# Cheatsheet WuS

Nicolas Wehrli

June 2023

## 1 Grundbegriffe

**Axiome von Kolmogorov**

Das Tuple $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ist ein **Wahrscheinlichkeitsraum** mit

I. **Grundraum** $\Omega$ mit $\Omega \neq \emptyset$, wobei $\omega \in \Omega$ ein Elementarereignis ist.

II. $\sigma$**-Algebra** $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(\Omega)$ wobei gilt:

1. $\Omega \in \mathcal{A}$
2. $A \in \mathcal{A} \implies A^{\complement} \in \mathcal{A}$
3. $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A} \implies \bigcup_i A_i \in \mathcal{A}$

III. **Wahrscheinlichkeitsmass** $\mathbb{P}$ auf $(\Omega, \mathcal{A})$ ist eine Abbildung $\mathbb{P} : \mathcal{A} \mapsto [0, 1]$, wobei gilt:

1. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$
2. $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}, \forall i \neq j : A_i \cap A_j = \emptyset$
   $\implies \mathbb{P}(\bigcup_i A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$

**De-Morgan**

Sei $(A_i)_{i \geq 1}$ eine Folge von beliebigen Mengen. Dann gilt

$$\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right)^{\complement} = \bigcap_{i=1}^{\infty} (A_i)^{\complement}$$

Daraus folgt

1. $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A} \implies \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$
2. $A, B \in \mathcal{A} \implies (A \cup B), (A \cap B) \in \mathcal{A}$

und für $A, B \in \mathcal{A}$

1. $\mathbb{P}(A^{\complement}) = 1 - \mathbb{P}(A)$
2. $A \subseteq B \implies \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$
3. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$