

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ**

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №4
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поиск подстроки в строке. (КМП)

Студент гр. 3388

Кулач Д.В.

Преподаватель

Жангиров Т.Р.

Санкт-Петербург
2025

Цель работы:

Изучить принцип работы алгоритма Кнута-Морриса-Пратта для нахождения подстрок в строке. Решить с его помощью задачи.

Задание 1:

Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона P ($|P| \leq 15000$) и текста T ($|T| \leq 5000000$) найдите все вхождения P в T .

Вход:

Первая строка - P

Вторая строка - T

Выход:

индексы начал вхождений P в T , разделенных запятой, если P не входит в T , то вывести -1

Sample Input:

ab

abab

Sample Output:

0,2

Задание 2:

Заданы две строки A ($|A| \leq 5000000$) и B ($|B| \leq 5000000$).

Определить, является ли A циклическим сдвигом B (это значит, что A и B имеют одинаковую длину и A состоит из суффикса B , склеенного с префиксом B). Например, defabc является циклическим сдвигом abcdef.

Вход:

Первая строка - A

Вторая строка - B

Выход:

Если A является циклическим сдвигом B , индекс начала строки B в A , иначе вывести -1 . Если возможно несколько сдвигов вывести первый индекс.

Sample Input:

defabc

abcdef

Sample Output:

3

Реализация

Описание алгоритма Кнута-Морриса-Пратта:

Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта (КМП) разработан для быстрого поиска всех мест в тексте T , где встречается заданная подстрока P . Он повышает эффективность поиска, минимизируя лишние сравнения символов благодаря использованию префикс-функции, которая позволяет пропускать уже обработанные участки текста при несовпадении.

Шаги алгоритма

1. **Проверка размеров:** сначала проверяются длины P и T . Если P пустая или её длина превышает длину T , возвращается пустой список.
2. **Вычисление префикс-функции π для P :**
 - Для каждого символа $P[i]$ (где i от 1 до $m-1$, а m — длина P) вычисляется значение $\pi[i]$.
 - Если символы $P[k]$ и $P[i]$ не совпадают, значение k уменьшается с использованием $\pi[k-1]$, пока не будет найдено совпадение или k не станет равным 0.
 - Если $P[k]$ совпадает с $P[i]$, значение k увеличивается.
 - Итоговое значение $\pi[i]$ равно k .
3. **Поиск вхождений P в T :**
 - Проходим по тексту T с индексом i , отслеживая количество совпавших символов q (из P).
 - Если $P[q]$ не равно $T[i]$, q уменьшается с использованием $\pi[q-1]$.
 - Если $P[q]$ равно $T[i]$, q увеличивается.
 - Когда q достигает m (длина P), это означает полное совпадение, и позиция $i-m+1$ добавляется в список результатов. Затем q уменьшается с использованием $\pi[q-1]$ для продолжения поиска.

Описание функций и структур:

- `list[int] compute_prefix_function_verbose(const str& P)` – функция, которая вычисляет префикс-функцию для шаблона `P`. Возвращает список, в котором каждый элемент `pi[i]` показывает длину наибольшего префикса, совпадающего с суффиксом подстроки `P[0..i]`. В процессе работы выводит подробные комментарии (отладочную информацию) по каждому шагу.
- `list[int] kmp_search_verbose(const str& P, const str& T)` – функция, которая ищет все вхождения строки `P` в строке `T` с использованием алгоритма Кнута–Морриса–Практа (КМП). Возвращает список индексов, с которых начинаются вхождения шаблона в тексте. Пошагово выводит ход поиска.
- `int kmp_search_shift_verbose(const str& P, const str& T)` – функция, которая проверяет, является ли строка `P` циклическим сдвигом строки `T`. Возвращает индекс, начиная с которого строка `T` при сдвиге совпадает с `P`, или `-1`, если сдвига не существует. Использует КМП и выводит подробные шаги.
- `void main()` – основная функция, которая запрашивает у пользователя выбор задачи:
 - если введено `1`, выполняется поиск подстроки `P` в тексте `T` с помощью `kmp_search_verbose`;
 - если введено `2`, проверяется, является ли строка `B` циклическим сдвигом строки `A` с помощью `kmp_search_shift_verbose`;
 - если введён некорректный номер задачи, выводится соответствующее сообщение.

Оценка сложности алгоритма:

Временная сложность

Вычисление префикс-функции:

- Проход по `P` длиной `m`: $O(m)$.
- Итог: $O(m)$.

Поиск:

- Проход по T длиной n : $O(n)$.
- Внутренний цикл `while` уменьшает q по p_i , но общее число шагов равно $O(n)$, так как каждое уменьшение компенсируется предыдущим увеличением.
- Добавление позиций: $O(z)$, где z — число вхождений, но $z \leq n$.
- Итог: $O(n)$.

Общая: $O(m+n)$

Пространственная сложность

Префикс-функция:

- pi : $O(m)$ для массива длиной m .

Поиск:

- `occurrences`: $O(z)$ для хранения позиций, где $z \leq n$.

Итого: $O(m + z)$

Тестирование

Таблица 1. Тестирование.

| Входные данные | Выходные данные |
|--|-----------------|
| alksdmlaksmdlkamdlksamdlkamdlkam daldmlakdmlakdmalkmd amdaldmlakdmlakdmalkmdalksdmlaks mdlkamdlksamdlkamdlk | 30 |
| aba ababababa | 0,2,4,6 |
| bab bbaababbabaabab | 4,7,12 |

Вывод

В ходе лабораторной работы были написаны программы с использованием алгоритма Ахо-Корасика. Также дополнительно было сделано: подсчёт вершин и определение пересечений.

Исходный код программы см. в ПРИЛОЖЕНИИ А.

ПРИЛОЖЕНИЕ А.

ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

main.py

```
def compute_prefix_function_verbose(P):
    print("Построение pi-функции:")
    n = len(P)
    pi = [0] * n
    j = 0
    for i in range(1, n):
        while j > 0 and P[i] != P[j]:
            print(f"q={i}: {P[i]} != {P[j]} и k={j}; переход к pi[{j} - 1]={pi[j] - 1}")
            j = pi[j - 1]
        if P[i] == P[j]:
            j += 1
            print(f"q={i}: {P[i]} == {P[j-1]}; pi[{i}]= {j}")
        else:
            print(f"q={i}: {P[i]} != {P[j]} и k=0; pi[{i}]=0")
        pi[i] = j
    print(f"Результат pi: {pi}\n")
    return pi

def kmp_search_verbose(P, T):
    print("Поиск вхождений:")
    pi = compute_prefix_function_verbose(P)
    result = []
    j = 0
    for i in range(len(T)):
        while j > 0 and T[i] != P[j]:
            print(f"i={i}: {T[i]} != {P[j]}, q={j} -> q={pi[j] - 1}")
            j = pi[j - 1]
        if T[i] == P[j]:
            j += 1
            print(f"i={i}: {T[i]} совпало, q-> {j}")
        else:
            print(f"i={i}: {T[i]} != {P[j]}, q={j}")
    if j == len(P):
        print(f"Найдено вхождение с {i - len(P) + 1}")
        result.append(i - len(P) + 1)
        j = pi[j - 1]
    return result

def kmp_search_shift_verbose(P, T):
    print("Проверка циклического сдвига:")
    pi = compute_prefix_function_verbose(P)
    j = 0
    for i in range(len(T)):
        while j > 0 and T[i] != P[j]:
            print(f"i={i}: {T[i]} != {P[j]}, q={j} -> q={pi[j] - 1}")
            j = pi[j - 1]
        if T[i] == P[j]:
            j += 1
            print(f"i={i}: {T[i]} совпало, q-> {j}")
        else:
            print(f"i={i}: {T[i]} != {P[j]}, q={j}")
    if j == len(P):
        print(f"Найден сдвиг {i - len(P) + 1}")
```

```

        return i - len(P) + 1
    return -1

def main():
    task = input("").strip()

    if task == "1":
        P = input().strip()
        T = input().strip()
        matches = kmp_search_verbose(P, T)
        if matches:
            print(",".join(map(str, matches)))
        else:
            print(-1)

    elif task == "2":
        A = input().strip()
        B = input().strip()
        if len(A) != len(B):
            print(-1)
        else:
            A2 = A + A
            result = kmp_search_shift_verbose(B, A2)
            print(result)

    else:
        print("Некорректный выбор. Введите 1 или 2.")

if __name__ == "__main__":
    main()

```