Министерство образования и науки Российской Федерации

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Лабораторная работа по дисциплине

«Численные методы»

Выполнил

студент гр.3630102/80004 М.А. Келарев

Преподаватель С.Б. Добрецова

Санкт-Петербург

2020

Оглавление

[Формулировка задания 3](#_Toc37195702)

[Интерполяционный метод Лагранжа 3](#_Toc37195703)

[Алгоритм метода 3](#_Toc37195704)

[Анализ задачи 3](#_Toc37195705)

[Тестовый пример 4](#_Toc37195706)

[Модульная структура программы 4](#_Toc37195707)

[Контрольные тесты 4](#_Toc37195708)

[Численный анализ метода 5](#_Toc37195709)

[Вывод 6](#_Toc37195710)

## Формулировка задания

По заданным точкам интерполировать функцию полиномом на данном

отрезке.

Функция: y = 5\*exp(-x^2)

Промежуток: [-0.2,0.43]

Сетки: равномерная и произвольная.

## Интерполяционный метод Лагранжа

Интерполяционный метод Лагранжа имеет вид:

Pn(x) = yi \* Ln(x), где Ln(x) – множитель Лагранжа

y – функция

Ln(x) = =

Следовательно: Pn(x) = yi \*()

Не должно существовать множителя , так как получим

неопределенность.

В развернутом виде формула Лагранжа можно записать:

Pn(x) = y0 \* + y1 \* + …

+ y0 \*

## Алгоритм метода

1. Запомнить массив узлов для конкретной сетки(равномерной или произвольной).
2. Задать промежуток для функции, саму функцию и шаг, с которым будут выбираться точки на промежутке, для которых будет рассчитан полином.
3. Посчитать значение полинома для заданных X по формулам для полинома Лагранжа.

## Анализ задачи

Теорема существования и единственности утверждает, что

интерполяционный полином существует и единственен тогда и только

тогда, когда все узлы различны и степень полинома на единицу меньше

кол-ва узлов.

Узлы интерполяции – это точки, в которых интерполируема функция и

интерполяционный полином принимают одинаковые значения.

## Тестовый пример

y = sin(π \* x)

Узлы: x0 = 0, x1 = 1/6, x2 = ½

1. Pn(x) = \* sin(0) + \* sin(π/6) + \* \*sin(π/2) = (7/2) \* x – 3 \* x2
2. Pn(1/4) = (7/2) \* (¼) – 3\*(1/16) ~ 0.688

## Модульная структура программы

double f(double x)

Принимает точку

Высчитывает значение, при подстановки в ф-ию y = 5\*exp(-x^2)

double Lagrang(double x, double mas[])

Принимает значение и массив узлов.

Находит значение полинома Лагранжа.

int main()

Главная ф-ия программы, которая выводит в консоль погрешность.

## Контрольные тесты

1. Будем строить равномерную сетку, с шагом 0,015 и кол-во узлов 15. Шаг будем определять по формуле: (a + b)/(N – 1), где

а - левая граница промежутка;

b – правая граница промежутка;

N – кол – во узлов.

1. Для построения произвольной сетки, каждый шаг будет

увеличиваться на 0.15 кол-во узлов 15.

h = h + 0.15.

1. Зависимость погрешности решения от числа узлов, для равномерной и произвольной сетки. Узлы будем брать {2 … 15}.
2. Погрешность будем брать максимальной по модулю.

## Численный анализ метода

1. При работе с равномерной сеткой, с увеличением кол-ва узлов, погрешность становится меньше. При кол-ве узлов больше 12, погрешность начинает увеличиваться.
2. При работе с произвольной сеткой, все происходит аналогично, но погрешность начинает увеличиваться при кол-ве узлов больше 6.
3. При построении с углом для равномерной сетки, погрешность постоянно колеблется.

Ниже предоставлен массив, в котором записана погрешность. Номер элемента в массиве равен кол-ву узлов. Массив инициализируем с 1. Можно заметить, что с 3 элемента и начинают происходить скачки.

[0.08202139522324536358,

0.11090156695852115831,

0.02445361844909044180,

0.06274933786314207396,

0.06716562511572909955,

0.06402460007700838673,

0.20384964130517246872,

0.04384385623425401945,

0.47830057919773150132,

0.14162708675263502300,

0.96903806282792270821,

1.09703484120792449374]

1. При построении с углом произвольная сетка, получается аналогично, только разброс получается больше. И скачки начинают происходить с 6 элемента.

[0.08202139522324536358,

0.11363610735912921257,

0.02770276976395713575,

0.06792342420826180671,

0.09455388037018330749,

0.06057677528367477748,

0.35220979104036764795,

0.14551337404594111291,

0.73636836211930134510,

2.33185317393904067984,

0.38070305828512740476,

8.63135952634672776185]

## Вывод

Метод Лагранжа достаточно прост в реализации. При работе с

равномерной сеткой, метод даст решения с точностью 10^(-14) при

кол-ве узлов меньше 13, при большем кол-ве решение становиться

менее точны. При работе с произвольной сеткой при кол-ве узлов

меньше 7, метод даст решение с точностью 10^(-2). Подводя итоге

вышесказанному, если выбирать метод Лагранжа, то лучше работать с

равномерной сеткой.