

マックスウェル方程式

川嶋宥翔

2026 年 1 月 20 日

概要

真空中のマックスウェル方程式を LATEX で表示する。

1 ベクトル表示

電場を E 、磁場を B 、電荷密度を ρ_q 、電流密度を j とすると、真空中のマックスウェル方程式は以下のようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + c^{-2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

ここで ϵ_0 は誘電率、 μ_0 は透磁率、 c は光速である。

2 成分表示

式 (1) と (2) を x, y, z のデカルト座標表示を用いて成分表示すると以下のようになる。

式 (1) の成分表示

$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ 、 $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$ とすると、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0} \quad (1')$$

式 (2) の成分表示

$\nabla \times \boldsymbol{E}$ の各成分は以下のようになる。

x 成分：

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (2a)$$

y 成分：

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (2b)$$

z 成分：

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (2c)$$