Tmatrix 弹性 BeBug

这是一次带脑子的惊心动魄 Bebug 过程.

记录期间部分草稿和思路:

2D Green function　Tmatrix 弹性 实现与 debug 过程

L1

1~7

文章用的 $L(x)G(x,x') = -\delta(x-x')$

↑

有负

25.02.20.

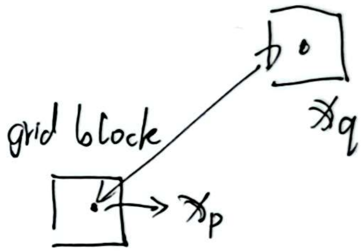
此工作大部分已完成. 重在作为回溯反思的资料

未完成的已归入电脑 markdown.

$$L(x) = \nabla^2 + \frac{\omega^2}{c(x)^2} = \nabla^2 + k^2(x)$$

查资料 $(\nabla^2+k^2)G(\rho) = -\delta(\rho)$

$$\frac{i}{4}H_0^{(1)}(k\underbrace{|\rho_1-\rho_2|}_{dist})$$



$G_{rr}^{(0)}$ 是 ref k. 是常数.

看SEM:

台阶位于中间正对. 80s走时. dist = 240 km 则 v = 3km/s. 和设置预期一致. ✓

疑问:

ψ_R 和 $\psi_R^{(0)}$ 的关系?? 形如 $V\psi_V = T\psi_V^{(0)}$ 吗?

答: 不是.

ψ_R 和 T 的关系:

L^2

$V\psi_V = T\psi_V^{(0)}$

$\psi_R = \psi_R^{(0)} + \bar{G}_{RV}^{(0)} \underbrace{V\psi_V}$

待求.

则 $\psi_R = \psi_R^{(0)} + \bar{G}_{RV}^{(0)} T\psi_V^{(0)}$

待求

$$\begin{cases} \psi_R^{(0)} = G_{RS}^{(0)} \tilde{f} \\ \psi_V^{(0)} = G_{VS}^{(0)} \tilde{f} \end{cases}$$

现核心是求 $\tilde{f}$.

$R\begin{bmatrix} 1 \\ \end{bmatrix} = R\begin{bmatrix} s=1 \\ \end{bmatrix}$ 中

f.

求 $\tilde{f}$: $\phi_{tt} - c^2\phi_{xx} = f(x,t)$

$-\omega^2\phi - c^2\phi_{xx} = f(x,\omega)$

$\frac{\omega^2}{c^2}\phi + \phi_{xx} = -\frac{1}{c^2}f(x,\omega)$

L ⑥ 5

SEM2D:

$G * f$ = SEM 结果.

$\frac{H(\ )}{\sqrt{\ }}$ Ricker

$L\ G = \delta(x-s)$

$\partial_t^2 - \nabla_{2D}$ G: $\frac{\Theta(\ )}{\sqrt{\ }}$

说明 SEM 的方程:

$\phi_{tt} - c^2\phi_{xx} = f(x,t)$.

$\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2\pi}\int \phi(x,\omega)e^{i\omega t}d\omega - c^2\phi_{xx} = f(x,\omega)e^{i\omega t}$..

$-\omega^2\phi(x,\omega) - \nabla^2 c^2\phi(x,\omega) = f(x,\omega)$

$\frac{\omega^2}{c^2}\phi + \nabla^2\phi = -\underbrace{\frac{1}{c^2}f(x,\omega)}_{\text{Source}}$

Source 不用带负号!! bug 1.

在离散里 $\frac{1}{c^2}f(x,\omega)dx^2$ 才对.

Bug × 2 :

1. source 差了 3.7 倍，本程中为除，但结果发现用乘时刚好.

2. Homo 的 real 负号. imag 不变，尚不知问题所在.

先看 2.

1. 检查观测端 (STM) 处理是否正确 ✓.

2. 看理论:

$$\psi_R^{(0)} = G_{PS}^{(0)} \tilde{f}$$

$$\downarrow$$

$$\cancel{\delta V_p}\ \cancel{G_P}\quad G_{pq}^{(0)} = G^{(0)}(x_p, x_q) \quad p \neq q$$

$G_{PS}^{(0)}$

共轭和取负

$$\left(-\psi_R^{(0)}\right)^* = \left(-G_{PS}^{(0)} \tilde{f}\right)^*$$

$$= G_{PS}^{(0)*} \left(-\tilde{f}^*\right)$$

代码:

func : Gdd : $H_0^1(k \cdot dist) \cdot \frac{i}{4}$ ✓.

staposition ✓.

$f(\omega)$: dt = 0.01

重点: $-\frac{1}{i\omega} f(x,\omega)$ 对否 ??

不对. $\frac{1}{i\omega} f(x,\omega)$ ✓.

~~资~~ 资料:

$$(\nabla^2 + k^2) G(r) = -\delta(r) \Rightarrow \frac{i}{4} H_0^1(k|\rho_1 - \rho_2|)$$

文献:

$$(\nabla^2 + k^2) \psi^{G(x,x')} = -\delta(x - x')$$ 思也应如上,

可能是 Grs * source 错了.

L4

左:

1. 0.09754 − 0.005837

3. 0.04472 −0.08860

Source.

~~$-2.844 - 5.3e^{-06}j$~~

1. −0.07429 + 0.01947

3. −0.01572298 + 0.0311j

Grs * Source ✓.

画图:

读文件: Homo.txt.

画 Homo.txt ✓. (顺序是否一致了)

phi_w 是对 ✓.

这部分代码检查完毕, 未发现其它问题. 推测为 SEM 端处理有问题. Homo.txt 和 pert.txt 不一定可靠.

模拟结果是.

$\phi_{tt} - c^2\phi_{xx} = f(x,t)$

↑ 时域 　 ↑ Ricker

$\phi(x,t) \xrightarrow{FFT} \phi(x,\omega)$

和 T-matrix 要对上.

L6

随着时延, 使 相位会滞后 (降低)

delay. phase 减少 ωa

↑ time delay.

用 Green function 是对的.. 错的是 SEM 端的处理.

Update: SEM 是对的 错了 Tmatrix.

选一个case. 中间15号台.

正确答案： -1+1j

ToDo：甲：尚不清楚SEM的Bug如何产生.

但Tmatrix已成功实现.

四震源项的系数如何设. 和dx^2的关系、

两种方法间本不应差共轭.

$$\frac{f(\omega)}{c^2}\cdot\frac{i}{4}H_0^{(1)}(kr) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t)e^{-i\omega t}dt$$

G_t: 时域 Green

G_H: 频域 Green.

Helmholtz.

$$= F(v)$$

$$= F(G_t * f)$$

$$= FG_t \cdot F(f) \quad \cdots\cdots \text{①}$$

$$\frac{\partial^2 G_t}{\partial t^2} - c^2\nabla^2 G_t = \delta(x)\delta(t)$$

$$\downarrow$$

$$-\omega^2 \cancel{FG} - c^2\nabla^2 \cancel{FG} = \delta(x)$$

$$(FG_t) \qquad (FG_t)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2}(FG_t) + \nabla^2(FG_t) = -\frac{1}{c^2}\delta(x)$$

$$\frac{\omega^2}{c^2}G_H + \nabla^2 G_H = -\delta(x)$$

则 $G_H = c^2(FG_t)$

则①为: $f(\omega)\cdot\frac{G_H}{c^2} = FG_t\cdot f(\omega)$ 成立.

DEBUG：文献内容.

先梳理.理论T-matrix有哪些步骤.

$$(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{v^2}) = -f(x)$$

$$m = \frac{1}{c^2} - \frac{1}{c^{0 2}}$$

$\bar{G}^0 = \omega^2 G^{(0)}$ N_v: 含 N_v 散射体 δV_p: x_p 为中心的 volume.

$$\tilde{V}_{pq} = m_p \frac{\delta_{pq}}{\delta V_p}$$

$$G^{(0)}_{pp} = \frac{1}{\delta V_p} \int_{\Omega_p} dx\, G^{(0)}(x_p, x)$$ ，Ω_p 的中心是 x_p

$$V_{pq} = m_p \delta_{pq} \delta v_q$$

$$f_s = \frac{f(x)}{\delta(x - x_s)}$$

$$\begin{cases} \psi_R = \psi_R^{(0)} + \bar{G}^{(0)}_{RV} V \psi_V \\ \psi_V = \psi_V^{(0)} + \bar{G}^{(0)}_{VV} V \psi_V \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_R^{(0)} = G^{(0)}_{RS} \tilde{f} \\ \psi_V^{(0)} = G^{(0)}_{VS} \tilde{f} \end{cases}$$

$$V \psi_V = T \psi_V^{(0)}$$

$$\psi_V = \psi_V^{(0)} \cancel{+ \bar{G}^0_{VV} T \psi_V^{(0)}}$$

$$\cancel{= \psi_V^{(0)} + \bar{G}^0_{VV} V \psi_V}$$

$$= \underline{\underline{\psi_R}} = \underline{\underline{\psi_R^{(0)}}} + \underline{\underline{\bar{G}^{(0)}_{RV}}}\, \underline{\underline{T}}\, \underline{\underline{\psi_V^{(0)}}}$$

$$T = (I - V \bar{G}^{(0)}_{VV})^{-1} V.$$

$$= \underline{\underline{G^{(0)}_{RS}}}\, \underline{\underline{\tilde{f}}} + \underline{\underline{\tilde{G}^{(0)}_{RV}}}\, \underline{\underline{T}} (\underline{\underline{G^{(0)}_{VS}}}\, \underline{\underline{\tilde{f}}})$$

$$G^0_{pq} = G^{(0)}(x_p, x_q),\ p \neq q$$

$$= \underline{\underline{G^{(0)}_{RS}}}\, \underline{\underline{\tilde{f}}} + \underline{\underline{G^{(0)}_{RV}}} \omega^2 \underline{\underline{T}} (\underline{\underline{G_{VS}}}\, \underline{\underline{\tilde{f}}})$$

$$(I - v \omega^2 \underline{\underline{G_{VV}}})^{-1} V.$$

f和G同时共轭 才会导致结果共轭.

dm到底+还是-.

$U(x,t) = G(t) * f(t)$ 的一个反向两种实现思路

4

xxxx

$$U(x,\omega) = G(x,x';\omega)\cdot f(x';\omega) \qquad f(x,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt$$

$\downarrow$ $\qquad\qquad$ $\downarrow$ $\qquad\qquad$ $\downarrow$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(x,t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt \qquad H_0^{(1)}(kr)\frac{i}{4}$$

$$U_{tt} - c^2\nabla^2 U = f(x,t).$$

$0.06\,Hz \cdot \omega = 2\pi f.$

① Riker wave. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} U_{(\omega)} e^{-i\omega t}\,dt \Rightarrow R.I.$

② $U = G * f.$ $\qquad -\omega^2 U - c^2\nabla^2 U = f(\omega)$

$$k^2 U + \nabla^2 U = -\frac{1}{c^2} f(\omega).$$

U就是答案!!!

$$U(\omega) = G(\omega)\cdot f(\omega)$$

$$= H_0^{(1)}(kr)\frac{i}{4}\cdot\frac{1}{c^2} f(\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt$$

$\Rightarrow R.I.$

$$U_{tt} - c^2\nabla U = \delta(x)\delta(t)$$

$$k^2 U + \nabla^2 U = \cancel{\delta(\omega)} - \frac{1}{c^2}\delta(x)$$

L2

×-×-×-×

① Ricker. $u(t) \longrightarrow$ R.I.

$$U_{tt} - c^2 \nabla^2 U = f(t).$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \underset{\Delta}{U} e^{-i\omega t} dt \Rightarrow R.I$$

半个周期时移
产生共振.

② $\underset{?}{U} = H_0^{(1)}(kr) \frac{i}{4} \cdot \frac{1}{c^2} \underset{\Delta}{f(\omega)}$

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

$$U_{tt} - c^2 \nabla^2 U = f(x, t)$$

$$\Downarrow$$

$$-\omega^2 U - c^2 \nabla^2 U = f(\omega)$$

$$k^2 \underset{\Delta}{U} + \nabla^2 U = -\frac{1}{c^2} \underset{\Delta}{f(\omega)}.$$

$$U = ? = \frac{f(\omega)}{c^2} * G(\omega)$$

$U = \int dx' G f = \frac{1}{c^2} f(\omega) \cdot G = \frac{f(\omega)}{c^2} \cdot \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr)$

$$G(\omega) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr)$$

$U = \frac{f(\omega)}{c^2} \times \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr).$ ⟸ 可能有问题!!!

Debug 0303.

首先always debug:

① 由于source近乎位于边界，所以G_{RS}取其极限

② 不是由矩阵乘法导致的，其余肯定出在function里面.

③ 也不是手动输出和同一样
输出的位置错了

总结：我们代码完美实现了：

$$f(\omega) = \sum f(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\psi_0 = f(\omega) \cdot G_{RS}^{*}, \quad G_{RS} = \frac{i}{4} H_0^1 (k \cdot |R-S|)$$

文献：

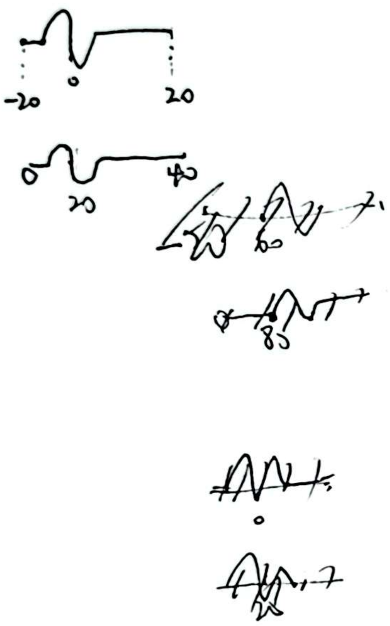
$$\psi^{(0)}(x) = \int_\Omega dx' G^{(0)}(x, x') f(x') \delta(x'-x_0)$$

$$= G^0(x, x_0) f(x_0)$$

感觉在频域De不出了. 试试转到时域. 把 Tmatrix 的值转到时域. 看看吧.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int f(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

破案了、虚部加一个共轭来算.



振幅：看实部

振幅谱：~~看~~反映能量？？

没什么用！！！

改了t延迟仍发现bug/全在 Green上.

差个共轭？？

$$\left(\frac{i}{4}H_0^1\right)^* = \underbrace{-\frac{i}{4}H_0^2}_{} \quad -\frac{i}{4}e^{-ikx} \quad -\frac{i}{4}\cos kx - \frac{1}{4}\sin kx$$

另一个格林函数.

$\omega t + kr + \omega t$

$-kr - \omega t$ ✓ outgoing

Bessel function:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dG}{d\rho}\right)+k^2G=0$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{dG}{d\rho}+\frac{d^2G}{d\rho^2}+k^2G=0$$

⇓ 对应上.

$$\frac{1}{x}\frac{dy}{dx}+\frac{d^2y}{dx^2}+y-\frac{\alpha^2}{x^2}y=0$$

for, $\alpha=0$. $k=1$

$$x(-f)=x(f)^*$$

$H_0^{(1)}(x)$ 和 $H_0^{(2)}(x)$ 都由中.

实+虚 = 实+虚.

和 H_0^1 还是 H_0^2 无关.

对虚部: 左边代表了 out in 右边代表了

$$-\frac{i}{4}H_0^2 \quad 和 \quad \frac{i}{4}H_0^1$$

$a-bi$ $\quad$ $a+bi$ $\quad$ ~~a+b~~

$+ia$ ~~+b~~ $\quad$ $ai-b$

$-b$

$$\left(\frac{i}{4}H_0^1\right)^* = -\frac{i}{4}H_0^2$$

$kr+\omega t$

$(-kr+\omega t) = -(kr-\omega t)$ ← angle !!