7работа

Решение краевой задачи для ОДУ 2-ого порядка

1. Дана ОДУ 2-ого порядка (по варианту) и его точное решение

2. Поставить краевую задачу с условиями I рода

3. На заданном отрезке построить равномерную сетку

4. Найти численное решение краевой задачи на построенной сетке
   а. методом редукции (сведения к двум задачам Коши)
   б. методом конечных разностей
   в. методом стрельбы

Замечание. Получаемые задачи Коши решать методом Рунге-Кутты из 5работы

5. Получить решения для двух значений шага и построить
   1. Графики точного и полученных решений на отрезке
   2. Графики ошибок на заданном отрезке

6. Построить график зависимости фактической точности от величины шага. График дополнить линией h^p, где p – порядок метода

7. Внести в начальное условие возмущение. Построить график зависимости нормы ошибки от величины возмущения при фиксированном шаге.

На 10 баллов

8. Изменить краевые условия задачи на условия III рода
   I. На левой границе
   II. На правой границе

Замечание. Коэффициенты линейной комбинации выбрать самостоятельно

9. Построить графики п.4 и п.5 для новой задачи

Варианты

1. $x^2(x+1)y''-y'-2y=\dfrac{1}{x^2}$ $\quad x\in[0.2,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=1+\dfrac{1}{x}$

2. $y''+y'\cos x+y\sin x=1-\sin x$ $\quad x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ $\quad y_{\text{точное}}=\sin x$

3. $y''-y'\sin x+y\cos x=1-\cos x$ $\quad x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ $\quad y_{\text{точное}}=\cos x$

4. $y''+(1+\sin^2 x)y'+y\cos^2 x=3e^x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x$

5. $xy''+2y'-2xy=-e^x$ $\quad x\in[0.2,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=\dfrac{e^x}{x}$

6. $y''+xy'+y\dfrac{2}{\cos^2 x}=\dfrac{x}{\cos^2 x}$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=\operatorname{tg} x$

7. $(e^x+1)y''-y'-ye^x=e^x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x-1$

8. $y''-y'\operatorname{tg} x+3y=\sin x$ $\quad x\in[0,\dfrac{\pi}{2}]$ $\quad y_{\text{точное}}=\sin x$

9. $y''+4xy'+y(4x^2+3)=e^{-x^2}$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^{-x^2}$

10. $2x(x+2)y''+(2-x)y'+2y=\sqrt{x}$ $\quad x\in[1,2]$ $\quad y_{\text{точное}}=\sqrt{x}$

11. $(x^2+6)xy''-4(x^2+3)y'+7xy=x^4$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^3$

12. $(2x^2+x)y''+2(x+1)y'-y=\dfrac{1}{x}$ $\quad x\in[0.2,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=\dfrac{1}{x}$

13. $xy''-(2x+1)y'+(x+2)y=x^2e^x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^2e^x$

14. $xy''-(2x+1)y'+3y=e^{2x}$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^{2x}$

15. $xy''+y'+2y=\ln x$ $\quad x\in[1,2]$ $\quad y_{\text{точное}}=\ln x$

16. $y''+x^2y'+y\operatorname{tg}^2 x=e^x(x^2+\operatorname{tg}^2 x+1)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x$

17. $y''+xy'+y\sin^2 x=\cos x(x-0.5\sin 2x)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=\sin x$

18. $y''+e^{2x}y'+y\cos x=e^{2x}+x\cos x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x$

19. $y''+xy'+yx^3=x^5+2x^2+2$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^2$

20. $y''+e^{2x}y'+y\cos x=e^{2x}(2e^{2x}+\cos x+4)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^{2x}$

21. $y''+x^3y'+y\cos x=e^x(\cos x+x^3+1)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x$

22. $y''+y'\sin x+y\sin x=x^2\sin x+2x\sin x+2$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^2$

23. $y''+y'\sqrt{x}+ye^x=e^x(e^x+\sqrt{x}+1)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x$

24. $y''+y'\cos x+ye^x=e^x(\cos x+e^x+1)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=e^x$

25. $y''+x^2y'+xy=4x^2+6x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^3$

26. $y''-\left(x^2-1\right)y'+2xy=2(1+x)-(x^2+2x)e^{-x}$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^2-e^{-x}$

27. $y''-\left(\cos x\right)y'+2y=2(1-\sin x)\cos^2 x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=\sin^2 x$

28. $y''-\left(x^3-2\right)y'+3x^2y=x^2\left(6+x\right)$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^3$

29. $y''-xy'+3y=6x$ $\quad x\in[0,1]$ $\quad y_{\text{точное}}=x^3+1$