

Una aproximación a la raíz cuadrada

Luis Enrique Serrano Gutiérrez

29 de octubre de 2019

Resumen

Se presenta una forma de calcular la raíz cuadrada de un número positivo basada en la publicación "Algoritmos Sencillos para Evaluar Funciones Elementales" escrita por el profesor Pablo Barrera Sánchez [PBS1996].

La idea

La raíz cuadrada de un número x está definida como un número y tal que al ser multiplicado por si mismo se obtiene el número x , es decir:

$$x = y * y$$

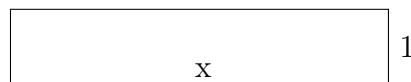
Recordemos que la fórmula para calcular el área de un cuadrado de lado l es:

$$\text{area del cuadrado de lado } l = l * l$$

por lo que es posible hacer una interpretación geométrica de la raíz cuadrada del número x como los lados de un cuadrado de área x .

El procedimiento

Partiendo de esta interpretación el objetivo es calcular el valor y a partir de la información inicial disponible, el valor de x . La primera pregunta por responder es: ¿A partir del valor x puedo construir una figura de área x de una forma sencilla?, la respuesta es sí, pues un rectángulo de altura 1 y base x tiene área x .



Una vez que se ha establecido un punto de partida, el rectángulo de base $b = x$ y altura $h = 1$ cuya área es x (que se calcula con la fórmula $a = b * h$), se debe hacer la pregunta ¿cómo se deben modificar la base y la altura de ese rectángulo para que el rectángulo sea más parecido a un cuadrado, es decir, para que los lados sean más parecidos a la raíz cuadrada de x ?

Una forma de hacer este cambio es cambiar la base por el promedio entre la base b y la altura h : $b = (b + h)/2$

Para que el área x sin cambios se debe redefinir h de la siguiente forma: $h = x/b$, de esta forma se mantiene la relación inicial en la que $x = b * h$

El nuevo rectángulo que se forma mantiene la misma área x pero es más parecido a un cuadrado.

Con cada repetición de este procedimiento en el nuevo rectángulo que se obtiene se parecerá cada vez más a un cuadrado, y en consecuencia la longitud de cada uno de los lados se acercará cada vez más a la raíz cuadrada de x .

Ejemplos

Para $x = 16$

$x = 16$		
rectángulo	b	h
1	16	1
2	8,5000	1,8824
3	5,1912	3,0822
4	4,1367	3,8679
5	4,0023	3,9977
6	4,0000	4,0000

Cuadro 1: Rectángulos para $x = 16$

$x = 4$		
rectángulo	b	h
1	4	1
2	2,5000	1,6000
3	2,0500	1,9512
4	2,0006	1,9994
5	2,0000	2,0000

Cuadro 2: Rectángulos para $x = 4$

Esta forma de calcular la raíz cuadrada nos deja algunas preguntas, a saber:

1. ¿ Siempre se obtiene el valor exacto de la raíz?
2. ¿ Hay un numero fijo de rectángulos que se tengan que calcular antes de obtener la raíz?

Referencias

[PBS1996] Barrera Sánchez Pablo, Algoritmos Sencillos para Evaluar Funciones Elementales, 1996.