các loại đồ uống có gas được đựng trong các hộp thép rất nặng, có thiết diện gần như là hình chữ nhật. Thép phải đủ dày để có thể chịu được lực ép của khí gas. Những cái lon này được cấu tạo gồm 3 phần, tức là phần nắp và đáy được gắn vào một đoạn ống hình trụ ở giữa nhờ máy ép.

Khi các hãng sản xuất vỏ hộp buộc phải quan tâm nhiều hơn đến việc giảm giá thành và bảo vệ môi trường, họ chuyển sang sản xuất những cái hộp mỏng bằng nhôm. Nhôm mỏng thì có độ bền kém hơn thép. Giống như vỏ trứng, những chiếc lon được cán thật mỏng mà vẫn đảm bảo chứa được chất lỏng bên trong. Điều này buộc phải sử dụng đến “thủ thuật kiến trúc”, điều có thể bỏ qua khi sản xuất hộp bia bằng thép.

Phần mỏng nhất và vững nhất của lon bia là phần nắp và được gắn hơi thụt xuống. Nắp phải đủ bền vững để chịu được lực tác động khi mở lon. Vì kim loại ở phần này mỏng nên nhà sản xuất quan tâm làm sao để đường kính của cái nắp nhỏ đến mức có thể, do đó đường

kính của phần này phải nhỏ hơn một chút so với phần thân và để nối chúng lại với nhau thì lon phải thắt vào ở phía trên (không thể làm nhỏ đường kính của toàn bộ lon, vì như vậy sẽ chứa được ít bia hơn). Vậy khi đã thắt lại ở phần trên thì cũng phải làm như thế với đáy lon để chúng có thể xếp chồng lên nhau.

Ngoài ra, còn có một nguyên nhân nữa giải thích tại sao lon bia thắt lại ở phía đáy. Phần đáy và phần thân lon được ép bằng một tấm nhôm mỏng để tránh các thao tác thừa khi gắn thêm phần đáy. Để việc này được dễ dàng hơn thì tốt nhất là thắt dần vào chứ không phải bẻ gấp một góc 90 độ. Sự thắt này làm cho đáy lon hơi cong lên.

Người phỏng vấn sẽ hỏi: “Vậy tại sao đáy lon Coca-Cola lại lõm?”. Câu trả lời là kim loại ở phần đáy rất mỏng, vì vậy nếu làm phẳng, đáy lon rất dễ bị biến dạng. Kim loại cong sẽ vững chắc hơn phẳng, cũng giống như vỏ trứng lồi đều sẽ chắc hơn là một quả trứng hình lập phương. Độ bền vững không phụ thuộc vào sự lõm vào hay lồi ra, nhưng nếu có đáy lồi thì các lon này không thể xếp chồng lên nhau được.

□

Câu hỏi 26. *Cần bao nhiêu thời gian để dịch chuyển núi Phú Sĩ?*

Trả lời. Công ty tư vấn Booz, Allen và Hamilton có lẽ là tác giả của câu hỏi độc đáo này. Có hai cách để tiếp cận vấn đề này. Nếu bạn lên kế hoạch sẽ dịch chuyển nguyên vẹn cả núi Phú Sĩ theo cách các quốc vương Châu Âu bắt các kĩ sư chuyển nguyên các tượng đài Ai Cập về thủ đô của mình - chúc may mắn. Nếu không dùng nó, bạn có thể áp dụng cách ước lượng của Fermi. Đầu tiên, bạn phải tính xem, liệu việc dịch chuyển ngọn núi sang chỗ mới phải mất bao nhiêu công đào đất thông thường. Bạn cần phải đánh giá khối lượng của núi Phú Sĩ bằng đơn vị xe tải.

Xuất phát điểm để tính toán có lẽ là hình dạng quen thuộc của núi Phú Sĩ. Đa số người Mỹ cho rằng núi Phú Sĩ có hình nón với chiều rộng đáy lớn gấp 5 lần chiều cao. Mọi người vẫn chỉ có khái niệm rất mơ hồ về chiều cao của ngọn núi. Phú Sĩ không được xếp vào nhóm những ngọn núi cao nhất thế giới (Everest cao 29000 feet¹⁸), nhưng

¹⁸khoảng 8848m

chắc chắn độ cao của nó khoảng vài nghìn feet. Vậy chúng ta hãy dừng lại ở con số 10.000 feet (đây là dự đoán tương đối đúng, theo số liệu chính xác, độ cao của núi Phú Sĩ là 12387 feet so với mặt nước biển. Như vậy, chúng ta có chiều cao hình nón là 10.000 feet và đường kính đáy là 50.000 feet.

Nếu núi Phú Sĩ không phải hình nón mà là hình trụ thì thể tích của nó sẽ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao. Đây là một hình tròn có đường kính 50.000 feet. Hình vuông có cạnh là 50.000 feet sẽ có diện tích là $50\,000 \times 50\,000$. Tức là bằng 2,5 tỷ feet vuông. Nhưng diện tích hình tròn tiệm cận trong hình vuông đó sẽ nhỏ hơn (chính xác $\frac{\pi}{4}$ hoặc 79%), vào khoảng 2 tỷ feet vuông.

Nhân con số này với 10.000 feet chiều cao, chúng ta có kết quả 20.000 tỷ feet khối. Đây là thể tích hình trụ có cùng đáy và chiều cao với núi Phú Sĩ theo phép tính làm tròn của chúng ta.

Tuy nhiên, núi Phú Sĩ lại giống hình nón. Nếu bạn còn nhớ rằng thể tích hình nón bằng $\frac{1}{3}$ thể tích hình trụ có cùng đáy và chiều cao, thì bạn sẽ có lợi thế lớn. Nhưng thậm chí nếu bạn không nhớ ra quy tắc đó, thì bạn cũng nhận thấy rằng thể tích hình nón đương nhiên nhỏ hơn thể tích hình trụ có chiều cao và đáy tương ứng. Vì chúng ta rất thích các con số tròn trĩnh nên chúng ta sẽ rút gọn 20 000 tỷ feet khối thành 10 000 tỷ feet khối, sau đó coi đây là thể tích của núi Phú Sĩ: ngọn núi lửa có thể tích 10 000 tỷ feet khối.

Thế thì cần bao nhiêu chuyến xe tải? Mỗi xe tải có thể vận chuyển được tảng đá núi lửa có kích thước $10\text{ feet} \times 10\text{ feet} \times 10\text{ feet} = 1000$ feet khối. Vậy để vận chuyển núi Phú Sĩ cần 10 tỷ chuyến xe tải.

Bài toán này còn bỏ qua rất nhiều thông số. Chúng ta chưa biết chuyển núi Phú Sĩ đi đâu. Bạn hãy thử hỏi người phỏng vấn về thông tin này. Chúng ta cũng chẳng biết núi Phú Sĩ có bao nhiêu phần đất thổ nhưỡng có thể xúc bằng máy xúc, bao nhiêu phần đá nham thạch cứng cần phải dùng thuốc nổ để phá.

Trong trường hợp tối ưu, việc xúc đất đá và vận chuyển bằng xe tải cũng cần một ngày công làm việc. Nếu chúng ta tính rằng một chiếc xe tải tương đương với một ngày làm việc thì để vận chuyển núi Phú Sĩ cần 10 tỷ ngày công lao động.

Thời gian thực hiện dự án phụ thuộc vào việc có bao nhiêu người làm việc mỗi ngày. Trong trường hợp giả định chắc chắn không thể xảy ra là khối lượng này chỉ do một người làm (mọi người thay phiên nhau,

như kiểu những người gác hải đăng thay nhau trực trong suốt nhiều thế kỷ nay), để kết thúc công việc cần 10 tỷ ngày, tức vào khoảng 30 triệu năm. (Núi Phú Sĩ có lẽ không nhiều tuổi đến thế, và khó có thể tồn tại với hình dạng bây giờ lâu được đến như vậy. Ngọn núi sẽ biến mất trước khi có ai có thể dịch chuyển nó).

Nếu chúng ta thử nghiệm phương pháp không kém phần thiếu thực tế, là huy động 6 tỷ người sống trên Trái Đất cùng tham gia (và cung cấp cho họ đủ dụng cụ và sắp xếp sao cho mọi người không cản trở công việc của nhau), thì bạn có thể dịch chuyển núi Phú Sĩ trong 2 ngày!

Cứ cho là chính phủ Nhật quyết định dịch chuyển núi Phú Sĩ và huy động được một nguồn lực to lớn để thực hiện nhiệm vụ này. 10.000 nhân công, tương đương với số nhân viên trong một tập đoàn lớn, có thể là số lượng thích hợp. Họ cần phải thực hiện nhiệm vụ này trong một triệu ngày, hay khoảng 3000 năm.

□

Câu hỏi 27. *Có 3 công tắc điện ở hành lang. 1 cái trong đó dung bật đèn căn phòng ở cuối hành lang. Cửa phòng đó đóng kín tất nhiên bạn không thể nhìn thấy đèn trong phòng đang bật hay tắt. Bạn cần phải xác định cái nào trong 3 công tắc đó dùng để bật đèn phòng này. Làm cách nào bạn có thể tin chắc vào sự suy đoán của mình nếu chỉ được vào phòng đó 1 lần?*

Trả lời. Gọi các công tắc là 1, 2, 3. Bật công tắc 1 và tắt các công tắc 2 và 3. Chờ 10 phút. Sau đó tắt công tắc 1 và bật công tắc 2. Lập tức đi vào phòng. Nếu bóng nào sáng thì nó ứng với công tắc 2. Bóng nào sờ vào thấy ấm ứng với công tắc 1. Bóng đèn không đỏ và lạnh ứng với công tắc 3.

□

Câu hỏi 28. *Có bao nhiêu điểm trên trái đất mà bạn đi một dặm về hướng nam, một dặm về hướng đông và một dặm về hướng bắc, bạn sẽ trở về điểm xuất phát?*

Trả lời. Ta bắt đầu bằng việc phác thảo một bản đồ tưởng tượng: một dặm sang hướng nam, một dặm sang hướng đông và một dặm sang hướng bắc tạo thành ba cạnh của một hình vuông. Bạn sẽ kết thúc tại điểm lệch về phía đông 1 dặm so với điểm xuất phát. Bạn nghĩ là không có điểm nào.

Thử lại. Lưu ý trái đất hình cầu. Tại cực bắc, mọi hướng đều là hướng nam. Nếu bạn bắt đầu chính xác tại cực bắc, bạn có thể đi về bất kỳ hướng nào. Khi đó một dặm về hướng đông sẽ ở trên đường tròn tâm là cực bắc. Rồi đi tiếp một dặm về hướng bắc thì trở lại cực bắc.

Vậy cực bắc là một phương án. Lưu ý cực nam thì không. Tại đó, mọi hướng đều là hướng bắc.

Bạn kết luận là chỉ có một điểm. Bạn sai rồi. Sai vì ta có thể tiến hành tại một điểm gần cực nam. Tưởng tượng ta bắt đầu từ một điểm cách cực nam hơn một dặm. Bạn đi một dặm về hướng nam, rồi về hướng đông và đi một vòng tròn có chu vi một dặm có tâm là cực nam - và một dặm về hướng bắc là trở lại điểm ban đầu.

Có vô hạn điểm như vậy. Bạn xuất phát từ một điểm bất kỳ với khoảng cách tới cực nam thích hợp. Đó là đường tròn có tâm là cực nam. Khoảng cách thích hợp là bao nhiêu? Đường tròn chu vi một dặm có bán kính là $\frac{1}{2\pi}$ dặm. Điểm xuất phát của hành trình phải xa hơn điểm cực thêm một dặm nữa, hay $1 + \frac{1}{2\pi}$ dặm, khoảng 1.159 dặm.

Chúng ta vẫn chưa giải xong. Giả sử bạn bắt đầu ở điểm gần cực nam hơn nữa. Bạn đi về hướng nam một dặm, sau đó tiếp tục theo hướng đông trên một vòng tròn nhỏ hơn có chu vi $\frac{1}{2}$ dặm. Bạn đi tròn hai vòng. Rồi đi về hướng bắc. Có vô số điểm như vậy, chúng cực nam $1 + \frac{1}{4\pi}$ dặm.

Bạn cũng có thể điều chỉnh hành trình sao cho bạn di chuyển trên đường tròn có tâm là cực nam 3 lần, 4 lần hay n lần với n là số tự nhiên. Mỗi đường tròn mới của điểm khởi đầu cách cực $1 + \frac{1}{2n\pi}$ dặm. □

Câu hỏi 29. Trong một ngày kim phút và kim giờ chồng lên nhau bao nhiêu lần?

Trả lời. Vào nửa đêm, kim giờ và kim phút trùng nhau. Mất một giờ để kim phút đi hết một vòng. Với thời gian đó, kim giờ đi được $\frac{1}{12}$

vòng tới số 1. Tồn thêm 5 phút để kim phút đến số 1, trong lúc đó kim giờ đã tiến lên một đoạn. Ta thấy để kim phút và kim giờ gặp nhau lần nữa mất hơn 65 phút. Ta xét khoảng thời gian từ 12 giờ đêm đến 12 giờ trưa. Trong khoảng thời gian đó, chúng không thể gặp nhau 12 lần vì nếu điều này xảy ra khoảng cách giữa hai lần gặp đúng bằng $\frac{12}{12}$. Không, chỉ 11 lần thôi. Tức là khoảng cách giữa hai lần gặp nhau khoảng $\frac{12}{11}$ gần bằng 65,64 phút. Đây là khoảng thời gian mà ta chưa tính toán cụ thể được.

Gấp đôi 11 cho ta 22 lần trong 24 giờ. 22 là câu trả lời - trừ khi bạn muốn tách cận kẽ. Nếu bạn tính sự trùng lặp vào lúc nửa đêm là bắt đầu một ngày, và cũng vào lúc đó kết thúc một ngày thì câu trả lời là 23.

□

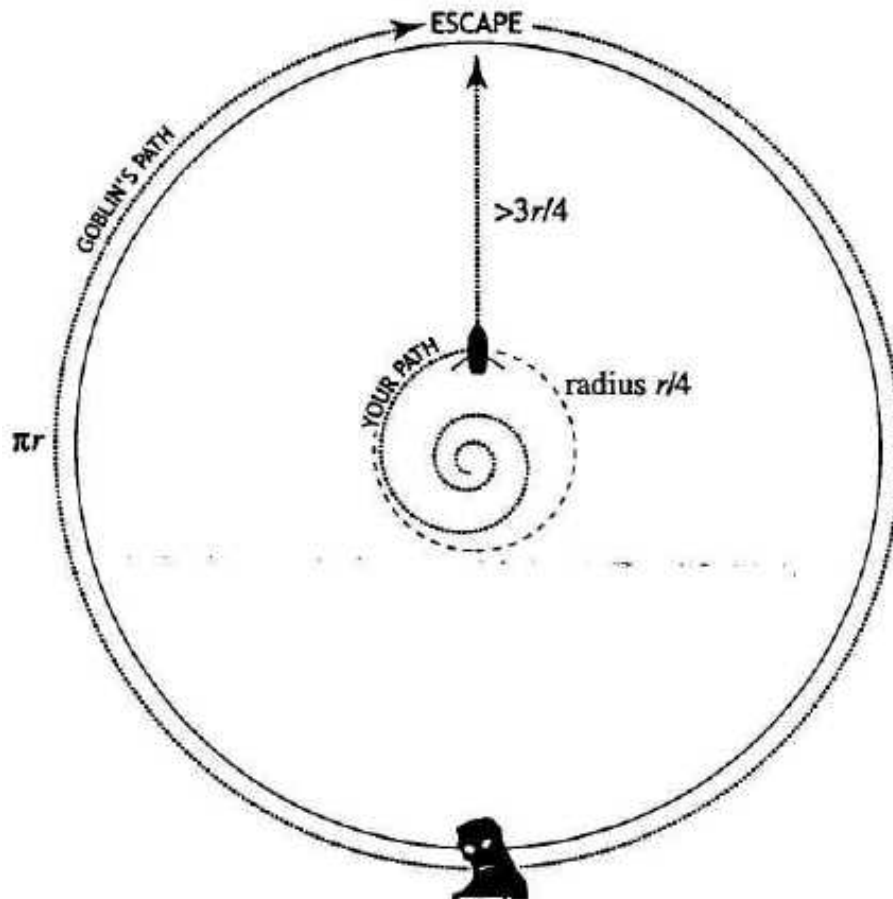
Câu hỏi 30. *Bạn đang ở trên thuyền tại tâm của một cái hồ tròn một cách hoàn hảo. Có một con yêu quái trên bờ hồ. Yêu quái này định làm chuyện xấu đối với bạn. Nó không thể bơi và không có thuyền. Giả sử bạn có thể lên bờ và nó không ở đó để bắt bạn - bạn có thể thoát thân.*

Bài toán đặt ra là: Con yêu quái có thể chạy nhanh gấp 4 lần tốc độ tối đa của chiếc thuyền. Nó có cặp mắt hoàn hảo, không bao giờ ngủ và cực kỳ logic. Nó sẽ làm mọi việc trong khả năng để bắt bạn. Bạn thoát thân bằng cách nào?

Trả lời. Sau đây là gợi ý. Bạn hãy tự hỏi “Đường tròn lớn nhất, đồng tâm với cái hồ, tôi có thể đi, sao cho con yêu quái bắt kịp là gì?” Đó là đường tròn ở đó bạn đi $\frac{1}{4}$ đoạn đường mà con yêu quái đi. Đó là đường tròn bán kính $\frac{r}{4}$. Di chuyển theo chiều kim đồng hồ trên đường tròn này, và con yêu quái sẽ chạy với tốc độ tối đa theo chiều kim đồng hồ, chỉ để duy trì khoảng cách với bạn. Di chuyển theo chiều ngược kim đồng hồ, thì nó cũng phải chạy theo chiều đó. Bạn nên di chuyển trên đường tròn bán kính nhỏ hơn $\frac{r}{4}$, con yêu quái sẽ không thể đuổi kịp bạn. Nó sẽ bị bỏ lại phía sau.

Điều đó có nghĩa là bạn có thể xoay sở sao cho bạn cách con yêu quái $\frac{5r}{4}$. Một cách làm điều này là đi theo đường xoắn ốc từ tâm, tiếp cận dần đến đường tròn $\frac{r}{4}$. Nếu bạn ở trong đường tròn phép thuật

này, yêu quái sẽ không thể đuổi kịp bạn. Bạn giữ cho đến khi nó rơi vào vị trí 180 độ phía sau bạn.



Điều này giúp bạn thoát khỏi nó. Lúc đó bạn dừng lại và đi thẳng đến bờ bên kia. Quãng đường bạn phải đi là lớn hơn $\frac{3r}{4}$ một chút. Yêu quái phải vượt qua πr . Tức là gấp $\frac{4\pi}{3}$ đường đi của bạn và vì nó chạy nhanh gấp 4 lần bạn nên nó sẽ đi hết trong $\frac{\pi}{3}$ thời gian của bạn. $\frac{\pi}{3}$ lớn hơn 1 một chút (1.047...). Làm mọi việc theo kế hoạch, và bạn sẽ cập bến và chạy thoát trước khi con yêu quái đến đó.

Điều này có thực sự giải bài toán? Nếu con yêu quái thông minh và đã nghe kế hoạch này thì sao? Nó không theo bạn quanh hồ khi nó nhận ra bạn dự định làm gì?

Vâng, nhưng thậm chí khi nó biết chính xác bạn định làm gì, nó không thể làm gì tốt hơn. Bạn lấy một cái loa và thông báo “Này, yêu quái kia! Đây chính là điều ta sẽ làm. Ta chạy quanh đường tròn nhỏ

với bán kính nhỏ hơn $\frac{r}{4}$ một chút nay. Người tính đi! Ngay khi ta ở vị trí 180 độ so với người, ta sẽ đi vào bờ và sẽ thoát thân ở đó. Bây giờ chúng ta làm điều này bằng cách dễ, cách khó, hay là cách ngốc nghếch. Cách dễ là cho người là nhận ra mình thua cuộc. Đúng yên và để ta lên bờ. Cách khó cho người là đuổi theo ta. Điều này vất vả cho cả hai. Nhưng kết quả vẫn vậy. Cuối cùng là cách ngốc nghếch. Người có giữ chiến lược phản công - chẳng hạn đuổi theo với tốc độ tối đa, đuổi theo những hướng khác nhau vân vân - những điều đó chỉ làm cho ta đến vị trí dự định dễ hơn. \square
