

げんぴん

適応的なスパース非局所正則化による圧縮センシング画像再構成

Zhiyuan Zha¹  · Xin Liu² · Xinggan Zhang¹ · Yang Chen¹ · Lan Tang³ ·
Yechao Bai¹ · Qiong Wang¹ · Zhenhong Shang⁴

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016

概要

圧縮センシング(CS)は、多くのコンピュータビジョンアプリケーションでうまく利用されている。しかし、信号再構成のタスクは、特に画像のCS測定値しか持っていない場合(CS画像再構成)、まだ困難である。従来の画像復元(例えば、画像歪み補正、デブリリング、インペインティングなど)と比較して、CS画像復元は部分的に構造や局所的な特徴を有している。CS画像再構成のためのディクショナリーをそれ自体から構築することは困難である。既存の手法の多くは、ウェーブレット、DCT、勾配空間などの固定的な基底セットを辞書として用いており、画像の局所構造に適合する適応性を持たないため、有望な再構成性能を示す研究はほとんどない。本論文では、CS画像再構成のための適応的なスパース非局所正則化(ASNR)アプローチを提案する。ASNRでは、効果的な自己適応型学習辞書を用いることで、アーチファクトや微細なディテールの損失を大幅に低減することが可能である。この辞書はコンパクトで、自然画像データセットではなく、再構成された画像そのものから学習される。さらに

解析センター、中国・山西省西安市西安交通大学電子情報工学部

3 南京大学電子科学工学部、東南大学国家移動通信研究所
南京大学電子工学科、東南大学国家移動通信研究所、
中国南京市 2100234 昆明科学技術大学情報工学自動化学院 〒 650500
中国昆明市楠町1-1-1

B Zhiyuan Zha
zhazhiyuan.mmd@gmail.com

B Xinggan Zhang
zhxg@nju.edu.cn

¹ 南京大学電子科学工程学院、
南京210023、中国

² フィンランド・オウル大学マシンビジョン・信号

は、画像の疎な非局所的（または非局所的自己類似性）事前分布を正則化項に統合することで、ASNRはCS画像再構成の品質を効果的に向上させることが可能である。ASNRの計算効率を向上させるために、ブレグマン反復法も開発され、反復収縮/閾値法よりも優れた収束性能を示すことができる。提案するASNR法は、微細構造を効果的に再構成し、視覚的アーチファクトを抑制することができ、PSNRと視覚的測定値の両方において、最先端技術を凌駕することが、広範な実験結果により証明された。

キーワード 圧縮センシング - 非局所的な自己相似性-, 辞書学習 - スプリットブレグマン反復法

1 はじめに

近年、圧縮センシング（CS）理論[1,2]の発展が信号・画像分野で注目されている。CS理論では、信号がある領域で疎な表現である限り、より少ないランダムな測定値から信号を再構成できる可能性があることを明らかにした。CS理論は、センサーのエネルギー効率を飛躍的に向上させる可能性があり、実社会への応用が期待されている。例えば、近年、圧縮スペクトル画像システム[3]、シングルピクセルカメラ[4]、高速ビデオカメラ[5]など、CSに基づく画像システムがいくつか確立されている。

CS理論では、信号がある変換領域で疎である場合、通常、独立なランダム投影でサンプリングし、通常正則化項を構成するいくつかの事前情報とともに ℓ_0 ノルムまたは ℓ_1 ノルム最適化問題を最小化することによって再構成されます。しかし

0 ノルムの最小化は難しい組合せ最適化問題であるため、この問題を直接解くことはNP困難であり、ノイズの存在下で不安定である。このため、非凸の \mathcal{L}_0 ノルムを凸の \mathcal{L}_1 ノルムに置き換えることが提案され、その確率が証明されています。多くの実用的な問題では、 \mathcal{L}_1 ノルムは \mathcal{L}_0 ノルムと同等です。したがって、このような状況では、 \mathcal{L}_1 ノルムではなく、 \mathcal{L}_0 ノルムによって簡単に問題を解くことが許されています。

\mathcal{L}_0 ノルムです。 \mathcal{L}_1 ノルムによる最適化問題は、線形計画法 [6] や、近年提案された勾配射影スパース再構成法 [7]、直交マッチング追求法 [8]、反復閾値法 [9] と呼ばれるいくつかの CS 復元アルゴリズムによって解くことができる。画像復元の分野における基本的な画像逆問題として、ナイキストサンプリング理論が示唆するよりもかなり少ないミューハーから高画質の画像を復元することがCS画像復元の目的である。この問題を解決するために、現在最も有効な方法は、CS画像再構成問題で重要な役割を果たす画像の事前知識または何らかの制約を利用して、失われた情報を回復することである。そのため、画像事前知識を反映した効果的な正則化項を設計する。CS画像再構成に不可欠な

二次ティホノフ正則化モデル[10]、Mumford-Shah (MS) モデル[11]、TV 正則化モデル[12]などの古典的正則化モデルは、画像の局所構造パターンを利用し、画像のエッジ保存や滑らかな領域の回復に高い有効性を発揮します。しかし、局所統計量のみを利用し、非局所統計量を無視しているため、通常、画像の細部を破壊し、微細構造をうまく扱うことができない。

局所構造スキーマの他に、おそらく最も注目すべき非局所統計は、画像処理において自然画像が示す非局所的自己相似性モデルであり、これは当初、非局所手段 (NLM) ノイズ除去法と呼ばれる画像ノイズ除去の解決策として提案された [13] (The nonlocal means, the non-local means))。非局所的自己相似性法の基本的な考え方は非常に単純で、類似したパターンを持つ画像パッチは空間的に離れていてもよいので、画像全体から収集すればよいというものである。非局所的自己相似性は、自然画像が反映するテクスチャや構造の非局所的領域内での繰り返しを特徴付けるものであり、これを応用してエッジやシャープネスを効果的に保持し、画像の非局所的整合性を保つことができる[13-

16]。その後、NLMによるノイズ除去の成功に触発され、画像逆問題の解決や自然画像の非局所的な自己相似性を利用した非局所正則化項が次々と提案され、[14 - 19]に示されるようになった。ただし、[17]のNLMに基づく正則化項は、画素レベル、すなわち、ある画素から別の画素への正則化で実装されている。ブロックレベルのNLMに基づく手法は[14]で紹介されており、画像のデブラーリング

や超解像問題への応用が期待されている。非局所グラフのラプラシアン演算子のスペクトル基底とフィルタリング法の関連は、Peyrによって[15]で提案された。Jungら[18]は、カラー画像復元において、従来の局所的なMS正則化器の代わりに、非局所的な形式のMS正則化器を提案した。最近、Dongら[19]は、画像復元のための非局所集中型スパース表現モデルを提案し、まず原画像のスパース符号化係数を良好に推定し、その推定値に観測画像のスパース符号化係数を集中させてスパース表現ベースの画像復元の精度を向上させることを提案している。

近年、自然画像からの辞書学習 (DL) と共に、パッチベースのスパース表現が非常に印象的な再構成結果をもたらしている[14,19-23]。スパース表現モデルは、画像の各パッチが、通常自然画像データセットから学習される辞書と呼ばれる基底集合の少数の要素によって正確に表現できることを仮定している[20]。そのため、スパース表現に基づく画像復元では、辞書の選択が重要な課題の1つである。従来の解析的に設計された辞書、例えばDCT、wavelet、bandlet、curveletなどは、高速処理に優れている反面、画像の局所構造への適応性に乏しく、復元性能が劣る。これらのあらかじめ定義されたスパース変換と比較して、DL法は固定スパース変換の欠点を解消しています。例えば、自然画像の持つ多くの複雑な構造を特徴づけるために、あらかじめ定義された一つのスパース変換が一元的に最適かつ十分であることは不可能である。多くのDL手法の目的は、様々な画像構造を表現できる普遍的で過不足ない辞書を学習することである。しかし、過完備な辞書を用いたスパース分解は不安定であり、アーチファクトを発生させる傾向があることが示されている[24,25]。近年、PCAサブディクショナリは、自然画像から抽出した学習パッチをいくつかのクラスタに分類し、最終的に各クラスタに対してコンパクトなPCAサブディクショナリを学習する、著名なDL手法である[14]。

Wuら[26]は、圧縮センシング測定値から画像を正確に復元するために、2次元区分的自己回帰モデルを利用し、さらに、画像の2次統計量を空間的に変換するためにCS復元を適応的に行うモデル支援型圧縮センシング復元を提案している。Ravishankarら[27]は、圧縮センシング測定の概算から始め、スパース辞書とオーバーラップしたすべてのパッチのスパース係数を同時に更新し、最後にすべての再構成パッチを平均して画像を反復的に推定しています。最近の多くの画像CS再構成研究は、木構造ウェーブレット[28]、木構造DCT[29]など、いくつかの事前知識を画像CS再構成フレームワークに統合したものである

ガウス混合モデル[30]は、CS
画像再構成のフレームワークにいくつかの事前知識
を統合している。Mun
ら[31]は、ブロックベースのランダム画像サンプリン
グを組み込んだ投影駆動型 CS
再構成を提案し、方向変換の領域におけるスパース
性を促進することを目的としている。

画像処理における近年の優れたスパース表現法の奨
励により、画像の非局所的自己類似性 (NSS) 特性
を直接利用できる従来の画像復元 (例えば、画像ノ
イズ除去、デブラーリング、インペインティングな
ど) とは異なるタスクが提案されている。本論文で
は、CS画像再構成のための適応的スパース非局所正
則化 (ASNR) モデルのための統一的な変分法を提案
する。具体的には、スパース領域として効果的な自
己適応的辞書学習を用いることで、視覚的アーチフ
ァクトや微細なディテールの損失を大幅に低減させ
る。辞書はコンパクトであり、再構成された

は、自然画像データセットではなく、画像そのものである。また、
は、画像の疎な非局所的 (または非局所的自己相似性) プリ
を正則化項に組み込み、CS
画像再構成の品質を向上させる。提案手法の計算効率
を向上させるため、我々は良好な収束性能を示す分割
ブレグマン反復法を利用した簡便な実装を開発した。
また、提案手法は微細構造を効果的に再構成し、アー
チファクトを抑制することが可能であり、PSNRと視
覚測定の両面で現在の多くの最先端手法を上回ること
を広範な実験結果により検証する。

本論文の残りの部分は以下のように構成される。
セクション 2 では、CS
理論とパッチベースのスパース表現における先行研
究を簡単に述べる。第3章では、ASNRのモデリングと
実装の詳細を紹介する。第4節では、実験結果を示し、
第5節で本論文の結論を述べる。

2 背景と関連作品

2.1 コンプレッションセンシング

CS理論では、信号がある領域で疎な表現を持っている
限り、従来のナイキストのサンプリングレートより
はるかに低くても、その測定値から線形射影によ
って信号を復元できることが実証されている。で

この問題は、以下の制約付き最適化問題として定式
化される。

$$\arg \min_{\theta} \|\theta\|_0, s. t. y = c\psi\theta(1)$$

ここで、 $c\psi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ はランダムな射影行列を表し、 M
が N よりずっと小さくなるような行列である。 $\|\cdot\|_0$ は
ボンド
ノルム、ベクトルの非ゼロエントリの数をカウントし
ます。
 θ .

しかし、 $\|\cdot\|_0$ は不連続であり、NP困難な問題である
ため、凸 ℓ_1
ノルム最小化へと緩和されることが多い。適切な正
則化パラメータを選択することにより、式(1)は以下
の制約のない最適化問題と等価になります、すなわ
ち。

$$\arg \min_{\theta} \frac{1}{2} \|y - c\psi\theta\|_2^2 + \lambda \|\theta\|_1 \quad (2)$$

[32]によれば、CSは次の ℓ_1
ノルム最適化を解くことで、 M
= $O(K \log(N/K))$ のランダムな測定値から K スパースの信
号 x を高い確率で復元することができる。
の問題を解決します。

2.2 パッチベースのスパース表現

近年、スパース表現に基づくモデリングが、画像復
元の研究において有望なモデルであることが証明さ
れている[14,19-
23]が、これは、自然画像が、ある基底 (辞書のアト
ム) の集合によってスパンされる領域においてスパース
であると仮定している。[21]によれば、画像の疎表現に
おける基本単位はパッチである。数学的には、画像 x
に対して、 $x_i = R_i x, i = 1, 2, \dots, n$
の以下の画像を表す。

は、位置 i の x からパッチ x_i
を抽出した行列である。辞書 $D^{bc \times M}$, bc M
が与えられたとき、各パッチ x_i
のスパースコーディング処理は、 x_i
を満たすスパースベクトル α を求めることである。 i
 $D\alpha_i$ over dictionary D , ここで α_i
は、係数がほとんどゼロかゼロに近いスパースベク
トルである。明らかに、画像パッチはノイズや視覚的
アーチファクトをよりよく抑制するために重ねること
ができ、冗長なパッチベースの表現を得ることができ
る。そして、再構成されたすべてのパッチ x_i

全体を再構成することができる。これは、数学的にCS理論では、サイズ N の信号 x は、 Ψ 上の変換 θ 係数が x $\Psi\theta$

で表される場合、領域 Ψ においてスパースと見なしませんが、 θ はほとんどゼロか、係数 θ の大部分がゼロまたは非常に近い場合はほぼスパースとなります

をゼロにする。係数ベクトル θ 内の有効要素の数は、通常、 Ψ 内の x のスパース性を定量化するものである。

具体的には、 $y \in \text{TM}$ から信号 x を M 個のランダムな線形ミラーで完全に再構成することを求めることができる。

$$x \approx D\alpha = \sum_{i=1}^n R_i^T R_i x - \sum_{i=1}^n R_i^T D \alpha_i \quad (3)$$

ここで、 α はすべての α_i 、すなわち、 $\alpha^T, \alpha^T, \dots, \alpha^T$ の連結を表す。なお、上記の式は、 x_i

の各再構成パッチを平均化することで全体画像を再構成していることを意味している。

この後、式(3)を式(1)に併合した。によるスパース符号化のCS回復方式は、 \mathcal{L}_0 ノルムを用いて、次のように定式化される。

$$\arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_0, \quad s. \quad t., \quad y = cD\alpha \quad (4)$$

である。

ここで、式 (1) の Ψ に代わる D は学習辞書を表し、 α は辞書 D 上の画像全体に対するパッチベースのスパースコーディング係数を表す。

ただし、 \mathcal{L}_0 ノルム最小化は不連続であるため

と NP-hard であるため、式(4)を解くのは難しい組合せ最適化問題である。そこで、非凸 \mathcal{L}_0 ノルムを凸 \mathcal{L}_1 の対応で解く素直な方法が提案されており、式(4)は以下の制約のない最適化問題に転化できる。

$$\arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - cD\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \quad (5)$$

上記の \mathcal{L}_1 -

最小化問題は古典的なスパースコーディング問題であり、様々な方法で効率的に解くことができます。反復収縮アルゴリズム[9]、分割ブレグマンアルゴリズム[33,34]、代替ディレクションアルゴリズム[34]などの方法がある。
ジョン・マルチプレイヤー法[35]を用いている。

3 圧縮センシング画像のモデリング 適応的なスパース非局所正則化による再構成

CS画像再構成のシナリオでは、この問題は、CS測定値 y を復号して、所望の α を得ることに変換できる。

$$\arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - D\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1 \quad (6)$$

ここで、 $R(a)$ はいくつかの正則化項を表し、 λ はrepは正則化パラメータを表す。しかし、本論文では、 $R(a)$ が凸なのか非凸なのか分からないため、分割ブレグマン反復アルゴリズムを用いて、式 (1) を解く便利

表1 Split Bregman Iteration Split

Bregman Iteration (SBI)

(スプリットブレグマンイテレー

ション)

1. $sett = 0, \mu > 0, b0 = 0, z0 = 0, a0 = 0$ を選択する。
2. リピート
3. $z^{(t+1)} = \arg \min_z (z) + \frac{\mu}{2} \|z - Ga^{(t)} - b^{(t)}\|_2^2$
4. $a^{(t+1)} = \arg \min_a (a) + \frac{\mu}{2} \|z^{(t+1)} - Ga - b^{(t)}\|_2^2$
5. $b^{(t+1)} = b^{(t)} - (z^{(t+1)} - Ga^{(t+1)})$ である。
6. $t \leftarrow t + 1$;
7. **Untilstopping** 基準を満足する。

最小化問題を制約付き最小化問題に変換した後、Bregman反復法

[33,34]を用いて制約付き最小化問題を解くことができる。次に、制約付き最適化問題、すなわち、SBIを簡単に紹介します。

$$\min_{z \in \mathbb{R}^N, a \in \mathbb{R}^M} f(z) + g(a), \quad s. \quad t. \quad z = Ga \quad (7)$$

ここで、 $G^{M \times N}$ および f^N, g^M は凸関数である。なお、 $g(a)$ は非凸関数の場合は実行不可能であることを意味するものではない。分割ブレグマン反復法のアルゴリズムを表1に示す。

SBIでは、無限大に近づく問題列を固定パラメータ μ で回避することが可能であり、これは[37]で行われたものである。SBIによれば、元の問題の最小化を2つの部分問題に分割すれば、それぞれの部分問題の最小化は元の問題を直接解くよりも単純になる可能性がある。

ここで、式(6)に戻って、その利用方法を示してみよう。

をSBIの枠組みで解きます。まず、式(1)と式(2)を変換する。

(6) を、変数 z

を導入して別の等価な制約付き形式に変換する、すなわち。

な実装を開発した。

(6) の性質をあらかじめ考慮することなく、 $R(a)$ を使用することができます。

$$\arg \min_{\mathbf{z}} \|\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{z}\|_2^2 + \lambda R(\mathbf{a}), \text{ s.t. } \mathbf{z} = \mathbf{D}\mathbf{a}$$

$$f(\mathbf{z}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{z}\|_2^2, g(\mathbf{a}) = \lambda R(\mathbf{a})$$

3.1 の分割ブレグマンベース反復アルゴリズム。

提案するASNRモデル

このセクションでは、アルゴリズムの枠組みを利用した分割ブレグマン反復法[33,34]で解き、式(6)を導入する。

提案手法の実装の詳細を説明します。

分割ブレグマン反復法(SBI)は、最近Goldstein [33]によって、 \mathcal{L}_1

ノルム関連の最小化問題の非常に広いクラスを解くために提案された。SBIは、可変分割の技術を利用することで、制約のない

$$\mathbf{z}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{z}} \|\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{z}\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{D}\mathbf{a}^{(t)} - \mathbf{b}^{(t)}\|_2^2 \quad (9)$$

と

$$\mathbf{a}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{a}} \lambda R(\mathbf{a}) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{z}^{(t+1)} - \mathbf{D}\mathbf{a} - \mathbf{b}^{(t)}\|_2^2 \quad (10)$$

そして、表1の5行目によって、 $\mathbf{b}^{(t)}$ を更新することができる。

$$\mathbf{b}^{(t+1)} = \mathbf{b}^{(t)} - (\mathbf{z}^{(t+1)} - \mathbf{D}\mathbf{a}^{(t+1)}) \quad (11)$$

である。

したがって、SBIによれば、式(6)の最小化は、 z と α の2つの部分問題を解くことと等価である。次に、分割されたすべての部分問題が効率的な解法に適していることを説明する。なお、混同を避けるため、副題 t は省略することがある。

1. z サブ問題

α が与えられると、式(9)で示される z の部分問題は次のようになる。

$$\arg \min_{z \in \mathbb{R}^2} Q(z) = \arg \min_{z \in \mathbb{R}^2} \frac{1}{2} \|y - \Phi z\|_2^2 + \frac{\mu}{2} \|z - Da - b\|_2^2 \quad (12)$$

明らかに、 z は実際には式(12)の閉形式であり、 $Q_1(z)$ は厳密に凸の2次関数であり、その勾配は次のように表される。

$$d(Q_1(z)) = c^T c f z - c^T y + \mu(z - Da - b) \quad (13)$$

である。

$d(Q_1(z))$ を0とすると、式(12)の厳密な最小化、すなわち

$$z^* = (c^T c f + \mu I)^{-1} (c^T y + \mu(Da + b)) \quad (14)$$

ここで、 I は恒等式行列を表す。

CS画像再構成では、 cf は特別な構造を持たないランダムな検査行列であるため、この行列を計算することで、CS画像再構成を行うことができます。

の逆行列を各反復で計算することは、数值的に実行するにはコストがかかりすぎる。したがって、逆行列の計算を避けるために、式(12)を解くには反復法が非常に望ましい。本論文では、勾配降下法であるを、式(12)を解くための最適なステップ、すなわち

$$z^* = z - \eta d \quad (15)$$

ここで、 d は目的関数 $Q_1(z)$ の勾配方向、 $\eta \text{abs}(d^T d / d^T \partial d)$ は最適ステップ、 $\partial c^T c f \mu I$ は単位行列である。

と最後に、この方式で必要なのは、以下の計算を繰返し問題を解くための低次元化された方程式。

$$z^* = z - \eta(c^T c f z - c^T y + \mu(z - Da - b)) \quad (16)$$

ここで、 $c^T c f$ と $c^T y$

式(17)をできるだけ扱いやすくするために、変換を行う。 x を Dg とすると、式(17)は次のように書き換えることができる。

$$\arg \min_{a \in \mathbb{R}^n} Q(a) = \arg \min_{a \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|x - r\|_2^2 + \lambda R(a) \quad (18)$$

である。

なお、 $R(a)$ の構造が不明なため、式(18)を解くことは困難である。本論文では、閉じた形でも実現できるような一般的な仮定を置く。具体的には

r は x のある種のノイズ観測とみなすことができ、そのとき $e = x - r$ の各要素は分散 σ^2 を持つ独立なゼロ平均分布に従うという仮定は作った。この仮定の普遍性には注意が必要で、例えばガウス分布でもラプラシアンでも一般化ガウス分布(GGD)[38]でもなく、もっと一般的なものである必要があることを意味している。この仮定により、以下の結論が証明される。

定理1 $x, r^N, x_i, r \in \mathbb{R}^n$ ($e(j)$ は誤差ベクトル e の各要素で、 $e = x - r, j = 1, \dots, N = \text{size}(j)$ は分散 σ^2 の独立零平均離散分布に従うと仮定する。したがって、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、 $\frac{1}{N} \|x - r\|_2^2$ の関係を表すことができる。

$\frac{1}{N} \|x_i - r_i\|_2^2$ によって、すなわち、次のような性質がある。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|x_i - r_i\|_2^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \|x_i - r_i\|_2^2 = 1 \quad (19)$$

ここで、 $P(\cdot)$ は確率、

Knnk を、その $= x$ 定理1の詳細な証明は、付録のとおりです。

定理1に基づき、各反復 t において非常に大きな確率(1に制限)で以下の式が得られる。

$$\frac{1}{N} \|x - r\|_2^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^n \|x_i - r_i\|_2^2 \quad (20)$$

次に、式(20)を式(18)にマージすることで、以下の式が実現される。

はあらかじめ計算しておくことで、上式を効

2. α サブ問題

\mathbf{z} が与えられると、同様に、式 (10) に従って、 α サブ

の問題は、次のように書けます。

$$\arg \min_{\alpha} Q_2(\alpha) = \arg \min_{\alpha} \frac{1}{2\mu} \|\mathbf{D}\alpha - \mathbf{r}\|_2^2 + R(\alpha) \quad (17)$$

ここで、 $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{b}$ とする。

$$\begin{aligned} \arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{r}\|_2^2 + \frac{\lambda}{\mu} R(\alpha) \\ = \arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}_i\|_2^2 + \lambda K \sum_{i=1}^N R_i(\alpha) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、 $\tau = \frac{\lambda}{\mu}$ 。

式(21)の最小化ができることは明らかである。

すべての画像パッチに対して n 個の部分問題を解くことで

\mathbf{x}_i 各パッチベースのサブ問題は、以下のように計算することができる。

$$\alpha = \arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{x}^n - \mathbf{r}\|^2 + \tau \sum_{i=1}^n \|\mathbf{D}_i \alpha_i - \mathbf{r}_i\|^2 \quad (22)$$

$$= \arg \min_{\alpha} \frac{1}{2} \|\mathbf{D} \alpha - \mathbf{r}\|^2 + \tau \sum_{i=1}^n \|\mathbf{D}_i \alpha_i - \mathbf{r}_i\|^2 \quad (a)$$

明らかに、式(22)はスパース符号化問題としても捉えることができる。さて、 $\mathbf{R}(\alpha)$ の具体的な構造をどのように決定するかは、極めて本質的な問題である。これまで、 $\mathbf{R}(\alpha)$ の具体的な構造をどのように決定するかは、非常に重要な問題であり、広く認識されてきた。は、画像の事前知識がCS画像再構成の性能に重要な役割を果たすことを認識し、画像の事前知識を反映する効果的な正則化項を設計することがCS画像再構成の核心であることを示した。そのため、いくつかの正則化項が開発されている。

を近年用いている。例えば、 $\mathbf{R}(\alpha)$ が $\|\alpha\|_1$ のとき、式 (22) は凸

ノルム最小化問題となり、以下ようになります。は、反復収縮アルゴリズムによって効率的に解くことができる[9]。一方、 $\mathbf{R}(\alpha)$ が $\|\alpha\|_0$ のとき、式(22)は非凸

ノルム最小化問題となり、その制約付き最適化形式は直交マッチング追求 (OMP) アルゴリズムにより効率的に解けるらしい[20]。

以上の分析から、SBI法は凸最適化だけでなく、非凸最適化問題も解決することがわかる。しかし、 \mathbf{r} は各反復において原画像 \mathbf{x} の良い近似とみなされるため、真の疎な

式(22)の局所スパース性制約 $\|\alpha_i\|_1$ または $\|\alpha_i\|_0$ を用いるだけでは、十分な精度のCS画像再構成ができない場合があり、 $\|\alpha_i\|_0$ でも非凸ノルムの最小化になってしまう。したがって、良い

は、CS画像再構成の性能を向上させるために非常に重要である。自然画像には局所的・非局所的な相関が存在するため、画像のスパース符号化係数 α はランダムに分布しないことはよく知られている。十分な精度のCS再構成性能を得るために、まず、CS画像再構成の正則化項として、従来の局所スパース性制約項の代

替として、すなわち、 \mathbf{x}^i は、次のように設定される。 b_i^q は、 \mathbf{x}^q と \mathbf{x}^i の距離に反比例する b_i^q は、 \mathbf{x}^q と \mathbf{x}^i の距離に反比例する b_i^q は、 \mathbf{x}^q と \mathbf{x}^i の距離に反比例する

$\mathbf{x}_i^q: b_i^q = \exp(-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^q\|^2 / h) / W$, ただし、 h は predetermined である。

スカラーを採掘し、 W は正規化係数である。直交辞書の場合 (例えば、ローカルPCA辞書

この作業で使用される、詳細はSect.3.2

参照) 各パッチ \mathbf{x}_i of \mathbf{r} とその非局所予測パッチ \mathbf{x}_i は簡単に符号化されます。

は、辞書 \mathbf{D}_i によって、すなわち、 $\mathbf{x}_i = \mathbf{D}_i \alpha_i$ と $\mathbf{x}_i \mathbf{D}_i^T \mathbf{u}_i$

となる。辞書は直交しているので、スパースコーディング係数

α_i と \mathbf{u}_i は似ているはずである。

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{D}_i^T \mathbf{x}_i \quad (24)$$

したがって、 $\mathbf{R}(\alpha)$ を利用して、式 (22) の解を正則化することによって、すなわち

$$\alpha_i = \arg \min_{\alpha_i} \frac{1}{2} \|\mathbf{D} \alpha - \mathbf{r}\|^2 + \tau_i \|\alpha_i - \mathbf{u}_i\|_p \quad (25)$$

代わりにNCSRモデル[19]を用いる。

$$\|\alpha_i - \mathbf{u}_i\|_1 \quad (23)$$

ここで、 p は ℓ_p ノルムを表す。一般に、 p は1に等しく、ラプラシアン分布になり、 p は2に等しく、ガウス分布に従います。 $0 < p < 1$ ならば、ハイパーラプラシアン分布に従います。させる

$$\chi_i = \alpha_i - u_i \quad (26)$$

ここで、 χ は χ_i の集合を表し、その統計的性質を調べるために、いくつかの実験を行った。式(25)の忠実度項について、画像*Leaves*を用いた実験を行った。

ここで、 u_i は、ある合理的によい近似値を表す。は、スパース符号化されたパッチベースの原画像 x である。

我々のCS再構成法では、原画像 x は未知であるが、画像 r の各パッチ x_i に対して、画像 r の十分大きなウィンドウ内から非局所的な類似パッチを探索する。これは、 r が原画像 x の良い近似と見なすことができるためである。このとき L に最も近い最初の x^q パッチの加重平均で、プリ

それぞれ0.2N、*Monarch*は0.3N、*boats*は0.4Nで測定された。図1a、2a、3aに、それぞれ χ のヒストグラムと、 χ のフィッティングガウス分布、ラプラシアン分布、ハイパーラプラシアン分布をプロットしています。テールのフィッティングをよりよく観察するために、これらの分布を対数領域でもそれぞれ図1b、図2b、図3bにプロットしました。 χ のヒストグラムはラプラシアン分布によってよく特徴付けられることが観察されます。そこで、 χ の正則化に ℓ_1 ノルムを採用し、提案モデルは次のように定式化できる。

$$\alpha_i = \arg \min \frac{1}{2} \|\mathbf{D}\alpha_i - r_i\|_2^2 + \tau_i \|\alpha_i - u_i\|_1 \quad (27)$$

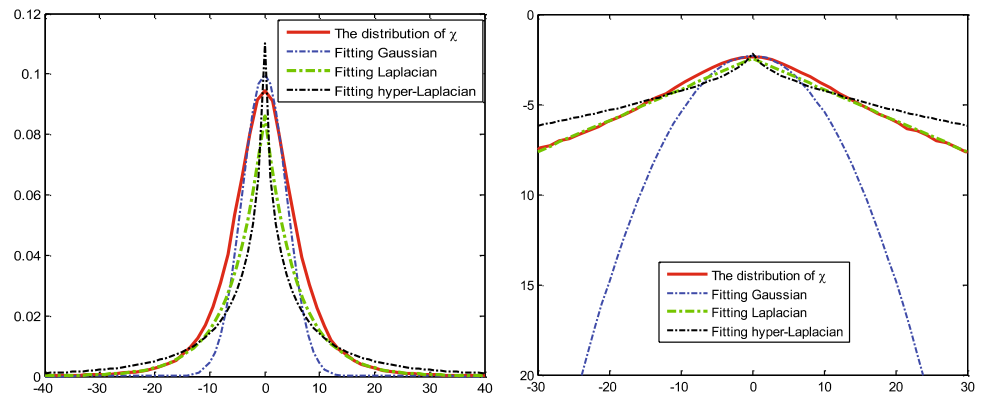
$$\alpha_i = \arg \min_{i=1}^2 \frac{1}{2} \|\mathbf{D}\alpha_i - r_i\|_2^2 + \tau_i \|\alpha_i - u_i\|_1$$

なお、固定された τ に対して、式(27)は凸であり、以下のようになる。 u_i は、反復閾値アルゴリズムを用いて効率的に達成される。我々は[9]のサロゲートアルゴリズムを採用し、これを解く。 $(t+1)$ の繰り返しにおいて、提案する収縮演算子は以下のように計算される。

$$\alpha^{(t+1)} = \text{Sp}(\mathbf{D}^{-1}x^{(t)} - u^{(t)}) + u^{(t)} \quad (28)$$

図1

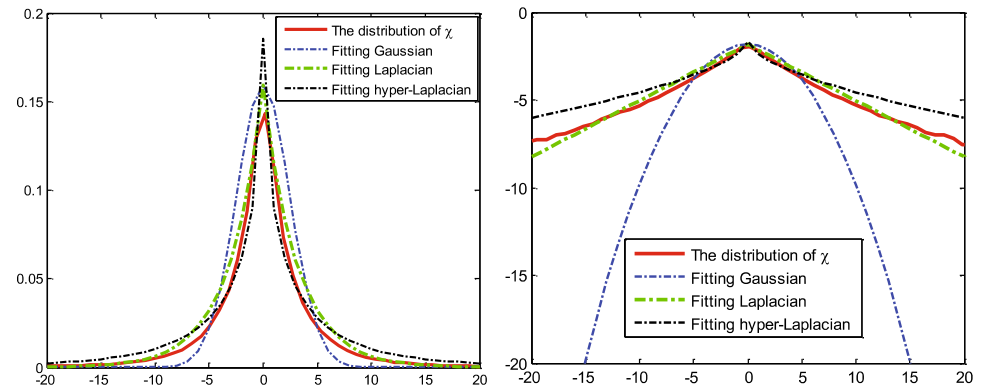
0.2Nの測定値を持つイメージリーブスの χ の分布とそのフィッティング
 ガウス分布、ラプラシアン分布、ハイパーラプラシアン
 線形領域と $\mathbf{b} \log$
 領域にそれぞれ分布する



(イ) (ロ)

図2

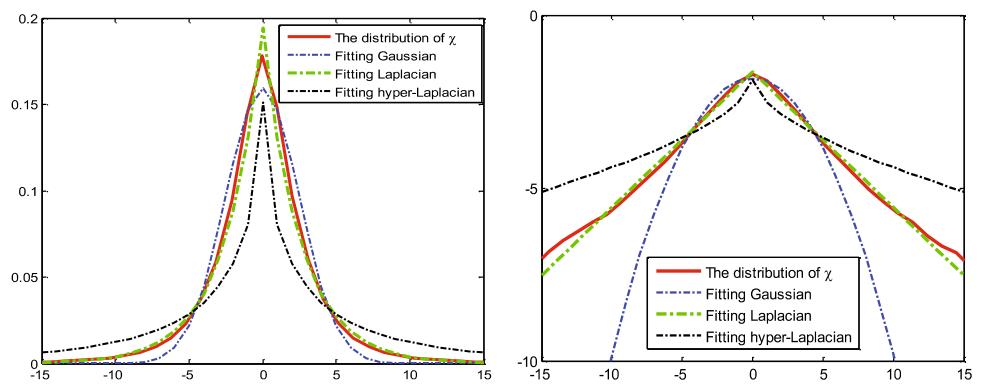
画像Monarchの0.3N測定による χ の分布とそのフィッティング
 ガウス分布、ラプラシアン分布、ハイパーラプラシアン
 線形領域と $\mathbf{b} \log$
 領域にそれぞれ分布する



(イ) (ロ)

図3

0.4Nで測定した画像Boatsの χ の分布とそのフィッティング
 ガウス分布、ラプラシアン分布、ハイパーラプラシアン
 線形領域と $\mathbf{b} \log$
 領域にそれぞれ分布する



(イ) (ロ)

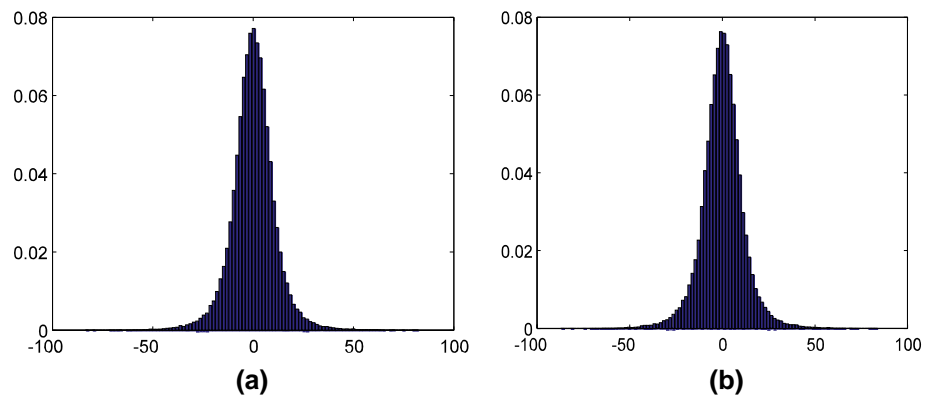
ここで、 $S_\rho = \left(\frac{\tau}{c} \right)$ はソフト閾値演算子、 ρ
 τ / c 、 c は補助パラメータである。上記の収縮演算

子は、標準的なサロゲートアルゴリズムに従っており
 , その詳細は[9]を参照してください。したがって、辞
 書 D がわかれば、 α は重なり合ったパッチをすべてスパ

ースコーディングすることで得られ、式 (17) の α の部分問題の最終解となる。次のサブセクションでは、自己適応型辞書 D を学習する方法について述べる。

以上の分析から、スパース符号化係数 α に関する[19]と本論文の主な違いは、[19]が α を直接法で解くのにに対し、我々は α を実現するためにスピットブレグマンの反復法を利用してサブ問題を解いている点である。その理由は、各サブ問題の最小化が元の問題よりも効果的でロバストになる可能性があるためである。また、反復収縮法(IS)アルゴリズム[9]は、[19]で元の問題を解くために適用されている。しかし

図 4 CS
画像再構成における画像
Leaves の反復回数別 $e^{(t)}$ 分布
 $a(t)=3$; b
 $(t) = 9$;



の主な欠点は、収束速度の低さと不安定性である[39]

。

[39]と我々の手法の主な違いは、[39]の手法が局所的なスパース性制約のみを用いているのに対し、我々は局所的・非局所的な冗長性を利用してスパース符号化係数を制約している点であることに注意されたい。具体的には、画像の非局所的な自己相似性を利用して、より良いスパース符号化係数を推定するだけでなく、観測画像のスパース符号化係数をその推定値に一元化しているのです。しかし、[39]は局所的なスパース係数の推定に画像の非局所的な自己相似性を利用しただけであり、不正確なCS再構成結果となる可能性があります。

また、上記の分析に基づき、式(18)の $R(a)$ の構造が未知であることから、誤差ベクトル $e = x - r$ は分散 σ^2 の独立ゼロ平均分布に従うと仮定し、定理1の結論を達成する。その後、式(18)は、すべての画像パッチ x_i に対して n 個の部分問題を効率的に解くことができる式(21)に変換できることを推論する。すなわち、式(21)は、スパースコーディング問題とも見なすことができる。

式 (27) の $R(a)$ の詳細な構造、すなわち、 $R(a)$ がわかっているの、一連の実験が可能である。具体的には、 r を原画像 x の近似と見なし、 $e = x - r$ の統計量を調査する実験を行う。これらの実験では、圧縮センシング画像再構成の文脈で、原画像を0.2N個の測定値を持つランダムガウス行列でアンダーサンプリングしたグレー画像*Leaves*を例とした。各反復 t において、 $r^{(t)}$ は $r^{(t-1)} + z^{(t)} b^{(t-1)}$ によって求めることができる。式 (27) の厳密な最小化を達成することは難しいので、一般性を損なわずに $x^{(t)} = r^{(t)}$ で近似する。したがって、各反復 t における残差 $e^{(t)} = x^{(t)} - r^{(t)}$ のヒストグラムを実現することができる。図4は、 t が3および9の場合の残差 $e^{(t)}$ の分布をそれぞれ示している。

図 4 から、各反復における $e^{(t)}$ の分布は、ゼロ平均、分散 σ^2 の一般化ガウス分布(GGD)に非常に似ていることが明らかである。したがって、誤差ベクトル $e = x - r$ は、一般化ガウス分布(GGD)に従うと仮定する。

式(18)で利用できる分散 σ^2 を持つ係り受けゼロ平均分布です。

3.2 自己適応型PCA辞書学習

近年、自然画像のパッチから辞書を学習する研究[14,40-43]が盛んに行われている。KSVD[20,21]は、自然画像データセットから普遍的な辞書を学習することにより、様々な画像の局所構造を表現することができることがよく知られている。しかし、冗長性の高い辞書を用いたスパースコーディングは不安定であり、アーチファクトを発生させる傾向があることが示されている[24,25]。本手法では、[14]の戦略を採用する。すなわち、*K-means* クラスタリングと局所PCAを組み合わせて、PCA部分辞書の集合を学習する。

自己適応型PCA辞書を得るために、学習用画像パッチは通常、自然画像データセットまたは原画像から得られる。しかし、多くの場合、学習用画像は入手不可能であり、CS画像再構成においても、原画像が入手できないため、式(1)から得られるCS測度を用いるしかない。原画像 x は不明であるが、 r は式(27)の各反復において原画像 x の良い近似とみなすことができるので、 r から全ての画像パッチを抽出して自己適応型PCA辞書を実現することが可能である。 r をパッチに分割し、パッチを複数のクラスタに分類する。各クラスタから冗長性を除去するために、PCAを用いて局所的なサブディクショナリを学習するように処理する。一方、各クラスタのセントロイドをcalculateする。各画像パッチに対して、パッチと各サブディクショナリのセントロイド間のユークリッド距離を計算し、適切なサブディクショナリを適応的に選択する。PCA辞書の詳細については、[14]を参照されたい。

3.3 提案手法の概要

これまで、上記の2つの副問題を解決してきた。実は、それぞれの問題を個別に解くことで効率的な解を得ることができ、手法全体が保証されるのである。

表2 CS画像再構成のための提案ASNRモデルの完全分布

入力：観測された測定値 y と測定行列 Φ 。 初期化： $t = 0, \mathbf{b}^{(0)} = \mathbf{0}, \mathbf{z}^{(0)} = \mathbf{0}, \alpha^{(0)} = \mathbf{0}, L, bc, c, \lambda, \eta, \mu;$	
繰り返す	アップ $(t+1)$ を式(16)で デット \mathbf{z} を表します。 $\mathbf{r}^{(t+1)} = \mathbf{z}^{(t+1)} \mathbf{b}^{(t)}; \tau = \lambda K / \mu N; \rho = \tau / c; \mathbf{r}^{(t+1)}$ から K -means と PCA により $\mathbf{D}^{(t+1)}$ を更新する。
ForEach	patch \mathbf{x}_i ; 式(28)により計算し、 $\alpha^{(t+1)}$ を更新する。
End For	すべての $\alpha^{(t+1)}$ を連結して $\alpha^{(t+1)}$ を更新; 式(11)の計算で $\mathbf{b}^{(t+1)}$ を更新する。
まで	$t \leftarrow t + 1$ とする。 最大反復回数に達する。
出力します。	最終的に復元された画像 $\mathbf{x} = \mathbf{D}\alpha$ となる。

をより効率的かつ効果的に行うことができる。以上の導出に基づいて、ASNR モデルを用いた CS 画像再構成の提案手法の全容を表 2 に示す。

4 実験結果

4.1 実験フレームワークとパラメータ設定

本節では、提案するASNRに基づくCS画像再構成法の実験結果について報告する。テスト画像にガウスランダム射影行列を利用してブロックレベルでのCS測定値を生成し、すなわち、ブロックサイズ32 32のブロックベースCS復元を行った。実験では、 \times 自然画像とMRI画像の両方を用いて、提案手法のASNRの性能を検証した。提案手法の主なパラメータは、各パッチのサイズ、すなわち bc bc は $6 \sqrt{6}$ 、 μ は $0.0025 \times \eta$ は 1 とし、各模範パッチに対して合計 L 40 個のマッチングパッチを選択するように設定された。忠実度をバランスさせるパラメータ λ は

の項と正則化の項をセンシングレートごとに個別にチューニングする必要がある。実験に用いたテスト画像は、自然画像8枚とMRI画像2枚である。の画像は、図5に示すように、サイズ $\times 256256$ の。プラットフォーム比較対象は、インテル(R) Core(TM) i3-4150。3.50GHzのCPUと4GBのメモリを搭載し、OSはWindows 7。

4.2 数値的な性能比較

提案する ASNR 法の性能を検証するため、BCS 法 [44]、NESTA 法 [45]、COS 法 [46]、BM3D に基づく CS 復元法などの競合 CS 復元法と比較した結果、提案する ASNR 法は、BCS 法と同等以上の性能を有していることが確認できました。
[47] (BM3D-CSと表記)、ASD-CS法[39]、NCSR-CS法[19]、適応学習型最小化スパースフィベースCS回復法[48] (ALSBと表記)、MRK-CS法[49]が挙げられる。すべてのベンチ手法[19,39,46 - 49]のソースコードは、著者のウェブサイトから入手した。各手法間の公平な比較を行うため、各実装のビルトインパラメータ設定のうち、最適なパラメータを使用した。
最初の実験では、提案する ASNR 法の数値性能比較は以下の通りである。表3は、競合するCS復元手法による復元画像のPSNR比較結果である。提案手法のPSNRは、多くのテスト画像において、異なるCS指標数で一貫して他手法を上回り、提案手法の性能優位性をさらに高めています（例えば、ASNRは比較対象の8手法をそれぞれ最大で6.75, 5.16, 3.90, 2.52, 0.66, 0.58, 1.77, 1.22 dB上回れます）。平均して、提案するASNR法はこれまでのベンチマーク法を上回った。BCS、NESTA、COS、BM3D-CS、ASD-CS、NCSR-CS、ALSB、MRK-CSに対するASNRのPSNR利得は、9.70, 9.83, 5.74, 4.15, 1.06, 0.71 となることことができる。
バーバ画像でそれぞれ1.32dBと3.34dB。

図5
圧縮センシング再構成実験
に用いたテスト画像 a 家 b
バーバラ c 葉 d 船 e
現場監督 f 金山 g ヒトデ h
君主 i 脳のMRI画像 j
骨のMRI画像



) ハ) ホ

(イ) ロ



表3 続き画像方法

測定数		$m = 0.1nm = 0.2nm = 0.3nm = 0.4nm = 0.75nm$				
平均値	BCS [44]	24.07	27.03	29.13	30.98	37.82
	NESTA [45] (ネスタ)	23.36	28.03	31.09	33.65	40.84
	COS [46] の場合	23.42	30.35	32.58	34.83	41.10
	BM3D-CS [47]	25.08	30.57	34.06	36.42	43.98
	ASD-CS [39]	27.91	32.62	35.73	38.21	45.00
	NCSR-CS [19]	28.31	33.26	35.88	38.00	44.35
	ALSB [48] の場合	26.95	31.28	34.16	36.64	44.88
	MRK-CS [49]	27.88	31.92	34.88	37.32	44.64
	エーエヌエヌアール	28.69	33.27	36.15	38.50	46.16

太字は最良または最適な意味を表す

図6 0.1N測定によるCS再構成フォアマンイメージ
a 原画
画像; b BCS再構成 [44] (29.76 dB); c NESTA 復元 [45] (29.94 dB); d COS 復元 [46] (24.66 dB); e BM3D-CS 復元 [47] (32.68 dB); f ASD-CS 復元 [39] (35.03 dB); g NCSR-CS 復元 [19] (34.18 dB); h ALSB 再構築 [48] (34.34 dB); i MRK-CS 復元 [49] (35.29 dB); j 提案するASNR 再構築 (36.11 dB)

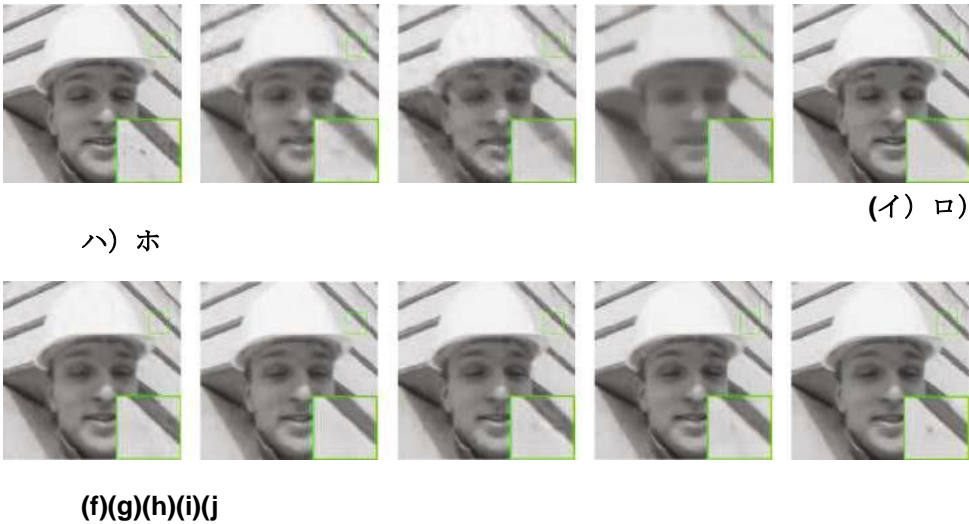
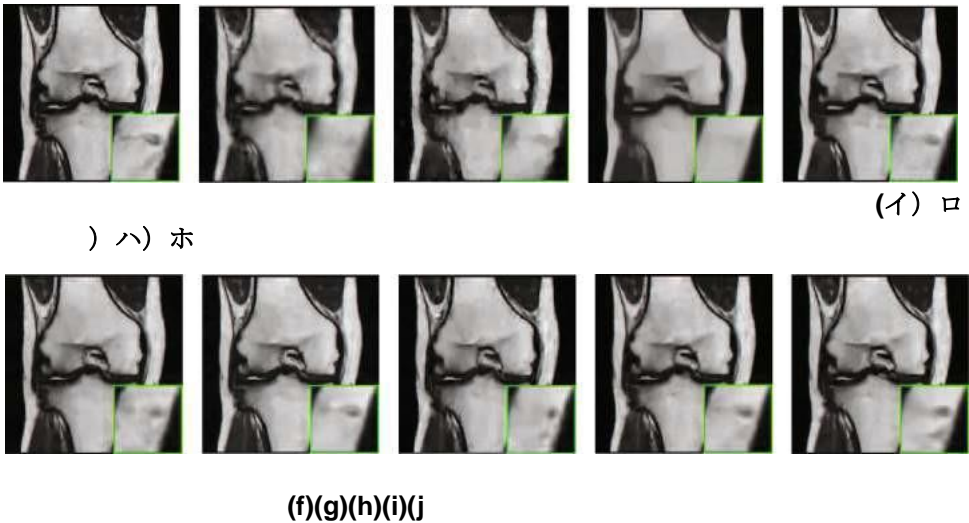


図7 0.1N測定によるCS再構成骨画像 a 原画、b BCS再構成 [44] (24.93 dB)、c NESTA 再構成 [45] (24.82 dB)、d COS再構成 [46] (24.49 dB); e BM3D-CS 再構成 [47] (27.39 dB); f ASD-CS 再構成 [39] (29.23 dB)、g NCSR-CS 再構成 [19] (29.14 dB)、h ALSB再構成[48] (27.93dB) 、i MRK-CS再構成[49] (29.09 dB) 、j 提案するASNR再構成 (29.38 dB)



適応的スパース非局所正規化と分割ブレグマン反復アルゴリズムに有利な状況が利用されている。多く

の場合、サンプリング比が低い場合のASNR法の利得は、サンプリング比が高い場合よりも大きいことが指摘される必要がある。これは、自己適応型PCA辞書学

習法が、低サンプリング比の場合に、ある先行研究よりも局所的な画像特徴をよりよく捉え、視覚的アーチファクトを大きく低減できるためである。

^{Z. Zha et al.}
~~を用いたフィンデッド変換と、いくつかの過完備な辞書学習法を紹介した。~~

4.3 画質比較

主観品質の評価を容易にするため、再構成画像の一部を図6、7、8、9、10、11に示す。それらから、BCS法とNESTA法が

図8

0.2N測定によるCS再構成
 一ト画像 **a** 原画、**b**
 BCS再構成[44] (27.05dB)
 、**c**
 NESTA再構成[45] (28.30dB)
)、**d** COS
 再構成 [46] (31.43 dB); **e**
 BM3D-CS 再構成 [47] (30.99
 dB); **f** ASD-CS 再構成
 再構成 [39] (33.15 dB)、**g**
 NCSR-CS 再構成 [19] (33.56
 dB)、**h** ALSB
 再構成[48] (31.92dB)、**i**
 MRK-CS 再構成 [49] (32.37
 dB); **j** 提案する ASNR 再構成
 (33.63 dB)



ハ) ホ

(イ) ロ



(f)(g)(h)(i)(j)

図9

CS再構成バーバ画像
 (0.2N測定) **a** 原画
 画像; **b** BCS再構成
 [44] (24.31 dB); **c** NESTA 復元
 [45] (23.96 dB); **d** COS 復元
 [46] (26.54 dB); **e** BM3D-CS
 復元 [47] (28.85 dB); **f** ASD-
 CS 復元 [39] (32.27 dB); **g**
 NCSR-CS 復元 [19] (33.27
 dB); **h** ALSB 再構築 [48]
 (31.86 dB); **i** MRK-CS 復元
 [49] (27.99 dB); **j** 提案する
 ASNR 再構築



ハ) ホ

(イ) ロ



(f)(g)(h)(i)(j)

図10

CS再構成0.3N測定による葉
 っぱ画像 **a** 原画
 画像; **b** BCS再構成
 [44] (23.31 dB); **c** NESTA 復元
 [45] (27.39 dB); **d** COS 復元
 [46] (30.54 dB); **e** BM3D-CS
 復元 [47] (32.50 dB); **f** ASD-
 CS 復元 [39] (32.53 dB); **g**
 NCSR-CS 復元 [19] (33.86
 dB); **h** ALSB 復元 [48] (30.84
 dB); **i** MRK-CS 再構成 [49]
 (32.37 dB); **j** 提案する ASNR
 復元



ハ) ホ

(イ) ロ



(f)(g)(h)(i)(j)

は、シャープなエッジや細かい画像のディテールを
 再現することができません。COS、BM3D-CS、ASD-
 CS、NCSR-CS、ALSB、MRK-
 は、そのような問題を解決するために開発されまし

た。

CS法は、BCS法やNESTA法よりも優れた視覚的品質を
 生成することができます。しかし、COS、BM3D-
 CS、NCSR-CSは、ASD-CS、ALSB、MRK-

CSからまだ明確に観察できるいくつかの細かい画像の詳細や視覚的アーチファクトの損失など、いくつかの望ましくない過滑走現象に苦しんでいます。これに対し、提案する

ASNR法は、他の競合手法と比較して、視覚的なアーチファクトやリング効果をほとんど除去するだけでなく、大規模なシャープエッジや小規模な微細画像の詳細を効果的に保持することが可能です。提案するASNRアプローチの高い性能は、以下の事実に起因しています。第一に、自己適応的なPCAサブディクショナリを利用することで、画像の局所的な特徴を効果的に捉え、視覚的なアーティファクトを大幅に低減することができる。第二に、適応的な疎な非局所的辞書を用いることである。

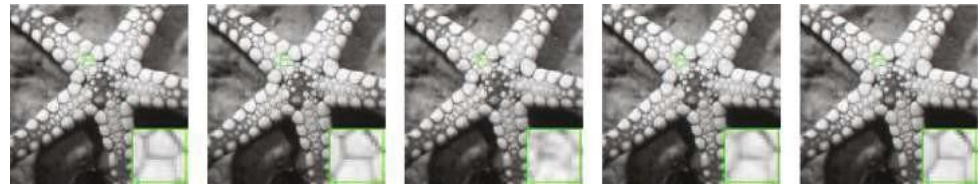
図11

CS再構成とトデ画像 (0.3N
測定) **a** 原画
画像; **b** BCS再構成
[44] (27.17 dB); **c** NESTA 復元
[45] (28.77 dB); **d** COS 復元
[46] (30.24 dB); **e** BM3D-CS
復元 [47] (30.45 dB); **f** ASD-
CS 復元 [39] (32.79 dB); **g**
NCSR-CS 復元 [19] (33.18
dB); **h** ALSB 再構築 [48]
(29.58 dB); **i** MRK-CS 復元
[49] (32.01 dB); **j** 提案する
ASNR 再構築



ハ) ホ

(イ) ロ)

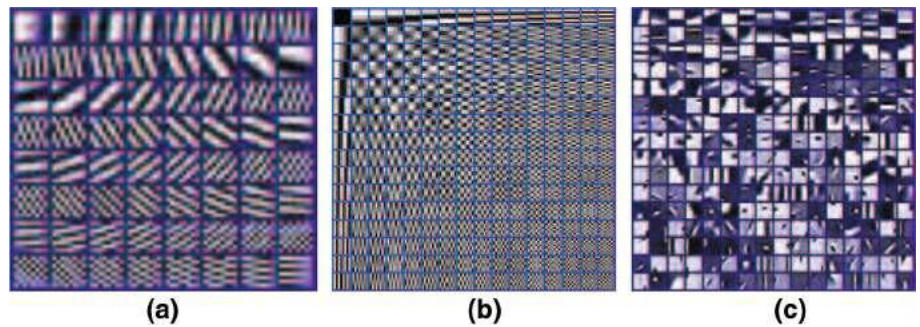


(33.28 dB)

(f)(g)(h)(i)(j)

図12 3種類の辞書 **a**

SDCT, **b** ODCT, **c** GDIC



の正則化を導入し、CS

画像再構成の性能をさらに向上させることができる。
第三に、提案するASNR法の計算効率を向上させる
ために、分割ブレグマン反復アルゴリズムを開発し
た。

これは、冗長な辞書は不安定でアーチファクトが発生
しやすいのに対し、提案するPCAサブ辞書は画像の局
所的な特徴をよく捉え、アーチファクトを大幅に低減
できるためであると考えられる。さらに、提案するPC
Aサブディクショナリを比較する。

4.4 辞書選択の効果

このサブセクションでは、提案する ASNR
再構成方法に対する異なる辞書の影響をさらに評価
するために、別の実験を行った。すべてのパラメー
タは 4.1 節で述べたものと同じである。図 12
に示すように、標準 DCT
辞書 (SDCT) , オーバーコンプリート DCT
辞書 (ODCT) , グローバルトレーニング辞書 (GDI
C) を使用した以外は、すべて 4.1
節で規定したものと同一である。異なる辞書について
、0.3N個の計測値を持つ画像*Starfish*に対するCS再構
成結果を図13に示す。提案する自己適応型PCA辞書
の再構成誤差画像は、図13g-j、
1-
oにそれぞれ示すように、他の辞書学習法に比べてテク
スチャの特徴が少ないことが明らかである。つまり、
提案する自己適応型PCA学習辞書は、他の競合する辞
書学習方法よりも良好な結果を生むことがわかる。

自然画像データセットと再構成された画像から学習される。ここでは、[14]の自然画像データセットとして、学習データセット2を用いる。図14、図15から、自然画像データセットから学習した辞書は細かい描写が失われるのに対し、再構成画像自体から学習した辞書は細かい描写が得られ、自然画像データセットから学習した辞書よりも有効な結果を得られることが分かる。これは、自然画像データセットでは、様々な質感のマッチングに対して、必ずしも細かい描写ができないためである。しかし、復元画像では間違いなく似たような質感を見つけることができる。

4.5 ベストマッチのパッチ数の影響

本節では、提案する $ASNR$ 法の性能を向上させるためのベストマッチング・パッチ番号 L の選択方法について述べる。具体的には、 L の感度を調べるために、 $0.1N$ 測定と $0.3N$ 測定の場合、それぞれ 20 から 140 までの異なる L に関して、3 つのテスト画像で 2 つの実験を行なった。 L を変えた場合の性能比較を図 16 に示す。図 16 では、すべての曲線がほぼ平坦であり、提案する $ASNR$ 法の性能は L に対してあまり敏感でないことがわかる。したがって、 L は経験的に40に設定された。

図13 CS再構成
ヒトデ画像、0.3Nの測定値の
違いによる

a 原画, **b** SDCT
再構成 (28.22dB), **c** DCT
再構成 (29.21dB), **d** GDIC
f と **k**

はそれぞれ原画像の局所拡
大パッチ。 **g-j** と **l-o**
は異なる辞書を用いた **f** と **k**
による再構成誤差画像。



(イ) ロ

) ハ) ホ



(f)(gh)i(j)

各々



(k)

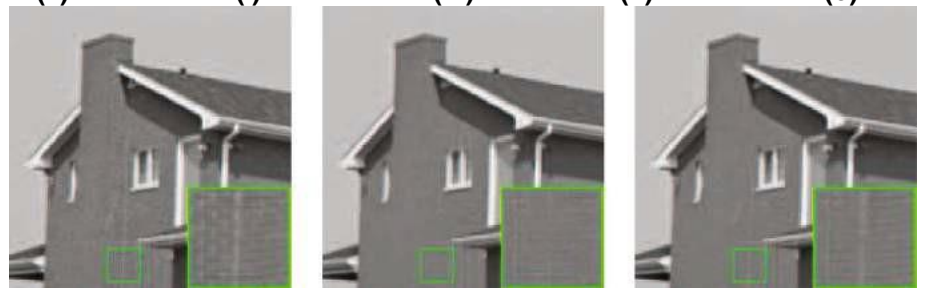
(l)

(m)

(n)

(o)

図14 CS再構成
0.2Nのハウズイメージ
を測定しています。
ディクショナリ。 **a**
オリジナル画像、 **b**
自然言語による辞書学習
画像データセット(35.56dB)、 **c**
の辞書学習。
復元画像そのもの
(37.16 dB)

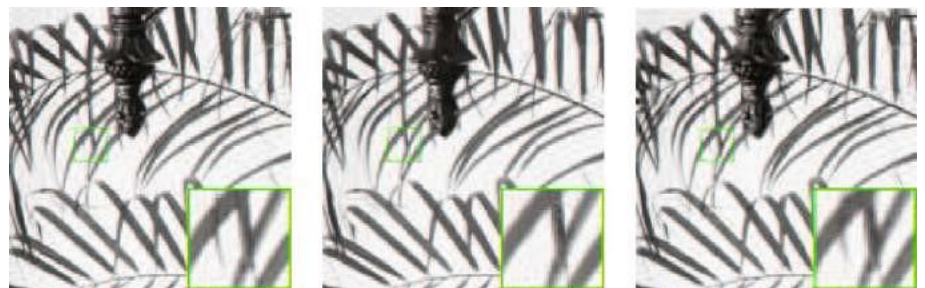


(a)

(b)

(c)

図15 CS再構成
0.2Nで撮った画像を残す
を測定しています。
ディクショナリ。 **a**
オリジナル画像、 **b**
自然言語による辞書学習
画像データセット (28.14dB)、 **c**
の辞書学習。
復元画像そのもの
(28.89 dB)



(a)

(b)

(c)

4.6 各方式のノイズレベル比較

提案するASNR法のノイズ感度を調べるために、まず、圧縮センシング測定値にゼロ平均のガウス白色ノイズを加えた実験を行った。ノイズレベルは $1e^{-3}$ 、 $2e^{-3}$ 、 $3e^{-3}$ 、 $4e^{-3}$ 、 $5e^{-3}$ と小さくした。図17は、5つのアンダーサンプリング

グ比 (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.75) での船と脳を描いたテスト画像のPSNRとノイズレベルの関係を示しています。明らかに、PSNR

つまり、自己適応的なPCA辞書と適応的なスパース非局所正則化に基づくスパースコーディングが本質的にノイズ除去特性を持つため、提案するASNR法は再構成画像のエイリアシングとノイズを適切に除去することが可能であることがわかる。さらに、提案するASNRのノイズに対する頑健性を示すため、ノイズの多いCS測定値を用いた同様の実験を行った。かなりの量の加法性白色ガウスノイズが

図16

3つのテスト画像における
マッチドパッチ数 L の違い
による性能比較 **a**
0.1Nの場合、 L の違いによ
るPSNR (dB) の結果。

b
0.3N測定の場合、異なる L に
よるPSNR(dB)の結果。

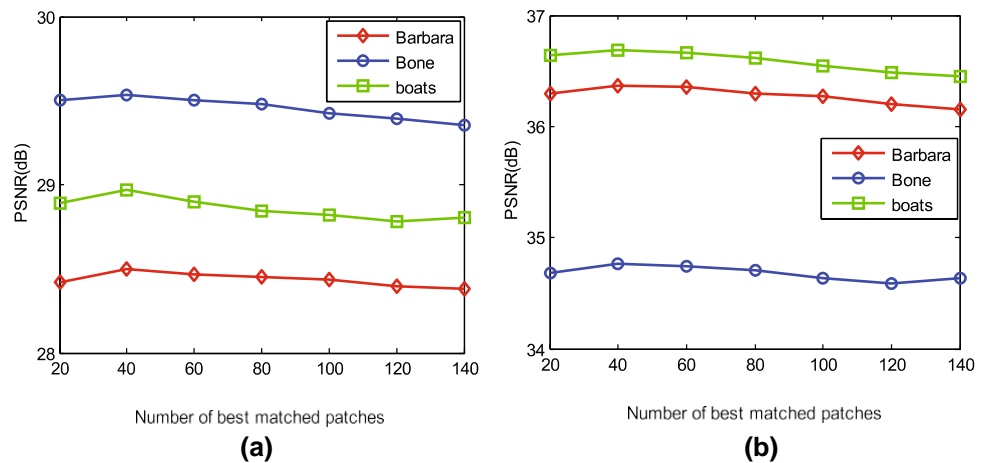
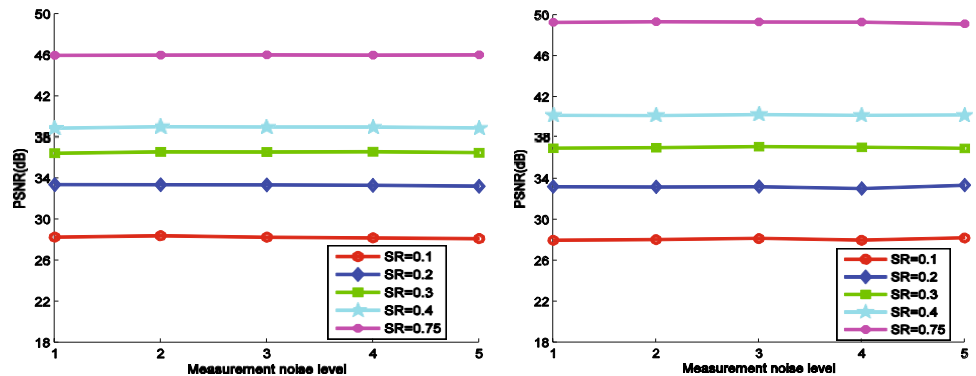


図17

提案手法のノイズ感度解析 **a**

船舶のPSNR結果と測定ノイ
ズレベルの関係 **b**

船舶のPSNR結果と測定ノイ
ズレベルの関係
脳

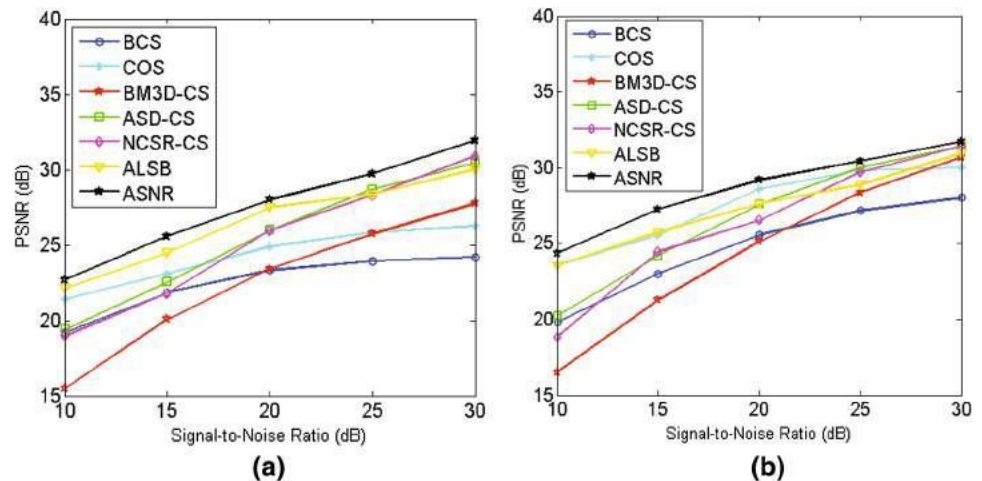


(イ) (ロ)

図18

ノイズレベルからの各手法
のPSNR。

画像Barbaraの0.2N測定によ
るPSNR結果対SNR。



を
測定に追加した。加法的雑音の標準的な導出は、10
、15、20、25、30
dBの間の信号対雑音比 (SNR) を生成するように変
化する。すべてのパラメータは
は、Sect.4.1
で規定したものと同じである。4.1、ただし μ
19、9、3.5。

2.5 0.25 はそれぞれ SNR10, 15, 20, 25, 30 dB
に相当する。これらの実験では、NESTA 法と MRK-
CS 法は感度が高いため、含まれていない。

をノイズに変換する。図18は再構成画像のPSNRの比較である。図19、20、21は、それぞれBarbara、B one、Starfishの画像について、SNR 20、15、10dBでの主観的品質比較の結果である。提案するASNR方式が最も良い性能を達成することは明らかである。

図22 SBIとISTの比較 a
 比率0.2でのSBIとISTのPSNR
 結果 (画像foreman) **b**
 比率0.3でのSBIとISTのPSNR
 結果 (画像Barbara)

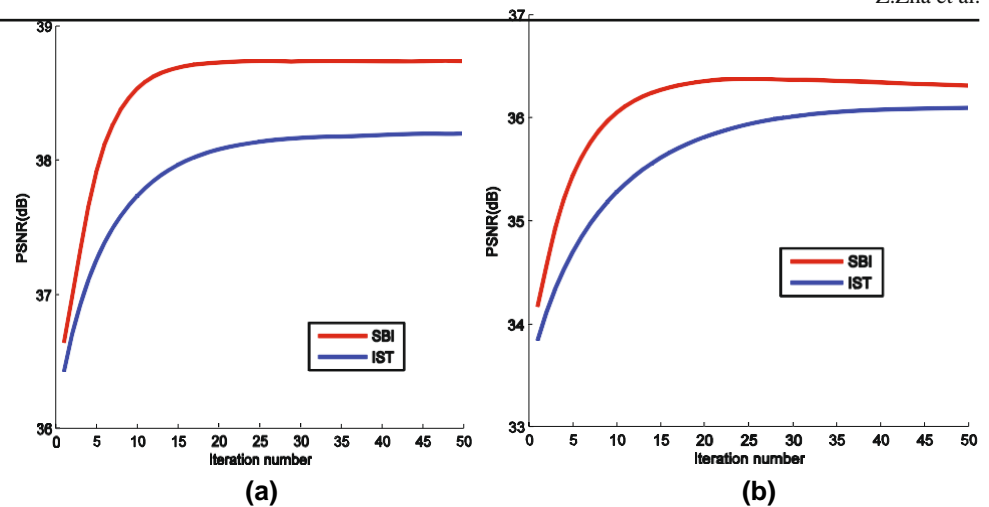
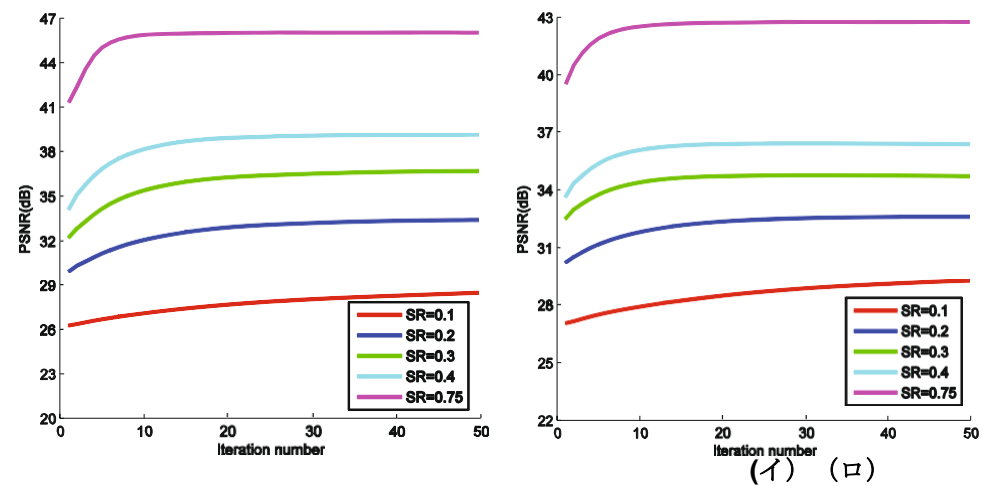


図 23 提案手法の収束性解析
a ボートのPSNR
 結果と繰り返し回数 **b**
 ボーンのPSNR
 結果と繰り返し回数



は、競合するすべての手法の中で、ノイズを抑制することができる。したがって、提案するASNR法はノイズ測定に対してロバストである。

4.7 SBIとISTの比較

このサブセクションでは、もう一つの古典的な最適化手法である反復縮小／閾値処理 (IST) [50]を、我々の提案するASNRモデルの解決に利用する。テスト画像foremanとBarabarについて、比率=0.2と比率=0.3に設定し、SBIとISTを比較しました。図22は、PSNR(dB)の結果のプログレーションカーブである。SBI法は15回（1回あたり約59秒）の反復で収束するのに対し、IST法は30回（1回あたり約58秒）の反復で収束することがわかる。さらに、SBI法はIST法よりも良好なPSNRの結果を得ることができる。したがって、提案するSBI法はIST法と比較して、より少ない計算回数でより良い収束速度を達成することができる。

4.8 コンバージェンス解析

図 23 は、提案する ASNR法の収束性を確認するために、様々なサンプリング比率の船と骨を描いたテスト画像について、反復回数に応じた PSNRの推移を示したものです。反復回数の増加に伴い、再構成画像のPSNR曲線は徐々に増加し、最終的には平坦で安定した曲線になることが確認できる。したがって、提案するASNR法の良い収束性能は、図23に示されるようになる。

5 結論

本論文では、適応的なスパース非局所正則化に基づくCS画像再構成のための新しい方法を提示した。本手法は、適応的正則化に統合された非局所的自己相似性事前分布を利用することで、画像再構成の精度を向上させる。

