

В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко, А. П. Лобанов

МАТЕМАТИКА



часть 2

Три ключевые задачи на дроби:

1. Нахождение дроби (части) (m) от заданного числа (a): $b = a \cdot m$.

a

? m

2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.

?

b m

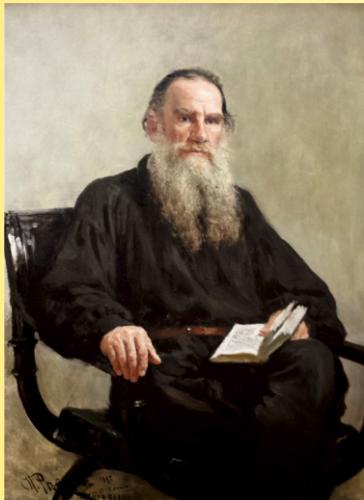
3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого): $m = \frac{b}{a}$.

a

b ?

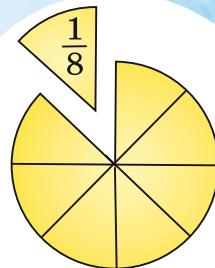
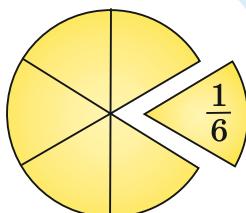
Алгоритм выбора типа задачи:



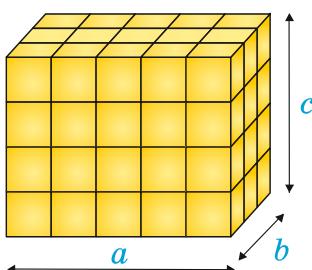
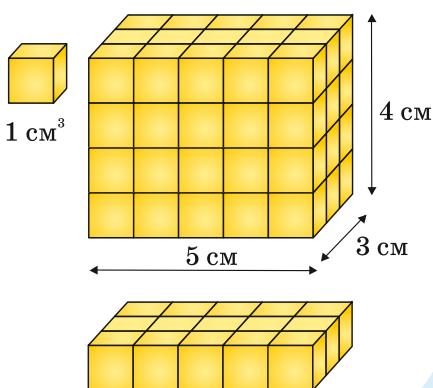


«Человек подобен дроби,
числитель которой есть то,
что человек представляет
собой, а знаменатель —
то, что он о себе думает.
Чем большего человека о себе
мнения, тем больше
знаменатель, а значит,
тем меньше дробь».

Л. Н. Толстой



Объём прямоугольного параллелепипеда



V — объём
 $V = a \cdot b \cdot c$
 $V = abc$
 a, b, c — измерения

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ натуральных чисел от 10 до 99

един. дес.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ а}$$

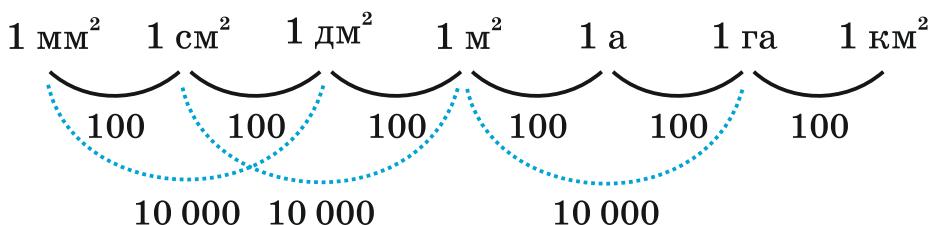
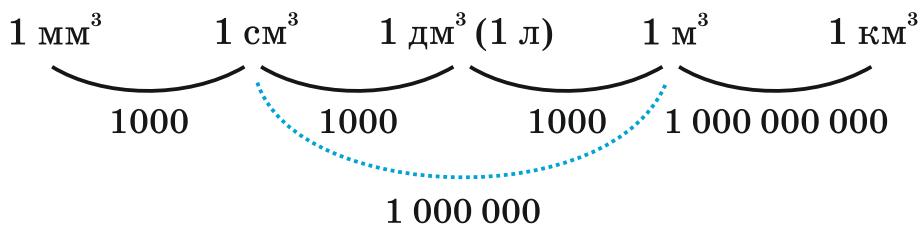
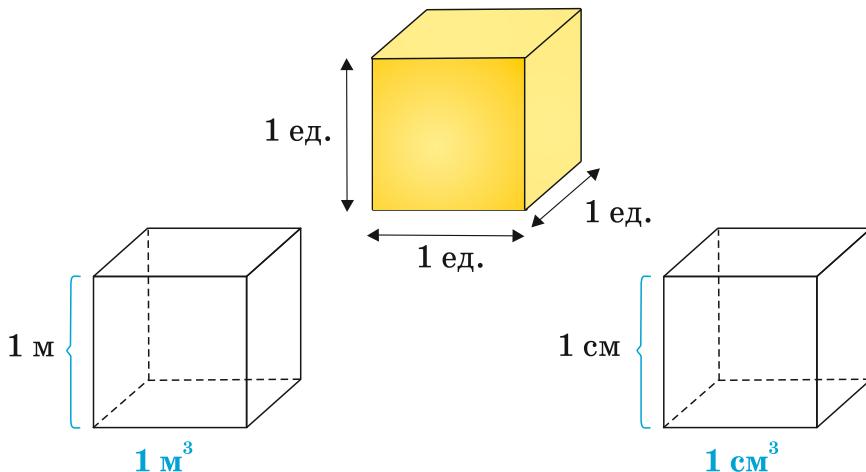


ТАБЛИЦА КУБОВ

натуральных чисел от 10 до 99 и степеней чисел 2 и 3

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19 683	59 049



В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко, А. П. Лобанов

Математика

Учебное пособие
для 5 класса учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

В 2 частях

Часть 2

*Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь*

2-е издание, исправленное и дополненное

Минск
«Адукацыя і выхаванне»
2020

Правообладатель Адукацыя і выхаванне

УДК 51(075.3=161.1)

ББК 22.1я721

Г37

Р е ц е н з е н т: методическое объединение учителей математики Центрального района г. Минска (учитель математики высшей квалификационной категории государственного учреждения образования «Гимназия № 24 г. Минска» *И. Ю. Сёмина*)

ISBN 978-985-599-240-1 (ч. 2)
ISBN 978-985-599-238-8

- © Герасимов В. Д., Пирютко О. Н.,
Лобанов А. П., 2017
- © Герасимов В. Д., Пирютко О. Н.,
Лобанов А. П., 2020, с изменениями
- © Оформление. РУП «Издательство
“Адукацыя і выхаванне”, 2020

Дорогие пятиклассники!

Во второй части учебного пособия вы продолжите изучение математики. Напомним, что нужно обращать внимание на условные обозначения:



— информация, которую нужно знать точно, понимая смысл каждого слова;



— правило, алгоритм, указания, необходимые для правильного выполнения заданий; ими нужно пользоваться постоянно, пока не научитесь выполнять задания по новой теме;



— задания, которые выполняются в классе;



— домашнее задание;



— задания для повторения;



— задания для исследования; их можно выполнять одному или в группе друзей;



— дополнительная информация (смотрите на сайте <http://e-vedy.adu.by/> Электронные образовательные ресурсы / Математика — Математика 5 класс).

Задания, которые выделены слабым фоном  , предназначены для тренировки, достижения автоматизма при применении новых правил; более яркий фон  используется для задач, предполагающих самостоятельный выбор нескольких последовательных действий; самый яркий фон 

   — для сложных заданий, решение которых требует точного понимания и усвоения всего предыдущего материала как по теории (правила, алгоритмы), так и по практике (упражнения для тренировки, задачи).

Прежде чем приступить к выполнению домашнего задания, проверьте себя, правильно ли вы поняли новый материал и точно ли знаете правила его применения. В этом вам поможет раздел «Проверь себя!», обозначенный значком .

В конце главы предлагается тест для самопроверки, интересные задачи с геометрическими фигурами. В разделе «Повторение и обобщение изученного» можно найти задачи для тренировки по всем темам, задания для проверки знаний, задачи для любознательных.

§ 1. Дробные числа. Обыкновенные дроби

При решении многих практических задач приходится выполнять деление различных предметов на равные части (рис. 1).

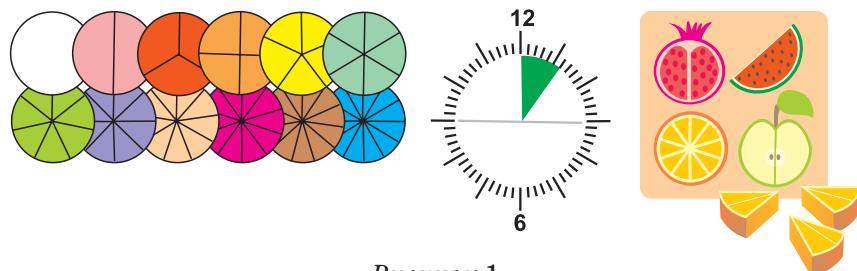


Рисунок 1

Возникает вопрос: как обозначить, на сколько равных частей разделили предмет и сколько частей взяли? Для обозначения равных частей целого используют **дробные числа**, или дроби.

Пример 1. Разделим круг на 6 равных частей и из них возьмём две части (рис. 2).

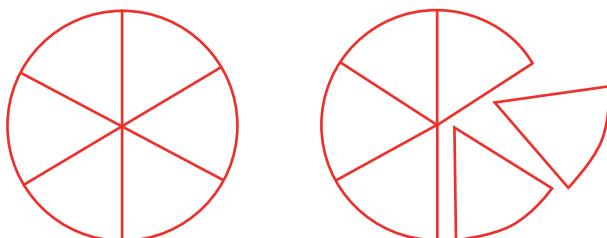


Рисунок 2

Для обозначения двух равных частей из шести потребуются два натуральных числа:

- первое число показывает, на сколько равных частей разделили предмет;
- второе число показывает, сколько таких частей взяли.

Для записи нового числа используется дробная черта: над чертой записывают число 2, а под чертой — число 6. Получаем запись **дробного числа** (или **дроби**) $\frac{2}{6}$. Читается: «две шестых».

 Число, записанное под чертой дроби, показывает, на сколько равных частей разделили предмет (целое). Оно называется знаменателем дроби.

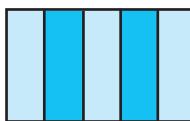
Число, записанное над чертой дроби, показывает, сколько таких частей взяли. Оно называется числителем дроби.

Пример 2. На рисунке 3, *a–в* прямоугольник разделили:

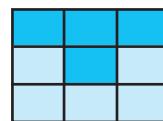
а) на три равные части и отметили тёмной краской одну часть, этой части соответствует дробь $\frac{1}{3}$, 3 — знаменатель дроби, который показывает, что прямоугольник разделили на три равные части, 1 — числитель дроби, который показывает, сколько частей взяли. Читается: $\frac{1}{3}$ — «одна третья»;



a



б



в

Рисунок 3

б) на 5 равных частей и отметили тёмной краской две части, двум частям соответствует дробь $\frac{2}{5}$, 5 — знаменатель дроби, 2 — числитель. Читается:

$\frac{2}{5}$ — «две пятых»;

в) на 9 равных частей и отметили тёмной краской 4 части, четырём частям соответствует дробь $\frac{4}{9}$, 9 — знаменатель дроби, 4 — числитель. Читается: $\frac{4}{9}$ — «четыре девятых».



Чтобы прочитать дробь, нужно:

- 1) назвать числитель и знаменатель дроби;
- 2) к числителю дроби поставить вопрос «Сколько частей?» и ответить на него;
- 3) к знаменателю дроби поставить вопрос «Каких?» («Какая?») и ответить на него.

Пример 3. Прочитайте дробь $\frac{13}{160}$.

1. Называем числитель и знаменатель дроби. Число тринадцать — числитель, число 160 — знаменатель.

2. К числителю дроби ставим вопрос: «Сколько частей?». Ответ: «Тринадцать».

3. К знаменателю дроби ставим вопрос: «Каких?». Ответ: «Сто шестидесятых». Дробь $\frac{13}{160}$ читается: «тринадцать сто шестидесятых».

Пример 4. Прочитайте дробь $\frac{1}{16}$.

1. Называем числитель и знаменатель дроби. Число 1 — числитель, число 16 — знаменатель.

2. К числителю дроби ставим вопрос: «Сколько частей?». Ответ: «Одна».

3. К знаменателю дроби ставим вопрос: «Какая?». Ответ: «Шестнадцатая». Дробь $\frac{1}{16}$ читается: «одна шестнадцатая».

Дробные числа, записанные с помощью двух натуральных чисел и дробной черты, называются **обыкновенными** дробями.

Некоторые обыкновенные дроби имеют особые названия:

$\frac{1}{2}$ — *половина*, $\frac{1}{3}$ — *треть*, $\frac{1}{4}$ — *четверть*.

С помощью дробей решают многие практические задачи.

Задача 1. В парке 120 кустов роз. Из них $\frac{2}{3}$ подготовили к зимнему периоду. Сколько кустов роз подготовили к зимнему периоду?

Решение.

Дробь $\frac{2}{3}$ указывает на то, что всё количество кустов роз разделено на три равные части и взяты 2 такие части.

Всего кустов роз 120. Вычисления:
 $120 : 3 \cdot 2 = 80$ (кустов роз).



Действием деления узнаём, сколько кустов приходится на одну часть, а действием умножения — сколько кустов приходится на 2 части.

Ответ: 80 кустов.

 В этой задаче найдено, какое число приходится на $\frac{2}{3}$ числа 120, иначе говорят: найдена часть от числа.

Задача 2. В соревнованиях по армрестлингу в лагере отдыха приняли участие 12 ребят из первого отряда, что составляет $\frac{2}{5}$ всех участников. Сколько участников соревновалось?



Решение.

Дробь $\frac{2}{5}$ показывает, что число всех участников соревнования разделили на 5 равных частей и взяли 2 части. Эти две части составляют 12 человек. Для того чтобы найти количество всех участников, нужно узнать, сколько человек приходится на 5 частей.



Вычисления: $12 : 2 \cdot 5 = 30$ (участников).

Действием деления узнаём, сколько человек приходится на одну часть, а действием умножения — сколько человек приходится на 5 частей.

Ответ: 30 участников.

 В этой задаче найдено число всех участников соревнования, в случае если на $\frac{2}{5}$ части этого числа приходится 12 человек. Иначе говорят: найдено число по его части.

 1. Запишите дроби, которые соответствуют выделенной цветом части (рис. 4):

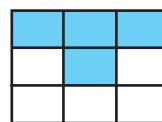
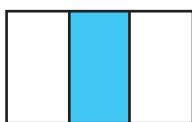


Рисунок 4

2. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби. Прочитайте дроби:
- $$\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}, \frac{8}{20}, \frac{11}{100}, \frac{29}{430}, \frac{9}{50\,000}.$$
3. Начертите отрезок длиной:
- 3 см и отметьте $\frac{1}{3}$ этого отрезка;
 - 5 см и отметьте $\frac{3}{5}$ этого отрезка.
4. Запишите в виде обыкновенной дроби:
- четыре девятых;
 - одна четвёртая;
 - тринадцать сотых;
 - половина.
5. Запишите дробь, если:
- числитель 12, знаменатель b ;
 - числитель 9, знаменатель d ;
 - числитель 1, знаменатель t ;
 - числитель b , знаменатель n ;
 - числитель d , знаменатель k ;
 - числитель t , знаменатель p .

Решите задачи.

6. В тексте всего 60 иностранных слов. Учащиеся смогли перевести $\frac{19}{20}$ текста. Сколько слов смогли перевести учащиеся?
7. На одной полке 42 книги, что составляет $\frac{14}{15}$ от числа книг на второй полке. Сколько книг на второй полке?

8. Пятиклассники на устное решение задач потратили $\frac{1}{5}$ урока, а на письменную работу — $\frac{2}{5}$ урока. Сколько минут осталось до конца урока?
9. Между Гомелем и Могилёвом 170 км. Автомобиль преодолел $\frac{2}{10}$ этого расстояния. Сколько километров осталось проехать автомобилю?
10. В школу принято 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ от всех этих учащихся принято в начальные классы, а остальные — в старшие. Сколько учащихся принято в старшие классы?
11. В папке лежали листы цветной бумаги, из них $\frac{3}{10}$ — зелёного цвета, $\frac{2}{5}$ — красного цвета, а остальные — синего. Сколько всего листов в папке, если известно, что зелёных листов было 30? Сколько синих листов в папке?
12. Длина прямоугольника 45 см, а ширина составляет $\frac{5}{9}$ длины. Найдите периметр прямоугольника.
13. Учащийся решил 60 задач за три дня. В первый день он решил $\frac{1}{3}$ всех задач, а во второй — $\frac{1}{2}$ остатка. Сколько задач учащийся решил за третий день?
14. Папе 40 лет, возраст мамы равен $\frac{7}{8}$ возраста папы, а возраст дочери — $\frac{2}{5}$ возраста мамы. Сколько лет маме и сколько — дочери?

- 15.** Туристы сделали два привала: первый после 12 км пути, пройдя $\frac{4}{9}$ запланированного маршрута, а второй — пройдя $\frac{3}{5}$ оставшегося маршрута. Сколько километров прошли туристы после второго привала?
- 16.** Площадь трёхкомнатной квартиры равна 80 м^2 . Вспомогательные помещения составляют $\frac{1}{4}$ площади квартиры. Площадь одной комнаты составляет $\frac{3}{4}$ площади вспомогательных помещений и $\frac{3}{5}$ площади второй комнаты. Какова площадь третьей комнаты?
-  **17.** Решите уравнение:
- $8 \cdot (x + 6) = 144;$
 - $944 : m - 48 = 70;$
 - $(k - 103) : 28 = 56;$
 - $(n + 3) : 4 = 1.$
- 18.** Замените в записи числа звёздочки цифрами так, чтобы число делилось:
- на 5: 74*, 898*, 55*, 52*;
 - на 9: 6*5, 2*, *1*40, *3*, 2*7;
 - на 4: 21*, 37*, 105*, 862*.
- 19.** Два земельных участка прямоугольной формы имеют общую площадь 2426 м^2 . Длина и ширина одного участка равны соответственно 34 м и 29 м. Найдите ширину другого участка, если его длина 45 м.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. Дробные числа, записанные с помощью ... натуральных чисел и дробной черты, называются

2. В записи обыкновенной дроби число под ... называют Это число показывает, на сколько целое. Число над ... называют Это число показывает, сколько...



20. Назовите числитель и знаменатель каждой дроби. Прочитайте дроби:

$$\frac{1}{2}, \frac{5}{9}, \frac{22}{73}, \frac{18}{298}, \frac{348}{596}, \frac{721}{493}, \frac{2000}{2001}, \frac{17\,349}{47\,980}.$$

21. Начертите отрезок:

а) длиной 7 см и отметьте $\frac{2}{7}$ этого отрезка;

б) длиной 8 см и отметьте $\frac{3}{8}$ этого отрезка.

22. Запишите, используя дробную черту, число:

а) две пятых;

б) двадцать восемь сорок девятых;

в) семьдесят две пятьдесят четырёх.

23. Запишите дробь, если её:

а) числитель 5, знаменатель b ;

б) числитель c , знаменатель d ;

в) числитель f , знаменатель t .

Решите задачи.

24. От мотка провода отрезали $\frac{2}{7}$ его длины.

Сколько метров провода отрезали от мотка, если первоначально было 35 м?

- 25.** Мальчик взял 7 фломастеров, что составило $\frac{1}{5}$ часть набора. Сколько фломастеров в наборе?
- 26.** Пятиклассники на письменное решение задач потратили $\frac{4}{5}$ урока. Сколько минут осталось до конца урока?
- 27.** Число дождливых дней составило $\frac{3}{5}$, а число пасмурных — $\frac{1}{5}$ всех дней в сентябре. Сколько было ясных дней в сентябре?
- 28.** Длина прямоугольника 24 см, а ширина составляет $\frac{5}{8}$ длины. Найдите площадь прямоугольника.
- 29.** Число квартир в первом доме составляет $\frac{2}{5}$ числа квартир во втором доме и $\frac{3}{5}$ числа квартир в третьем доме. Сколько квартир в каждом доме, если в первом доме их 60?



Симон Стевин в 1585 году предложил следующую запись дробей:

$$\frac{3}{10} = 3(1); \quad \frac{7}{100} = 7(2); \quad \frac{9}{1000} = 9(3).$$

$$\text{В целом } 3(1) 7(2) 9(3) = \frac{379}{1000}.$$

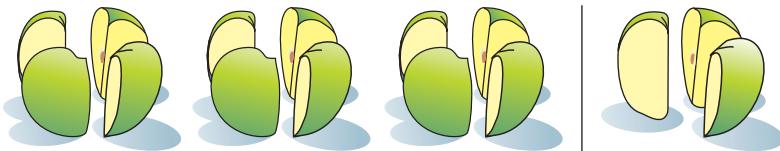
Задание:

- найдите информацию о Симоне Стевине;
- запишите в виде обыкновенной дроби число: 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4). Поделитесь этим приемом записи дробей с друзьями.

§ 2. Деление и дроби. Основное свойство дроби

При решении задач на деление натуральных чисел не всегда можно получить частное от деления двух чисел без остатка. Дробные числа позволяют записать точный результат деления двух натуральных чисел и в случае, когда деление нацело не выполняется.

Задача 1. Как разделить 3 одинаковых яблока поровну между четырьмя друзьями?



Решение.

Так как число 3 не делится нацело на 4, то можно разделить каждое яблоко на 4 равные части и одну часть от каждого из трёх яблок дать каждому из четырёх друзей. Каждый получит:

$$3 : 4 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \text{ т. е. } 3 : 4 = \frac{3}{4}.$$

Аналогично рассуждая, можем получить:

$$5 : 9 = \frac{5}{9}; 6 : 7 = \frac{6}{7}; m : 10 = \frac{m}{10}; a : b = \frac{a}{b}.$$

Каждую обыкновенную дробь можно рассматривать как результат деления её числителя на знаменатель (как частное двух чисел). Например,

дробь $\frac{3}{8}$ можно прочитать как «три восьмых» или «3 разделить на 8».



С помощью дроби можно записать результат деления любых натуральных чисел. Этот результат выражается или натуральным числом, или дробным. Например:

$$1) 15 : 3 = \frac{15}{3} = 5;$$

$$3) 5 : 4 = \frac{5}{4};$$

$$2) 5 : 1 = \frac{5}{1} = 5;$$

$$4) 2 : 9 = \frac{2}{9}.$$

И наоборот, любую дробь можно представить в виде частного:

$$5) \frac{2}{7} = 2 : 7; \quad 6) \frac{6}{11} = 6 : 11; \quad 7) \frac{m}{5} = m : 5.$$

Примеры 1 и 2 показывают, что любое натуральное число можно записать в виде дроби:

$$7 = 7 : 1 = \frac{7}{1} \text{ или } 7 = 21 : 3 = \frac{21}{3}; 10 = \frac{10}{1} = \frac{30}{3}.$$

Замечаем, что $\frac{7}{1} = \frac{21}{3}$; $\frac{10}{1} = \frac{30}{3}$, т. е., рассматривая дроби как результат деления натуральных чисел, получаем равные дроби.

На рисунке 5 один и тот же круг разделили на равные части: на 2, на 4, на 8 и закрасили половину. Ей соответствуют дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$.

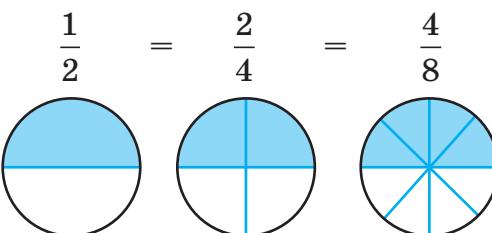


Рисунок 5

С помощью обыкновенных дробей **одну и ту же часть целого** предмета можно обозначить по-разному. Так как дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ обозначают одну и ту же часть целого, то эти дроби равны: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Дробь $\frac{2}{4}$ можно получить из дроби $\frac{1}{2}$, умножив её числитель и знаменатель на 2. Дробь $\frac{4}{8}$ можно получить из дроби $\frac{2}{4}$, умножив её числитель и знаменатель на 2.

Обратно: дробь $\frac{1}{2}$ можно получить из дроби $\frac{2}{4}$, разделив её числитель и знаменатель на 2. Дробь $\frac{1}{2}$ можно получить из дроби $\frac{4}{8}$, разделив её числитель и знаменатель на 4.

Вывод:

 Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить **на одно и то же число**, не равное нулю, то получится дробь, равная данной.

Это есть **основное свойство дроби**.

Задача 2. В соревновании на самый спортивный класс нужно представить команду, $\frac{2}{3}$ которой составляют девочки. 5 «А» класс представил команду из 15 человек, в которой 10 девочек. Выполнил ли 5 «А» класс условие соревнования?

Решение.

Узнаем, какую часть составляет число 10 от числа 15. Разделим число 15 на 15 равных

частей. На рисунке 6 полоску разделили на 15 равных частей.



Рисунок 6

Одна часть составляет $\frac{1}{15}$ полоски, а десять таких частей составляют $\frac{10}{15}$ полоски, т. е. число 1 от числа 15 составляет $\frac{1}{15}$ часть, а число 10 составляет $\frac{10}{15}$ частей числа 15.

Значит, девочки составляют $\frac{10}{15}$ частей всех участников. По основному свойству дроби можно числитель и знаменатель дроби $\frac{10}{15}$ разделить на одно и то же число, не равное нулю, и получить равную дробь. Разделим числитель и знаменатель на 5, получим $\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$.

Ответ: условие соревнования выполнено.

В этой задаче:

1) Мы нашли, какую часть составляет одно число от другого: число 10 составляет $\frac{10}{15}$ частей от числа 15.



Чтобы узнать, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число разделить на второе и записать результат в виде дроби: $10 : 15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

2) Применили основное свойство дроби, числитель и знаменатель дроби уменьшили в одно и то же число раз, иначе говорят, **сократили дробь**:

$$\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}.$$

 Сократить дробь — это значит разделить её числитель и знаменатель на одно и то же число, отличное от нуля.

 **Чтобы сократить дробь, нужно:**
1) найти общий делитель числителя и знаменателя;

2) разделить числитель и знаменатель на их общий делитель.

Пример. Сократите дробь:

а) $\frac{12}{18}$; б) $\frac{36}{60}$; в) $\frac{24}{28}$.

Решение.

а) $\frac{12}{18} = \frac{12 : 3}{18 : 3} = \frac{4}{6}$. Дробь сократили на 3, полученную дробь можно ещё сократить на 2: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Дробь $\frac{2}{3}$ сократить нельзя, так как числа 2 и 3 взаимно простые;

б) обычно сокращают дробь сразу на наибольший общий делитель числителя и знаменателя. Найдём наибольший общий делитель: $\text{НОД}(36; 60) = 12$. Получим:

$$\frac{36}{60} = \frac{36 : 12}{60 : 12} = \frac{3}{5};$$

в) $\frac{24 : 4}{28 : 4} = \frac{6}{7}$, сократили на $\text{НОД}(24; 28) = 4$.



30. Запишите частное натуральных чисел в виде дроби:

- а) $3 : 10$, $16 : 25$, $101 : 1000$, $12 : 1$, $17 : 5$, $35 : 7$;
б) $2 : 5$, $1 : 10$, $13 : 100$, $25 : 8$, $6 : 1$, $52 : 10$.

31. Запишите дробь в виде частного натуральных чисел:

а) $\frac{1}{11}, \frac{5}{3}, \frac{10}{1}, \frac{19}{10}$; б) $\frac{3}{2}, \frac{1}{k}, \frac{a}{10}, \frac{m}{n}$.

32. Найдите среди дробей те, которые можно записать в виде натуральных чисел. Запишите эти натуральные числа:

а) $\frac{1}{3}, \frac{3}{1}, \frac{4}{4}, \frac{10}{7}, \frac{10}{5}, \frac{9}{4}, \frac{9}{1}, \frac{3}{5}, \frac{16}{4}, \frac{16}{8}, \frac{16}{16}$;
б) $\frac{5}{1}, \frac{1}{5}, \frac{10}{10}, \frac{20}{9}, \frac{27}{9}, \frac{16}{3}, \frac{16}{1}, \frac{24}{2}, \frac{24}{3}, \frac{24}{4}, \frac{24}{6}$.

33. Представьте в виде дроби несколькими способами натуральные числа: 1, 2, 20, 8.

34. Определите число, на которое нужно умножить числитель и знаменатель, чтобы привести дробь к знаменателю 48:

а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{12}$; в) $\frac{11}{24}$; г) $\frac{1}{6}$.

35. Определите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби и сократите дробь:

а) $\frac{4}{6}, \frac{8}{20}, \frac{15}{40}, \frac{120}{200}$; в) $\frac{6}{9}, \frac{10}{50}, \frac{28}{49}, \frac{400}{600}$;
б) $\frac{4}{10}, \frac{12}{16}, \frac{25}{35}, \frac{180}{300}$; г) $\frac{8}{12}, \frac{20}{30}, \frac{42}{60}, \frac{125}{250}$.

Решите задачи.

36. Длина дороги 50 км. Отремонтировали 37 км. Какую часть всей дороги отремонтировали?
37. В году 365 дней. Какую часть года составляет:
а) январь; б) февраль?
38. За месяц волонтёры в городских парках посадили 225 деревьев, из которых 75 были липы. Найдите, какую часть составляют липы от всех посаженных деревьев.
39. Из 20 кустов роз, посаженных на школьном участке, 12 были красного цвета, а остальные — белого. Какую часть от всех кустов роз составляли розы белого цвета?
40. В одном из турниров оказалось, что из 40 туристов только немецким языком владеют 12 человек, только английским — 18, остальные туристы знают два иностранных языка. Какая часть туристов знает два иностранных языка?
41. В летнем лагере отдыха было 245 детей и 30 воспитателей. На соревнования из лагеря уехали 45 человек. Какую часть составляют участники соревнований от общего числа людей в лагере?
42. В школьной олимпиаде по математике участвовали 54 учащихся. Одиннадцатиклассники составили $\frac{1}{3}$ от всех участников, а десятиклассники — $\frac{2}{3}$ от учащихся 11-х классов. Остальные участники — девятиклассники. Сколько девятиклассников участвовало в олимпиаде?

- 43.** Школьник в июле устроился на работу по озеленению города. За работу он получил 200 р. Из этих денег 50 р. мальчик потратил на подарок маме ко дню рождения, 10 р. заплатил за компьютерную игру, а остальные деньги оставил на необходимые покупки к школе. Какую часть составляют деньги, оставленные на покупки к школе, от всех заработанных денег?
- 44.** На школьной выставке было представлено 120 рисунков. Первой премией отмечено 15 рисунков, второй — 20, третьей — 30, а остальные — поощрительными призами. Какая часть всех рисунков отмечена поощрительными призами?
- 45.** Возраст внука составляет $\frac{3}{10}$ возраста дедушки. Сколько лет внуку, если дедушке 60 лет?
- 46.** Определите, какую часть часа составляют:
- а) 30 мин, 20 мин; в) 36 мин, 55 мин;
б) 10 мин, 35 мин; г) 5 мин, 3 мин.
- 47.** Запишите, какую часть меньшая единица измерения длины составляет от большей:
- а) 2 мм = ... см, 7 см = ... м, 30 м = ... км;
б) 4 см = ... дм, 11 см = ... м, 9 м = ... км.
- 48.** Запишите, какую часть меньшая единица измерения массы составляет от большей:
- а) 3 г = ... кг, 18 кг = ... т, 4 ц = ... т;
б) 17 г = ... кг, 8 ц = ... т, 5 кг = ... ц.
- 49.** В садоводческом хозяйстве приготовили 23 л малинового варенья для детского сада. Какое наименьшее количество трёхлитровых банок нужно взять, чтобы разлить всё варенье?



50. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел:

- а) 18 и 30; б) 30, 20 и 25.

51. Найдите значение выражения при заданных значениях переменных:

- a) $(x - y) : 8$, если $x = 20\ 000$, $y = 472$;
 б) $m : 53 + 18 \cdot y$, если $m = 16\ 271$, $y = 18$.

52. Установите порядок действий и найдите значение числового выражения:

- a) $4^3 - 2^2$; г) $15^2 \cdot 11 - (10 + 3)^2$;
 б) $8^2 \cdot 3^3$; д) $(13 - 3)^3 + 3 - 3^4$;
 в) $(5^3 - 17) : (34 - 5^2)$; е) $5^4 \cdot 2 + 9^2$.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. Если ... и ... дроби умножить или разделить на одно и то же число, не равное ..., то получится дробь, ... данной.

2. Чтобы узнать, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно первое число ... на второе и записать результат в виде

3. Чтобы выполнить сокращение дроби, нужно разделить ... и ... на одно и то же число, отличное от



53. Запишите частное двух натуральных чисел в виде дроби:

$2:7$, $13:20$, $31:100$, $8:1$, $13:4$, $48:8$.

54. Запишите дробь в виде частного двух натуральных чисел:

$$\frac{3}{13}, \frac{7}{2}, \frac{20}{2}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{5}{5}, \frac{10}{5}.$$

55. Представьте числа 1, 7, 12 в виде дроби несколькими способами.

- 56.** Приведите дроби к знаменателю 54:

$$\frac{7}{9}, \frac{11}{18}, \frac{17}{27}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}.$$

- 57.** Сократите дроби на наибольший общий делитель числителя и знаменателя:

$$\frac{8}{16}, \frac{10}{25}, \frac{18}{27}, \frac{30}{45}, \frac{200}{350}, \frac{30}{25}, \frac{16}{24}, \frac{16}{80}, \frac{16}{96}.$$

Решите задачи.

- 58.** В книге 120 страниц. Учащийся, выполняя домашнее задание, прочитал 20 страниц. Какую часть книги он прочитал?
- 59.** Выполнение самостоятельной работы на уроке заняло 30 мин. Какую часть урока учащиеся выполняли самостоятельную работу?
- 60.** В упаковке 50 воздушных шариков. В день рождения мамы было использовано 36 шариков. Какая часть шариков осталась неиспользованной?
- 61.** 5 «А» класс сдал 450 кг макулатуры, 5 «Б» — 560 кг, а 5 «В» — 720 кг. Какую часть составляет макулатура, которую сдал 5 «Б» класс, от общего количества макулатуры?
- 62.** Количество рыб, которое поймал сын, составляет $\frac{2}{5}$ от количества рыб, пойманных отцом. Сколько рыб поймал сын, если отец поймал 15 рыб? Какую часть составляет количество рыб, пойманных сыном, от общего улова?
- 63.** Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

- а) $3 \text{ мм} = \dots \text{ см}$, $9 \text{ см} = \dots \text{ м}$, $17 \text{ м} = \dots \text{ км}$;
 б) $5 \text{ г} = \dots \text{ кг}$, $7 \text{ ц} = \dots \text{ т}$, $12 \text{ кг} = \dots \text{ ц}$;
 в) $3 \text{ м}^2 = \dots \text{ дм}^2$, $16 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$, $2 \text{ м}^2 = \dots \text{ см}^2$.



Для исследования озера выловили 80 рыб, их пометили и снова выпустили в озеро. На второй день выловили 150 рыб, среди которых оказалось 5 помеченных. Можно ли определить, сколько рыб в озере? Где ещё можно применить такой способ?



§ 3. Правильные и неправильные дроби. Смешанные числа

Дроби, как и натуральные числа, можно изображать точками на координатном луче. Например, чтобы изобразить дроби $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{8}{8}$ на луче:

1. Выберем единичный отрезок, лучше взять его достаточно большим, например равным длине 8 клеток.

2. Разделим его на 8 равных частей. Отметим дроби, соответствующие этим равным частям (рис. 7):

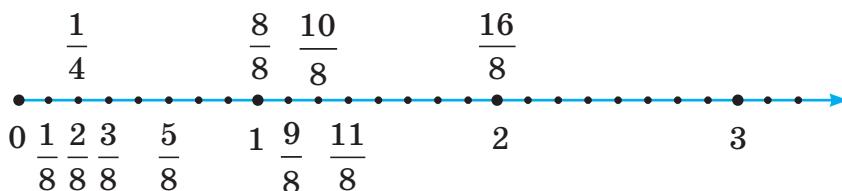


Рисунок 7

Единице соответствует дробь $\frac{8}{8}$, числу 2 соответствует дробь $\frac{16}{8}$. Между числами 1 и 2

отмечены числа $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$, Между числами 2 и 3

отмечают числа $\frac{17}{8}$, $\frac{18}{8}$,



У каждой из дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ числитель меньше знаменателя. Такие дроби называют **правильными**. Они расположены левее числа 1.

У дроби $\frac{8}{8}$ числитель равен знаменателю, а у

каждой из дробей $\frac{11}{8}$, $\frac{16}{8}$ числитель больше знаменателя. Такие дроби называют **неправильными**. Они расположены правее числа 1 или совпадают с числом 1.



Правильные дроби меньше 1, а неправильные — больше или равны 1.

Заметим, что числа $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$ больше 1, их мож-

но представить в виде: $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$, $\frac{10}{8} = 1\frac{2}{8}$. Говорят: из неправильной дроби **выделили целую часть**.

Полученные числа $1\frac{1}{8}$, $1\frac{2}{8}$ называются **смешанными числами**.

Если числитель какой-либо неправильной дроби, например $\frac{19}{8}$, разделить на знаменатель с остатком, то найдём, сколько целых единиц содержится в этом числе — 2. Остаток 3 покажет, сколько останется в числе восьмых частей, значит,

$\frac{19}{8} = 2 \frac{3}{8}$. Получили смешанное число $2 \frac{3}{8}$, равное неправильной дроби $\frac{19}{8}$.

Смешанное число состоит из целой и дробной частей. Например, у смешанного числа $1 \frac{2}{3}$ число 1 называют **целой частью**, а число $\frac{2}{3}$ — **дробной частью** числа.

 Из любой неправильной дроби можно выделить целую и дробную части.

 Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно разделить с остатком числитель на знаменатель:

- 1) неполное частное записать целой частью смешанного числа;
- 2) остаток — числителем дробной части;
- 3) делитель — знаменателем дробной части смешанного числа.

Пример 1.

$$\frac{9}{4} = (9 : 4 = 2 \text{ (остаток 1)}) = 2 \frac{1}{4};$$

$$\frac{29}{13} = (29 : 13 = 2 \text{ (остаток 3)}) = 2 \frac{3}{13}.$$

Можно решить обратную задачу: смешанное число записать в виде неправильной дроби. Например, число $3 \frac{2}{5}$ запишем в виде неправильной дроби. Для этого определим **числитель дроби** — он равен делимому при делении с остатком. Частное 3 умножим на делитель 5 и прибавим остаток 2, получим 17 — числитель дроби, а знаменатель

останется прежним числом, т. е. числом 5. Получаем неправильную дробь: $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.



Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:

- 1) умножить целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- 2) записать полученное число в числитель дроби;
- 3) знаменатель дробной части оставить без изменения.

Пример 2.

$$1\frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{5}{3};$$

$$4\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{9}{2};$$

$$3\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{15}{4}.$$



64. Начертите координатный луч с единичным отрезком, равным длине 9 клеточек. Изобразите точки с координатами:

$$\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{9}{9}, \frac{13}{9}, \frac{14}{9}, \frac{18}{9}, \frac{16}{9}.$$

65. Выберите единичный отрезок и отметьте на координатном луче точки, координаты которых равны:

а) $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{6}{6}, \frac{9}{6};$

б) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{7}{5}, \frac{10}{5}.$

- 66.** Напишите несколько правильных и несколько неправильных дробей, а затем запишите:
- все правильные дроби со знаменателем 7;
 - все неправильные дроби с числителем 8.
- 67.** Определите, при каких значениях m дробь:
- $\frac{m}{10}$ будет правильной;
 - $\frac{12}{m}$ будет неправильной.
- 68.** Выделите целую часть из неправильной дроби и запишите смешанное число:
- $\frac{7}{2}, \frac{10}{5}, \frac{29}{10}, \frac{303}{100}, \frac{4}{9}, \frac{20}{3}, \frac{20}{7}, \frac{20}{9}, \frac{20}{11};$
 - $\frac{9}{5}, \frac{13}{10}, \frac{75}{25}, \frac{411}{100}, \frac{11}{20}, \frac{200}{3}, \frac{200}{7}, \frac{200}{9}, \frac{200}{11};$
 - $\frac{5}{4}, \frac{18}{3}, \frac{39}{10}, \frac{127}{100}, \frac{3}{7}, \frac{200}{30}, \frac{200}{70}, \frac{200}{90}, \frac{200}{110}.$
- 69.** Запишите частное в виде смешанного числа:
- $7 : 3, 30 : 7, 73 : 10;$
 - $10 : 7, 25 : 6, 103 : 20;$
 - $15 : 4, 20 : 11, 99 : 30;$
 - $17 : 2, 40 : 9, 509 : 100.$
- 70.** Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
- $1\frac{5}{6}, 2\frac{3}{4}, 5\frac{2}{9}, 7\frac{7}{10}, 1\frac{3}{7}, 2\frac{5}{7}, 1\frac{3}{8}, 2\frac{5}{8};$
 - $1\frac{7}{8}, 3\frac{2}{3}, 7\frac{3}{5}, 2\frac{11}{100}, 1\frac{3}{11}, 2\frac{5}{11}, 3\frac{3}{11}, 4\frac{5}{8};$
 - $2\frac{1}{5}, 5\frac{3}{10}, 10\frac{7}{9}, 20\frac{2}{7}, 4\frac{3}{5}, 2\frac{5}{6}, 3\frac{3}{4}, 4\frac{5}{7};$
 - $1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{6}, 5\frac{4}{9}, 7\frac{3}{10}, 10\frac{1}{7}, 2\frac{17}{100}.$

71. Сократите дробь и выделите из неё целую часть:

а) $\frac{6}{4}, \frac{16}{12}, \frac{28}{21};$

г) $\frac{200}{36}, \frac{400}{28}, \frac{500}{90};$

б) $\frac{9}{6}, \frac{20}{8}, \frac{100}{75};$

д) $\frac{34}{16}, \frac{38}{6}, \frac{42}{8};$

в) $\frac{8}{6}, \frac{24}{20}, \frac{14}{4};$

е) $\frac{40}{30}, \frac{60}{21}, \frac{84}{26}.$



72. Выполните деление с остатком, записывая процесс деления уголком:

а) $57 : 10;$ в) $83 : 8;$ д) $249 : 100;$

б) $26 : 5;$ г) $100 : 7;$ е) $1043 : 100.$

73. Решите уравнение:

а) $(x - 6) \cdot 9 = 171;$

б) $n : 19 - 24 = 14;$

в) $1512 : (72 - y) = 36.$

74. В детском парке на карусели каталась дети. Через некоторое время пришли ещё 7 мальчиков, а 13 девочек ушли, и на карусели стали кататься 26 детей. Сколько детей каталось на карусели первоначально?

75. Ленту длиной 7 м разрезали на 11 равных частей. Сколько метров в каждой части ленты?

76. Теплоход за 3 ч прошёл вверх по реке 69 км. Собственная скорость теплохода 25 км/ч. Какова скорость течения реки?

77. Протяжённость шоссе между городами 770 км. Одновременно навстречу друг другу вышли два автобуса и встретились через 7 ч. Определите скорость второго автобуса, если скорость первого равна 60 км/ч.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. Правильные дроби ... 1, а неправильные — ... или ... 1.

2. Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, нужно:

а) разделить с остатком ... на ... ;

б) неполное частное записать смешанного числа, остаток — ... , а делитель — ... дробной части смешанного числа.

3. Чтобы смешанное число записать в виде неправильной дроби нужно:

а) умножить целую часть на ... дробной части и к полученному произведению прибавить ... дробной части;

б) записать полученное число в ... дроби;

в) знаменатель дробной части оставить



78. Начертите координатный луч и отметьте точки, координаты которых равны:

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{12}{4}.$$

79. Напишите:

а) все правильные дроби со знаменателем 8;

б) все неправильные дроби с числителем 7.

80. Выделите целую часть из дроби, разделив числитель на знаменатель с остатком:

а) $\frac{20}{7}$; б) $\frac{43}{10}$; в) $\frac{209}{100}$; г) $\frac{16}{3}$.

81. Запишите частное в виде смешанного числа:

а) $9 : 4$; в) $54 : 5$; д) $89 : 25$;

б) $24 : 11$; г) $105 : 9$; е) $545 : 120$.

82. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
- а) $3\frac{1}{6}$; б) $9\frac{3}{4}$; в) $5\frac{8}{9}$; г) $1\frac{19}{100}$.
83. Сократите дроби и выделите из них целую часть: $\frac{10}{8}$, $\frac{30}{20}$, $\frac{45}{25}$.
84. Три килограмма печенья расфасовали поровну в 8 одинаковых пакетов. Найдите массу печенья в каждом пакете.
85. Велосипедист, скорость которого 15 км/ч, и пешеход, скорость которого в 3 раза меньше, отправились одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2016, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{5}$?

§ 4. Сравнение дробных чисел

С помощью координатного луча мы установили, что любая неправильная дробь больше правильной дроби, так как неправильная дробь больше или равна 1, а правильная — меньше единицы.

1. Сравним дроби с одинаковыми знаменателями, например $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ (рис. 8). Ясно, что 5 равных

частей составляют большую часть прямоугольника, чем 3.

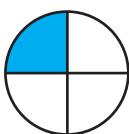
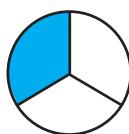


$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$

Рисунок 8

 Из двух дробей с одинаковыми знаменателями **больше** та, у которой числитель **больше**, и **меньше** та, у которой числитель **меньше**.

2. Сравним дроби с одинаковыми числителями (рис. 9): $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{4}$.



$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$$

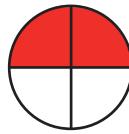


Рисунок 9

 Из двух дробей с одинаковыми числителями **больше** та, у которой знаменатель **меньше**, и **меньше** та, у которой знаменатель **больше**.

3. Как сравнить дроби с разными числителями и знаменателями?

Что больше: $\frac{4}{7}$ или $\frac{5}{8}$?

Воспользуемся основным свойством дроби: числитель и знаменатель первой дроби умножим на 8, а числитель и знаменатель второй дроби — на 7.

Получим две дроби, соответственно равные данным дробям, с равными знаменателями:

$$\frac{4}{7} = \frac{32}{56}; \quad \frac{5}{8} = \frac{35}{56}.$$

По правилу сравнения дробей с равными знаменателями определяем:

$$\frac{35}{56} > \frac{32}{56}, \text{ т. е. } \frac{5}{8} > \frac{4}{7}.$$

Значит, чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, нужно, воспользовавшись основным свойством дроби, заменить их соответственно равными им дробями с равными знаменателями; говорят: **привести дроби к общему знаменателю**.

Число, на которое умножают числитель и знаменатель первой дроби, называют **дополнительным множителем** для первой дроби, а число, на которое умножают числитель и знаменатель второй дроби, называют **дополнительным множителем** для второй дроби.



Правила приведения дробей к общему знаменателю:

1. Если знаменатели дробей взаимно простые числа, то числитель и знаменатель первой дроби надо умножить на знаменатель второй дроби, числитель и знаменатель второй дроби надо умножить на знаменатель первой дроби.

Пример 1. Приведите к общему знаменателю дроби

$$\frac{1}{6} \text{ и } \frac{2}{25}.$$

$$\frac{1 \cdot 25}{6 \cdot 25} = \frac{25}{150}; \quad \frac{2 \cdot 6}{25 \cdot 6} = \frac{12}{150}.$$

2. Если знаменатели дробей не взаимно простые числа, то надо:

1) найти наименьшее общее кратное (НОК) знаменателей;

2) разделить НОК на знаменатель первой дроби, получим дополнительный множитель для первой дроби;

3) разделить НОК на знаменатель второй дроби, получим дополнительный множитель для второй дроби;

4) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на соответствующий дополнительный множитель.

Пример 2. Приведите к общему знаменателю дроби

$$\frac{1}{6} \text{ и } \frac{2}{15}.$$

1. НОК (6; 15) = 30.

2. $30 : 6 = 5$ — дополнительный множитель для первой дроби.

3. $30 : 15 = 2$ — дополнительный множитель для второй дроби.

4. $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}; \quad \frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{4}{30}.$



Можно использовать общее правило:

Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

1) разложить знаменатель каждой дроби на простые множители;

2) умножить числитель и знаменатель первой дроби на недостающие множители из разложения знаменателя второй дроби;

3) умножить числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители из разложения знаменателя первой дроби.

Пример 3. Приведите к общему знаменателю дроби $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.

1. Разложим знаменатели на простые множители: $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$, $15 = 3 \cdot 5$.

2. $\frac{5}{18} = \frac{5 \cdot 5}{18 \cdot 5} = \frac{25}{90}$, умножили числитель и знаменатель первой дроби на недостающий множитель 5 из второго разложения;

3. $\frac{2}{15} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{15 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{12}{90}$, умножили числитель и знаменатель второй дроби на недостающие множители 3 и 2 из первого разложения.

Получили число 90 — общий знаменатель дробей $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{15}$.



Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:

1) большим будет то число, у которого целая часть больше;

2) если целые части равны, большим будет то число, у которого дробная часть больше.

Пример 4. Сравните числа:

1. $3\frac{5}{7}$ и $1\frac{12}{13}$, так как целая часть первого числа (3) больше целой части второго числа (1), то $3\frac{5}{7} > 1\frac{12}{13}$.

2. $3\frac{1}{4}$ и $3\frac{1}{3}$, целые части этих смешанных чисел равны, сравним дробные: $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$, следовательно, $3\frac{1}{4} < 3\frac{1}{3}$.



86. Сравните дроби:

а) $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$, б) $\frac{13}{19}$ и $\frac{3}{19}$, в) $\frac{11}{13}$ и $\frac{13}{13}$,

$\frac{1}{11}$ и $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{9}$ и $\frac{5}{9}$,

$\frac{8}{8}$ и $\frac{9}{8}$, $\frac{9}{4}$ и $\frac{4}{4}$, $\frac{6}{6}$ и $\frac{7}{7}$,

$\frac{5}{5}$ и $\frac{10}{10}$; $\frac{2}{2}$ и $\frac{9}{9}$; $\frac{3}{3}$ и $\frac{8}{3}$.

87. Расположите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{5}{19}, \frac{7}{19}, \frac{3}{19}, \frac{12}{19}, \frac{9}{19}, \frac{19}{19}, \frac{4}{19}, \frac{18}{19}, \frac{15}{19}, \frac{1}{19}.$$

88. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{51}{100}, \frac{9}{100}, \frac{45}{100}, \frac{99}{100}, \frac{3}{100}, \frac{11}{100}.$$

89. Определите, какая из дробей больше:

а) $\frac{1}{3}$ или $\frac{1}{5}$, в) $\frac{1}{11}$ или $\frac{1}{12}$,

$\frac{2}{7}$ или $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{10}$ или $\frac{3}{100}$;

б) $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{4}$, г) $\frac{7}{13}$ или $\frac{7}{15}$,

$\frac{5}{9}$ или $\frac{5}{11}$; $\frac{6}{8}$ или $\frac{6}{10}$.

90. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{10}$ и $\frac{7}{9}$; ж) $\frac{8}{11}$ и $\frac{2}{5}$;

б) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; д) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{6}$; з) $\frac{3}{13}$ и $\frac{3}{8}$;

в) $\frac{3}{5}$ и $\frac{1}{8}$; е) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{4}$; и) $\frac{11}{15}$ и $\frac{13}{16}$.

91. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{12}$; ж) $\frac{17}{150}$ и $\frac{7}{30}$;

б) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{40}$; з) $\frac{29}{180}$ и $\frac{5}{18}$;

в) $\frac{2}{5}$ и $\frac{7}{20}$; е) $\frac{4}{25}$ и $\frac{8}{75}$; и) $\frac{2}{91}$ и $\frac{5}{182}$.

92. Приведите дроби к общему знаменателю, используя общее правило приведения дробей к общему знаменателю:

а) $\frac{4}{9}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{9}{10}$ и $\frac{1}{15}$; ж) $\frac{9}{35}$ и $\frac{1}{42}$;

б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$; д) $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{9}$; з) $\frac{2}{55}$ и $\frac{3}{22}$;

в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{10}$; е) $\frac{1}{30}$ и $\frac{3}{40}$; и) $\frac{5}{91}$ и $\frac{2}{39}$.

93. Определите, какая из двух дробей меньше:

а) $\frac{4}{5}$ или $\frac{7}{9}$, в) $\frac{2}{7}$ или $\frac{3}{11}$,

$\frac{2}{3}$ или $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{25}$ или $\frac{2}{5}$,

$\frac{3}{8}$ или $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{16}$ или $\frac{5}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ или $\frac{2}{5}$, г) $\frac{26}{27}$ или $\frac{55}{63}$,

$\frac{7}{16}$ или $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{16}$ или $\frac{9}{56}$,

$\frac{9}{20}$ или $\frac{13}{30}$; $\frac{4}{121}$ или $\frac{2}{99}$.

94. Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; г) $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{15}$;

б) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$; д) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{15}$;

в) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{2}{9}$; е) $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{11}{48}$ и $\frac{13}{54}$.



95. Представьте натуральное число в виде дроби несколькими способами:

а) 2, 7, 1; б) 3, 1, 12.

96. Сократите дроби: $\frac{8}{20}$, $\frac{6}{15}$, $\frac{20}{35}$, $\frac{27}{45}$, $\frac{150}{180}$.

Решите задачи.

97. Какое наибольшее число одинаковых наборов цветной бумаги можно составить, используя 36 зелёных, 48 красных и 24 жёлтых листа?
98. Учащиеся двух школ собрали 15 750 кг макулатуры. На долю первой школы приходится $\frac{5}{9}$ собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрали учащиеся второй школы?
99. Засеяли $\frac{3}{5}$ поля, что составило 150 га. Найдите площадь всего поля.
100. В школьную студию пения записалось несколько учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся — из начальных классов, а 12 — из старших. Сколько учащихся записалось в студию?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–5).

1. Любая ... дробь больше ... дроби.
2. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой , и меньше та, у которой
3. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой , и меньше та, у которой
4. Чтобы сравнить смешанные числа, нужно сравнить их целые части:
 - а) большим будет то число, у которого целая часть ... ;
 - б) если целые части ... , большим будет то число, у которого дробная часть

5. Чтобы привести две дроби к общему знаменателю, надо:

а) разложить знаменатель каждой дроби на ... множители;

б) умножить числитель и знаменатель первой дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби;

в) умножить числитель и знаменатель второй дроби на ... множители из разложения знаменателя ... дроби.



101. Сравните дроби:

а) $\frac{5}{9}$ и $\frac{8}{9}$;

в) $\frac{8}{3}$ и $\frac{3}{3}$;

б) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{10}$;

г) $\frac{7}{7}$ и $\frac{4}{4}$.

102. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{51}{100}, \frac{9}{100}, \frac{45}{100}, \frac{99}{100}.$$

103. Определите, какая из дробей меньше:

а) $\frac{1}{9}$ или $\frac{1}{12}$;

в) $\frac{7}{3}$ или $\frac{7}{4}$;

б) $\frac{2}{15}$ или $\frac{2}{5}$;

г) $\frac{16}{13}$ или $\frac{16}{15}$.

104. Сравните числа:

а) 4 и $\frac{15}{4}$;

в) $\frac{4}{3}$ и $\frac{5}{4}$;

б) $\frac{19}{5}$ и $\frac{21}{5}$;

г) $\frac{24}{7}$ и $3\frac{2}{7}$.

105. Приведите дроби к общему знаменателю, используя правило приведения к общему

знаменателю дробей со взаимно простыми знаменателями:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$;

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{11}$;

г) $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{13}$.

- 106.** Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

а) $\frac{3}{4}$ и $\frac{11}{12}$;

в) $\frac{1}{6}$ и $\frac{13}{24}$;

б) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{15}$;

г) $\frac{3}{7}$ и $\frac{45}{56}$.

- 107.** Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{3}$,

в) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{12}$,

$\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{18}$,

$\frac{2}{3}$ и $\frac{1}{15}$,

$\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{4}$;

$\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{9}$,

г) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{11}$,

$\frac{7}{16}$ и $\frac{1}{2}$,

$\frac{2}{7}$ и $\frac{10}{21}$,

$\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{10}$;

$\frac{19}{60}$ и $\frac{9}{80}$.

- 108.** Сравните дроби с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{12}$.



Сравните дроби $\frac{373}{777}$ и $\frac{737}{777}$. Выполните задание несколькими способами.

§ 5. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Задача 1. До обеда было отремонтировано $\frac{3}{8}$ прямолинейной беговой дорожки, а после обеда — $\frac{2}{8}$ дорожки (рис. 10). Какую часть дорожки отремонтировали за день?

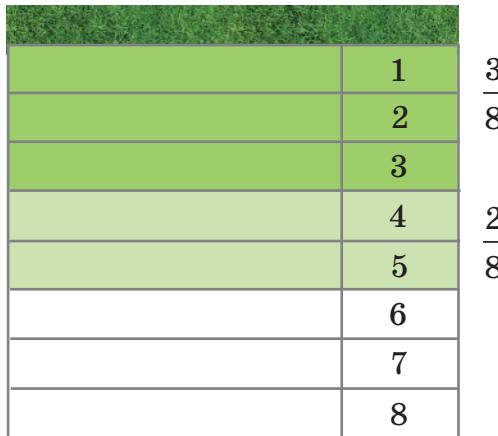


Рисунок 10

Решение.

Для решения задачи нужно сложить все части дорожки, которые отремонтировали. Получим, что количество равных частей равно сумме частей, отремонтированных до обеда и после обеда: $3 + 2$. Каждая из трёх и двух частей равна одной восьмой всей дорожки, значит, результат сложения есть дробь $\frac{5}{8}$. Её числитель равен сумме чиселителей данных дробей, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3+2}{8} = \frac{5}{8}.$$

Правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей складывают, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для сложения дробей нужно:

- 1) сложить числители данных дробей и сумму записать в числитель новой дроби;
- 2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;
- 3) если можно:
 - сократить полученную дробь;
 - выделить целую часть из неправильной дроби.

Примеры:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9};$$

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{1+2+5}{15} = \frac{8}{15}.$$

Задача 2. За завтраком съели $\frac{5}{8}$ батона, а за ужином — на $\frac{3}{8}$ батона меньше. Какую часть батона съели за ужином?

Решение.

Для решения задачи нужно из числа $\frac{5}{8}$ вычесть число $\frac{3}{8}$. Из пяти одинаковых частей вычесть



три такие же части, получим две такие же части. Каждая из этих частей есть одна восьмая всего батона, значит, результат вычитания равен дроби $\frac{2}{8}$. Её числитель равен разности чиселей уменьшаемого и вычитаемого, а знаменатель равен знаменателю данных дробей, т. е.

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют тем же, т. е. для вычитания дробей нужно:

- 1) вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и разность записать в числитель новой дроби;
- 2) в знаменатель новой дроби записать прежний знаменатель;
- 3) если можно:
 - сократить полученную дробь;
 - выделить целую часть из неправильной дроби.

Пример:

$$\frac{9}{20} - \frac{7}{20} = \frac{9-7}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}.$$

Правило сложения (вычитания) дробей с разными знаменателями

Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю, а затем применить правило сложения (вычитания) дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10 + 9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15};$$

$$\frac{3}{14} - \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{9 - 4}{42} = \frac{5}{42}.$$



109. Выполните действие, применяя правило сложения или вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

a) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$,	б) $\frac{4}{10} + \frac{3}{10}$,	в) $\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$,
$\frac{7}{20} + \frac{7}{20}$,	$\frac{5}{12} + \frac{1}{12}$,	$\frac{2}{15} + \frac{7}{15}$,
$\frac{8}{15} - \frac{2}{15}$,	$\frac{7}{9} - \frac{1}{9}$,	$\frac{7}{12} - \frac{5}{12}$,
$\frac{19}{40} - \frac{3}{40}$;	$\frac{14}{25} - \frac{4}{25}$;	$\frac{23}{60} - \frac{13}{60}$.

110. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

a) $\frac{5}{18} + \frac{3}{18} + \frac{1}{18}$,	б) $\frac{4}{25} + \frac{2}{25} + \frac{9}{25}$,
$\frac{9}{13} - \frac{3}{13} - \frac{4}{13}$;	$\frac{10}{17} - \frac{1}{17} - \frac{2}{17}$.

111. Выполните действие, применив правило сложения или вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{1}{3} + \frac{2}{7}$, $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$, $\frac{3}{8} + \frac{9}{20}$;

б) $\frac{4}{9} + \frac{1}{5}$, $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$, $\frac{11}{20} + \frac{7}{15}$;

в) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$, $\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$, $\frac{5}{9} - \frac{5}{12}$;

г) $\frac{3}{5} - \frac{4}{7}$, $\frac{4}{9} + \frac{4}{27}$, $\frac{7}{12} - \frac{3}{20}$;

д) $\frac{5}{9} + \frac{2}{7}$, $\frac{6}{7} - \frac{14}{49}$, $\frac{5}{6} - \frac{8}{15}$;

е) $\frac{5}{6} + \frac{4}{5}$, $\frac{19}{60} - \frac{3}{20}$, $\frac{13}{15} - \frac{13}{20}$;

ж) $\frac{5}{7} + \frac{7}{9}$, $\frac{29}{60} - \frac{7}{30}$, $\frac{5}{42} + \frac{10}{63}$;

з) $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$, $\frac{7}{8} - \frac{5}{24}$, $\frac{7}{24} + \frac{11}{40}$.

112. Найдите значение числового выражения, используя правила сложения и вычитания дробей:

а) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12}$;

г) $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$;

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$;

д) $\frac{7}{15} + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$;

в) $\frac{5}{6} - \frac{3}{16} + \frac{5}{12}$;

е) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12}$.

113. Найдите значение числового выражения:

а) $\left(\frac{7}{20} + \frac{3}{10}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{16}\right)$, $\frac{3}{10} + \frac{11}{100} - \frac{1}{5}$;

б) $\frac{11}{18} - \frac{3}{24} - \left(\frac{5}{36} + \frac{1}{12}\right)$, $\frac{79}{100} - \frac{11}{100} - \frac{2}{25}$.

114. Определите, значение какого выражения больше:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ или $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$.

115. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $x + \frac{7}{18} = \frac{13}{24}$; г) $y - \frac{9}{20} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10}$;

б) $\frac{11}{16} + m = \frac{17}{20}$; д) $x - \frac{3}{5} = \frac{2}{9}$;

в) $\frac{8}{15} - k = \frac{2}{9}$; е) $n + \frac{3}{20} = \frac{7}{12} + \frac{1}{9}$.

116. Найдите корень уравнения, используя алгоритм:

а) $\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{8} - a\right) = \frac{1}{8}$; в) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{5}$;

б) $\left(\frac{5}{6} - n\right) - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$; г) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21}\right) = \frac{2}{7}$.

Решите задачи.

117. За каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{4}$ бассейна, а вторая — $\frac{1}{3}$ бассейна. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 ч совместной работы?

- 118.** Первая бригада может выполнить за день $\frac{1}{8}$ задания, а вторая — $\frac{1}{6}$ задания. Какую часть задания выполнят две бригады за 1 день совместной работы?
- 119.** Урок длится $\frac{3}{4}$ ч, перемена — $\frac{1}{6}$ ч. Какую часть часа делятся урок с переменой?
- 120.** Тракторная бригада в первый день вспахала $\frac{7}{30}$ участка, во второй день — $\frac{2}{5}$ участка, а в третий день — остальные 220 га. Найдите площадь участка.
- 121.** В одной коробке $\frac{1}{2}$ кг конфет, в другой — на $\frac{1}{4}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет в двух коробках?
- 122.** В первый день группа выполнила $\frac{7}{12}$ задания, а во второй день — на $\frac{4}{15}$ меньше, чем в первый. Какую часть задания группа выполнила за два дня?
- 123.** Такси двигалось до остановки $\frac{3}{5}$ ч, а оставшийся путь занял на $\frac{1}{20}$ ч меньше. Сколько времени занял весь маршрут, если на остановку такси потребовалось $\frac{1}{12}$ ч?
- 124.** Турист израсходовал за первую неделю $\frac{4}{15}$ запаса крупы, за вторую неделю ему удалось

сократить расход крупы на $\frac{1}{20}$ первоначального запаса. Какую часть крупы турист израсходовал за две недели? Какая часть крупы у него осталась?



125. Запишите, какую часть меньшая единица измерения составляет от большей:

- $3 \text{ дм} = \dots \text{ м}, 5 \text{ мм} = \dots \text{ дм}, 202 \text{ м} = \dots \text{ км};$
- $105 \text{ г} = \dots \text{ кг}, 25 \text{ кг} = \dots \text{ ц}, 7 \text{ кг} = \dots \text{ т};$
- $13 \text{ дм}^2 = \dots \text{ м}^2, 100 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2, 7 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2.$

Решите задачи.

- 126.** В театральном кружке занимаются 28 человек. Девочки составляют $\frac{4}{7}$ всех участников кружка. Сколько мальчиков занимается в театральном кружке?
- 127.** Поезд прошёл $\frac{3}{7}$ всего пути, что составило 105 км. Каков весь путь?
- 128.** Кусок бронзы массой 20 кг содержит 18 кг меди. Какую часть этого куска составляет медь?
- 129.** В первый день путешествия велосипедисты проехали $\frac{3}{5}$ всего пути, а во второй — оставшиеся 20 км. Чему равен весь путь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–3).

1. При сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители дробей ... , а знаменатель...

2. При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями нужно:

- вычесть из числителя уменьшаемого числитель вычитаемого и ... записать в ... новой дроби;
- в знаменатель новой дроби записать ... знаменатель;
- если можно ... получитьную дробь.

3. Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему ... , а затем применить правила сложения (вычитания) дробей с ... знаменателями.



130. Выполните действия, используя правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

a) $\frac{1}{9} + \frac{5}{9}$, $\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$, $\frac{21}{100} + \frac{29}{100}$;

б) $\frac{17}{20} - \frac{9}{20}$, $\frac{39}{50} - \frac{9}{50}$, $\frac{2}{9} + \frac{7}{9}$;

в) $\frac{41}{49} + \frac{8}{49}$, $\frac{6}{35} + \frac{29}{35}$, $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$.

131. Выполните действие, применив правила сложения или вычитания дробей с разными знаменателями:

а) $\frac{2}{7} - \frac{1}{8}$, $\frac{7}{36} + \frac{1}{6}$; г) $\frac{6}{35} - \frac{2}{49}$, $\frac{19}{45} - \frac{7}{60}$;

б) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$, $\frac{8}{9} + \frac{2}{3}$; д) $\frac{4}{121} + \frac{4}{77}$, $\frac{15}{36} - \frac{7}{60}$;

в) $\frac{8}{9} - \frac{1}{2}$, $\frac{11}{25} + \frac{4}{5}$; е) $\frac{5}{27} - \frac{4}{24}$, $\frac{20}{21} - \frac{13}{35}$.

132. Найдите значение числового выражения:

а) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$; в) $\frac{7}{24} - \frac{7}{60} + \frac{7}{36}$;

б) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$; г) $\frac{8}{33} + \frac{7}{44} - \frac{6}{55}$.

133. Решите уравнение:

а) $x + \frac{7}{12} = \frac{17}{20}$; в) $\frac{5}{6} - n = \frac{3}{8}$;

б) $\frac{11}{25} + m = \frac{19}{30}$; г) $y - \frac{7}{24} = \frac{5}{9} + \frac{1}{12}$.

Решите задачи.

134. Две трубы за час наполняют $\frac{1}{8}$ бассейна.

Через первую трубу за час наполняется $\frac{1}{12}$ бассейна. Какая часть бассейна наполняется за час второй трубой?

135. Цистерна может быть заполнена бензином одним насосом за 4 ч, а с помощью второго насоса — за 2 ч. Какая часть цистерны заполнится, если оба насоса будут работать одновременно 1 ч?

136. Один класс собрал $\frac{37}{250}$ т макулатуры, а другой — на $\frac{9}{125}$ т больше. Сколько тонн макулатуры собрали оба класса вместе?

137. Два комбайнера за 1 день совместной работы убрали $\frac{2}{3}$ поля. Первый комбайнер убрал

$\frac{1}{2}$ поля. Какую часть поля убрал второй комбайнер?

138. В первый день Дима прочитал $\frac{5}{8}$ всей книги.

Какую часть книги Диме осталось прочитать во второй день?

139. Из заработанных летом денег студент $\frac{5}{14}$

истратил на покупку смартфона, а $\frac{3}{7}$ — на покупку велосипеда. Сколько денег заработал студент, если смартфон дешевле велосипеда на 280 р.?



Решите задачу Пифагора.

Говорят, что на вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику; четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют 3 девы». Сколько учеников было у Пифагора?



§ 6. Сложение и вычитание смешанных чисел

При сложении и вычитании смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитаются) отдельно. Рассмотрим различные примеры и выделим особые случаи (табл. 1).

Таблица 1

Сложение и вычитание смешанных чисел		Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
1	Сумму целого числа и правильной дроби записывают в виде смешанного числа	$3 + \frac{5}{7} = 3\frac{5}{7}$
2	При сложении и вычитании смешанных чисел целые и дробные части складываются (вычитываются) отдельно	$2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{5} = 2 + 3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 5\frac{3}{5}$
3	При вычитании из единицы правильной дроби единицу представляют в виде неправильной дроби со знаменателем вычитаемого, а затем выполняют вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	$1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$
4	При вычитании из целого числа правильной дроби целое число представляют в виде суммы, одно из слагаемых которой равно 1; выполняют вычитание из 1, а затем выполняют сложение целого числа и полученной дробной части	$\begin{aligned} 4 - \frac{5}{7} &= 3 + 1 - \frac{5}{7} = 3 + \left(\frac{7}{7} - \frac{5}{7}\right) \\ &= 3 + \frac{2}{7} = 3\frac{2}{7} \end{aligned}$

Продолжение таблицы 1

№	Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
5	<p>Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то для выполнения действия сложения или вычитания дробные части приводят к общему знаменателю, а затем выполняют действие</p>	$\begin{aligned} 3\frac{4}{7} - 1\frac{1}{3} &= 3 - 1 + \frac{4}{7} - \frac{1}{3} = \\ &= 2 + \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 7}{3 \cdot 7} = 2 + \frac{12 - 7}{21} = \\ &= 2\frac{5}{21} \end{aligned}$
6	<p>Иногда при сложении смешанных чисел в их дробной части получается неправильная дробь. В этом случае следует из неправильной дроби выделить целую часть и сложить её с уже имеющейся целой частью</p>	$\begin{aligned} 4\frac{3}{4} + 1\frac{2}{7} &= 4 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{2}{7} = \\ &= 5 + \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} = 5 + \frac{21 + 8}{28} = \\ &= 5 + \frac{29}{28} = 5 + 1\frac{1}{28} = 6\frac{1}{28} \end{aligned}$

Окончание таблицы 1

№	Сложение и вычитание смешанных чисел	Примеры различных случаев сложения и вычитания смешанных чисел
7	<p>При вычитании из целого числа смешанного числа из целого числа вычитают целую часть смешанного числа, а затем из полученного целого числа вычитают дробную часть</p> $2 - 1\frac{1}{3} = 2 - 1 - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} =$ $= \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	
8	<p>Иногда при вычитании смешанных чисел дробная часть вычитаемого оказывается больше дробной части уменьшаемого, тогда поступают так (говорят: «занимают единицу у целой части»):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) в целой части уменьшаемого «занять» единицу; 2) представить единицу в виде дроби со знаменателем дробной части; 3) к дробной части уменьшаемого прибавить преобразованную единицу; 4) выполнить вычитание 	$5\frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} = 4 + 1 + \frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} =$ $= 4 + \frac{7}{7} + \frac{2}{7} - 2\frac{4}{7} = 4\frac{9}{7} - 2\frac{4}{7} =$ $= 2\frac{5}{7}$



140. Выполните сложение, используя правила сложения смешанных чисел:

- а) $3\frac{2}{5} + 1$, $1\frac{1}{7} + \frac{4}{7}$, $4\frac{3}{10} + 2\frac{3}{10}$;
- б) $2\frac{5}{9} + 5\frac{4}{9}$, $1\frac{2}{7} + \frac{6}{7}$, $6\frac{8}{15} + 2\frac{13}{15}$;
- в) $4\frac{3}{7} + 2$, $8\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$, $3\frac{1}{8} + 1\frac{5}{8}$;
- г) $2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11}$, $\frac{6}{7} + 3\frac{3}{7}$, $5\frac{9}{20} + 4\frac{16}{20}$.

141. Выберите правило и выполните вычитание:

- а) $1 - \frac{1}{5}$, $1 - \frac{3}{7}$, $1 - \frac{2}{9}$, $1 - \frac{3}{8}$, $1 - \frac{7}{10}$;
- б) $4\frac{1}{3} - 2$, $3\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$, $6\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$, $4 - \frac{4}{39}$;
- в) $5 - \frac{3}{8}$, $7 - 2\frac{4}{5}$, $3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5}$, $3 - \frac{3}{13}$;
- г) $6\frac{7}{9} - 3$, $5\frac{5}{8} - \frac{3}{8}$, $4\frac{4}{9} - 1\frac{1}{9}$, $2 - \frac{4}{21}$;
- д) $2 - \frac{7}{12}$, $3 - 1\frac{2}{7}$, $4\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8}$, $5 - \frac{5}{27}$.

142. Выполните действие, применив правила сложения и вычитания смешанных чисел:

- а) $10 + 2\frac{1}{6}$, $\frac{5}{11} + 4\frac{2}{11}$, $6\frac{2}{9} + 1\frac{1}{9}$;
- б) $\frac{3}{5} + 5\frac{2}{5}$, $3\frac{7}{13} + 3\frac{9}{13}$, $4\frac{17}{24} + 2\frac{11}{24}$;
- в) $3\frac{7}{8} - 3$, $8\frac{3}{10} - \frac{3}{10}$, $7\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6}$;
- г) $9 - \frac{8}{15}$, $6 - 3\frac{5}{7}$, $5\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$.

143. Выполните действие, используя правила сложения и вычитания смешанных чисел и дробей с разными знаменателями:

- а) $5\frac{4}{5} + 1\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{7} + \frac{13}{14}$, $7\frac{7}{24} - 3\frac{7}{30}$;
- б) $2\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{5} + \frac{1}{15}$, $8\frac{9}{16} - 4\frac{5}{12}$;
- в) $\frac{4}{7} + 4\frac{3}{5}$, $6\frac{1}{6} + 2\frac{5}{18}$, $3\frac{8}{15} - 1\frac{3}{20}$;
- г) $1\frac{1}{9} - \frac{1}{18}$, $1\frac{1}{9} - \frac{5}{18}$, $1\frac{1}{6} - \frac{1}{12}$;
- д) $1\frac{2}{5} - \frac{5}{6}$, $10\frac{5}{28} - 5\frac{17}{42}$, $12\frac{2}{7} - 10\frac{5}{14}$;
- е) $2\frac{3}{7} - 1\frac{4}{5}$, $6\frac{3}{50} - 4\frac{7}{75}$, $10\frac{2}{9} - 5\frac{5}{12}$.

144. Найдите значение числового выражения:

- а) $5\frac{7}{15} - 2\frac{3}{15} - \frac{13}{15}$; в) $\left(7 - 3\frac{3}{10}\right) + 2\frac{9}{10}$;
- б) $9\frac{1}{7} - \left(3\frac{4}{7} + 2\frac{6}{7}\right)$; г) $\left(12\frac{1}{2} - 11\frac{3}{4}\right)$.

145. Решите уравнение:

- а) $8\frac{2}{13} - x = 5\frac{7}{13}$; г) $1\frac{2}{3} - x = 1\frac{7}{15}$;
- б) $y - 4\frac{8}{9} = 1\frac{5}{9}$; д) $4\frac{2}{7} - x = 1\frac{8}{35}$.
- в) $\left(a + 3\frac{4}{11}\right) - 5\frac{7}{11} = 2\frac{6}{11}$;

146. Найдите значение выражения:

- а) $6\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3} - 2\frac{7}{18}$; б) $5\frac{8}{45} - 4\frac{2}{25} + \frac{4}{5}$;

$$\begin{array}{ll} \text{в)} 7\frac{1}{12} - 4\frac{4}{15} - 1\frac{7}{30}; & \text{е)} 12\frac{2}{5} - 5\frac{3}{4} + \frac{4}{7}; \\ \text{г)} 4\frac{7}{10} - 2\frac{8}{15} + 1\frac{11}{20}; & \text{ж)} 12\frac{2}{21} + 5\frac{3}{49} - 1\frac{4}{7}. \\ \text{д)} \left(3\frac{7}{9} - \frac{3}{5} \right) - \left(2\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right); & \end{array}$$

147. Найдите корень уравнения:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} x + 1\frac{5}{12} = 4\frac{13}{20}; & \text{д)} 12\frac{2}{21} - x = 1\frac{4}{7}; \\ \text{б)} 2\frac{11}{15} + m = 6; & \text{е)} x - 2\frac{5}{21} = 1\frac{4}{35}; \\ \text{в)} 8\frac{9}{16} - n = 3\frac{5}{12}; & \text{ж)} 6\frac{5}{16} - x = 1\frac{7}{12}; \\ \text{г)} y - 2\frac{7}{30} = 4\frac{5}{15} + 1\frac{1}{12}; & \text{з)} x - \frac{5}{16} = 1\frac{7}{24}. \end{array}$$

148. Решите уравнение, применив алгоритм решения уравнений:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \left(x + \frac{5}{12} \right) - 1\frac{1}{6} = 1\frac{1}{4}, \quad \left(x - \frac{5}{16} \right) + 2 = 7\frac{7}{24}; \\ \text{б)} 4\frac{3}{4} - \left(x - \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{3}, \quad \left(x - \frac{5}{16} \right) + 2\frac{3}{8} = 7; \\ \text{в)} \left(x - \frac{7}{8} \right) + 3\frac{11}{24} = 5\frac{1}{12}, \quad (x - 5) + 2\frac{3}{5} = 7; \\ \text{г)} \left(x + \frac{8}{9} \right) - 2\frac{13}{18} = 1\frac{5}{6}, \quad (x - 5) - 2\frac{3}{5} = 7\frac{1}{10}; \\ \text{д)} 4\frac{1}{6} - \left(1\frac{3}{8} - x \right) = 3\frac{5}{12}, \quad \left(x - 5\frac{2}{3} \right) - 2 = 7\frac{1}{10}; \\ \text{е)} 4\frac{5}{8} - \left(3\frac{1}{12} - x \right) = 1\frac{23}{24}, \quad \left(x - \frac{2}{3} \right) + 2\frac{1}{4} = 7. \end{array}$$

Решите задачи.

- 149.** Взрослый человек спит около $\frac{1}{3}$ суток. Какую часть суток он бодрствует?
- 150.** Скорость теплохода в стоячей воде $18\frac{5}{8}$ км/ч, скорость течения реки $1\frac{1}{2}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению и против течения реки.
- 151.** Отцу $34\frac{3}{4}$ года. Мама моложе отца на $3\frac{5}{8}$ года, а дочь моложе матери на $21\frac{5}{6}$ года. Сколько лет дочери?
- 152.** Из банки с краской отлили сначала $\frac{3}{8}$, а потом $\frac{5}{12}$ всей краски. Какая часть краски осталась в банке?
- 153.** На даче собрали клубнику с трёх грядок. С первой — $2\frac{3}{4}$ кг, со второй — на $1\frac{1}{2}$ кг больше, чем с первой, а с третьей — на $\frac{2}{5}$ кг меньше, чем с первой и второй грядок вместе. Сколько килограммов клубники собрали с трёх грядок?
- 154.** Автотурист преодолел намеченный маршрут за два дня. В первый день он проехал на $\frac{1}{5}$ всего пути больше, чем во второй день. Какую часть пути проехал турист в первый день, какую — во второй?



155. Найдите значение числового выражения:
 $313 + 11\ 687 : 29 - 11248 : 37$.

156. Расположите дроби в порядке возрастания:

а) $\frac{3}{5}, \frac{9}{10}, \frac{7}{15}, \frac{13}{30}$; б) $\frac{5}{12}, \frac{17}{24}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$.

157. Маша ходит в бассейн 1 раз в 3 дня, Вера — в 4 дня, а Катя — в 5 дней. Девочки встретились в бассейне в понедельник. Через сколько дней и в какой день недели они встретятся вновь?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1–8).

1. Сумму целого числа и правильной дроби записывают в виде ... числа.

2. При сложении и вычитании смешанных чисел ... и ... части складываются (вычтываются)

3. При вычитании из единицы правильной дроби единицу представляют в виде ... дроби со знаменателем ... , а затем выполняют вычитание дробей с ... знаменателями.

4. При вычитании из целого числа правильной дроби целое число представляют в виде ... , одно из слагаемых которой равно ... ; выполняют вычитание из ... , а затем выполняют сложение ... числа и полученной ... части.

5. Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то для выполнения действий вычитания или сложения дробные части приводят к ... знаменателю, а затем выполняют действия.

6. Иногда при сложении смешанных чисел в их дробной части получается неправильная дробь.

В этом случае следует из ... дроби выделить ... часть и ... её с уже имеющейся целой частью.

7. При вычитании из целого числа смешанного числа из целого числа вычтывают ... часть, а затем из полученного целого числа — ... часть.

8. Иногда при вычитании смешанных чисел дробная часть вычитаемого оказывается больше дробной части уменьшаемого, тогда поступают так (говорят: «занимают ... у целой части»):

а) в целой части ... «занять» ... ;

б) представить ... в виде дроби со ... ;

в) к дробной части ... прибавить преобразованную ... ;

г) выполнить вычитание.



158. Выполните сложение:

а) $5 + 1\frac{7}{10}$, $2\frac{5}{12} + 5\frac{5}{12}$, $2\frac{4}{7} + 3\frac{5}{7}$;

б) $\frac{3}{8} + 3\frac{1}{8}$, $4\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, $3\frac{11}{16} + 1\frac{13}{16}$.

159. Выполните вычитание, применив правило вычитания чисел:

а) $5\frac{4}{9} - 5$, $4\frac{2}{5} - \frac{2}{5}$, $1 - \frac{1}{7}$, $8\frac{9}{10} - 3\frac{3}{10}$;

б) $1 - \frac{1}{15}$, $1 - \frac{1}{12}$, $1 - \frac{2}{9}$, $1 - \frac{3}{11}$;

в) $1 - \frac{5}{16}$, $3 - \frac{5}{9}$, $9 - 5\frac{7}{8}$, $6\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9}$;

г) $2 - \frac{5}{24}$, $3 - 1\frac{5}{24}$, $6\frac{5}{24} - 3$, $3\frac{6}{24} - 1\frac{5}{24}$.

160. Выполните действие:

а) $5\frac{1}{3} + 2$, $3\frac{2}{9} + 5\frac{5}{9}$, $8\frac{8}{11} - \frac{5}{11}$;

б) $2\frac{5}{8} + 2\frac{7}{8}$, $10 - 4\frac{3}{10}$, $6\frac{2}{7} - 3\frac{6}{7}$.

161. Решите уравнение:

а) $7\frac{3}{10} + x = 15\frac{7}{10}$; г) $2\frac{7}{24} - x = 1$;

б) $a - 7\frac{9}{13} = 3\frac{4}{13}$; д) $2\frac{7}{24} - x = 1\frac{5}{24}$.

в) $10\frac{11}{15} - \left(m + 3\frac{2}{15} \right) = 6\frac{4}{15}$;

162. Выполните действие, применив правила сложения и вычитания смешанных дробей:

а) $2\frac{7}{9} + 4\frac{2}{3}$, $4\frac{2}{15} - 1\frac{5}{21}$, $3\frac{7}{12} + 7\frac{9}{20}$;

б) $5\frac{3}{8} + 1\frac{2}{7}$, $3\frac{11}{45} - 2\frac{13}{30}$, $7\frac{9}{24} - 3\frac{19}{36}$.

163. Найдите значение выражения:

а) $5\frac{11}{12} - 2\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4}$, $\frac{6}{7} - \left(1 - \frac{2}{7} \right)$;

б) $\left(15 - 4\frac{3}{20} \right) - \left(12 - 3\frac{8}{15} \right)$, $3\frac{5}{7} - \left(1\frac{3}{7} + \frac{2}{7} \right)$.

164. Решите уравнение, применив алгоритм решения уравнений:

а) $\left(x - \frac{1}{4} \right) + 3\frac{1}{12} = 7\frac{1}{3}$, $\left(2\frac{7}{24} - x \right) + \frac{1}{12} = 2$;

б) $6\frac{2}{3} - \left(x + \frac{1}{4} \right) = 2\frac{1}{6}$, $\left(2\frac{1}{24} + x \right) + \frac{1}{12} = 2\frac{1}{6}$.

Решите задачи.

165. Туристу понадобилось на весь путь два дня. В первый день он прошёл $\frac{4}{7}$ пути. Какую часть пути турист прошёл во второй день?
166. От мотка провода длиной $10\frac{1}{2}$ м отрезали $3\frac{1}{6}$ м провода. Сколько метров провода осталось?
167. Теплоход был в пути трое суток. В первые сутки он прошёл $\frac{3}{10}$ пути, во вторые сутки — $\frac{7}{20}$ пути. Какую часть пути теплоход прошёл за третьи сутки?
168. Даны три числа. Первое — это $5\frac{5}{6}$, второе — на 7 больше, чем первое, а третье — на $4\frac{3}{10}$ меньше второго. Какова сумма трёх чисел?



Как от куска материи длиной $\frac{2}{3}$ м отрезать полметра, если под руками нет измерительных инструментов? А как это сделать, если кусок материи имеет длину $\frac{8}{15}$ м?



§ 7. Умножение дробных чисел

Задача. Вычислите площадь прямоугольника, зная,

что его длина равна $\frac{3}{5}$ м, а ширина — $\frac{1}{2}$ м.

Решение.

По формуле вычисления площади $S = a \cdot b$ прямоугольника нужно его длину $\frac{3}{5}$ м умножить на ширину $\frac{1}{2}$ м. Перейдём к более мелким единицам измерения длины: выразим длину и ширину прямоугольника в дециметрах.

$$\frac{3}{5} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 5 \cdot 3 = 6 \text{ дм}, \quad \frac{1}{2} \text{ м} = 10 \text{ дм} : 2 = 5 \text{ дм}.$$

Найдём площадь прямоугольника в квадратных дециметрах: $S = 6 \cdot 5 = 30$ (дм²). Выразим площадь в квадратных метрах: $30 \text{ дм} : 100 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \text{ м}^2$.

$$\text{Следовательно, } \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2}.$$

В задаче на вычисление площади прямоугольника с другими данными (например, $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{5}$) получим результат, рассуждая, как в первом примере:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{50} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 5}.$$

В рассмотренных примерах в результате умножения дробей получается новая дробь, числитель которой равен произведению числителей данных дробей, а знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей. Вообще для любых обыкновенных дробей справедливо следующее правило.

Правило умножения обыкновенных дробей

При умножении дробей нужно:

1. В числитель новой дроби записать произведение числителей данных дробей.
2. В знаменатель новой дроби записать произведение знаменателей данных дробей.
3. Если можно, сократить полученную дробь до вычисления произведений.

Пример: $\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{8} = \frac{16 \cdot 5 : 8 : 5}{25 \cdot 8 : 8 : 5} = \frac{(16 : 8) \cdot (5 : 5)}{(25 : 5) \cdot (8 : 8)} = \frac{2}{5}$.

Умножение смешанных чисел

Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

1. Записать каждый множитель в виде неправильной дроби.
2. Применить правило умножения обыкновенных дробей.

Пример:

$$2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{13}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{13 \cdot 15 : 5}{5 \cdot 4 : 5} = \frac{13 \cdot 3}{4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}.$$

Чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно представить целое число в виде неправильной дроби и выполнить умножение по правилу умножения обыкновенных дробей:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{1} = \frac{4 \cdot 3}{15 \cdot 1} = \frac{4}{5}.$$

Тот же результат получим, если на целое число умножим числитель дроби, а знаменатель оставим прежним:

$$\frac{4}{15} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{15} = \frac{4}{5}.$$

Для дробей, как и для натуральных чисел, выполняются **переместительный, сочетательный** и **распределительный** законы умножения. Они применяются для упрощения выражений с переменными и выполнения вычислений, как и для натуральных чисел.

 **169.** Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}, \quad \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}, \quad \frac{7}{8} \cdot \frac{24}{35}, \quad \frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64};$

б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{9}, \quad \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{12}, \quad \frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}, \quad \frac{24}{91} \cdot \frac{39}{56};$

в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{8}, \quad \frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}, \quad \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}, \quad \frac{25}{91} \cdot \frac{42}{55}.$

170. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $1\frac{12}{13} \cdot 1\frac{13}{15}, \quad 1\frac{2}{7} \cdot 4\frac{2}{3}, \quad \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10};$

б) $\frac{16}{15} \cdot 5\frac{5}{12}, \quad 1\frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7}, \quad \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{14} \cdot 1\frac{3}{5};$

в) $\frac{16}{81} \cdot 2\frac{27}{32}, \quad 4\frac{4}{11} \cdot 3\frac{7}{16}, \quad 2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{19} \cdot 4\frac{3}{4}.$

171. Выполните умножение дроби и натурального числа:

а) $\frac{1}{8} \cdot 8, \quad \frac{1}{8} \cdot 16, \quad \frac{1}{8} \cdot 2, \quad \frac{1}{8} \cdot 4, \quad \frac{1}{8} \cdot 24;$

б) $\frac{1}{7} \cdot 4$, $\frac{1}{13} \cdot 5$, $4 \cdot \frac{3}{20}$, $\frac{3}{11} \cdot 4$, $1\frac{3}{7} \cdot 5$;

в) $\frac{7}{10} \cdot 3$, $\frac{3}{11} \cdot 2$, $5 \cdot \frac{7}{40}$, $\frac{2}{9} \cdot 5$, $4\frac{3}{5} \cdot 5$.

172. Выполните умножение смешанного и натурального чисел:

а) $1\frac{1}{4} \cdot 3$, в) $2 \cdot 1\frac{3}{5}$; в) $3 \cdot 6\frac{2}{3}$, $2 \cdot 5\frac{5}{24}$;

б) $2 \cdot 2\frac{1}{3}$, г) $3\frac{4}{7} \cdot 2$; г) $7 \cdot 1\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{20} \cdot 5$.

173. Перейдите от большей единицы измерения к меньшей:

Образец: $\frac{2}{5} \text{ кг} = \frac{2}{5} \cdot 1000 \text{ г} = 400 \text{ г.}$

а) $\frac{2}{3} \text{ ч} = \dots \text{ мин,}$ в) $\frac{2}{5} \text{ ч} = \dots \text{ мин,}$

$\frac{7}{10} \text{ км} = \dots \text{ м,}$ $\frac{11}{20} \text{ км} = \dots \text{ м,}$

$\frac{3}{4} \text{ ц} = \dots \text{ кг;}$ $\frac{3}{5} \text{ ц} = \dots \text{ кг;}$

б) $\frac{3}{4} \text{ ч} = \dots \text{ мин,}$ г) $\frac{2}{15} \text{ мин} = \dots \text{ с,}$

$\frac{4}{5} \text{ км} = \dots \text{ м,}$ $\frac{4}{5} \text{ см} = \dots \text{ мм,}$

$\frac{7}{20} \text{ ц} = \dots \text{ кг;}$ $\frac{3}{20} \text{ кг} = \dots \text{ г.}$

174. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

а) $\frac{17}{18} \cdot \left(\frac{7}{35} \cdot \frac{18}{34} \right);$ б) $\frac{12}{19} \cdot \frac{57}{64} \cdot \frac{16}{15};$

$$\begin{array}{ll} \text{в)} \frac{1}{7} \cdot 9 \cdot 21 \cdot \frac{1}{9}; & \text{ж)} \frac{24}{41} \cdot \frac{9}{56} \cdot \frac{14}{27}; \\ \text{г)} \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10}; & \text{з)} \frac{5}{8} \cdot \frac{42}{55} \cdot \frac{1}{7}; \\ \text{д)} \frac{3}{10} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{12} \right); & \text{и)} \frac{3}{4} \cdot \frac{28}{33} \cdot \frac{22}{35}. \\ \text{е)} \frac{4}{15} \cdot \frac{2}{7} + \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{7} + \left(\frac{11}{15} \cdot 5 - \frac{11}{15} \cdot 4 \right); & \end{array}$$

- 175.** Выполните умножение двух правильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.
- 176.** Выполните умножение двух неправильных дробей. Какая дробь получилась в ответе? Сравните результат с каждой из данных дробей.

Решите задачи.

- 177.** Длина стороны квадрата $\frac{5}{9}$ м. Найдите его площадь.
- 178.** Ширина прямоугольника $\frac{3}{5}$ см, а его длина на $\frac{1}{3}$ см больше. Чему равна площадь прямоугольника?
- 179.** Автомобиль движется со скоростью $\frac{3}{4}$ км/мин. Какой путь пройдёт автомобиль за $\frac{1}{9}$ мин?
- 180.** Сколько километров пройдёт пешеход со скоростью 5 км/ч за $\frac{2}{3}$ ч?
- 181.** Сколько часов делятся три урока, если один урок длится $\frac{3}{4}$ ч?

182. Токарь работает $7\frac{1}{2}$ ч в день. Сколько часов он работает при пятидневной рабочей неделе?



183. Решите уравнение:

а) $x - \frac{3}{20} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{21} \right) = \frac{2}{7};$

б) $1\frac{12}{19} - \left(x + \frac{7}{57} \right) = 1, \quad 1\frac{12}{19} - \left(x - \frac{7}{57} \right) = 1;$

в) $2\frac{1}{6} - \left(x + 1\frac{1}{12} \right) = 4\frac{3}{4}, \quad \frac{12}{19} + \left(x - \frac{7}{57} \right) = 2;$

г) $4\frac{3}{4} - \left(x + 2\frac{3}{8} \right) = 1\frac{1}{6}, \quad 1\frac{12}{19} + \left(x + \frac{7}{57} \right) = 2.$

Решите задачи.

184. Одна поливочная машина может полить поле площадью 30 га за 5 ч, другая — за 6 ч. За какое время, работая одновременно, обе машины смогут полить поле площадью 55 га?

185. За один час мастер укладывает плиткой $\frac{1}{4}$ стены, а практиканта — $\frac{1}{6}$ стены. Какую часть стены уложат плиткой мастер и практиканта за 1 ч совместной работы?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. При умножении дробей нужно:

а) в числитель новой дроби записать ... числителей данных дробей;

б) в знаменатель новой дроби записать ... знаменателей данных дробей.

2. Чтобы умножить смешанные числа, нужно:

а) записать каждый множитель в виде ... дроби;

- б) применить правило умножения ... дробей;
 в) чтобы умножить обыкновенную дробь на целое число, можно на целое число умножить ... дроби, а ... оставить прежним.



186. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}, \quad \frac{7}{5} \cdot \frac{15}{14}, \quad \frac{5}{21} \cdot \frac{28}{45}, \quad \frac{8}{15} \cdot \frac{25}{28};$

б) $\frac{16}{35} \cdot \frac{7}{64}, \quad \frac{4}{45} \cdot \frac{9}{56}, \quad \frac{42}{53} \cdot \frac{1}{7}, \quad \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}.$

187. Выполните умножение дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{5}{12} \cdot \frac{16}{25}, \quad 1\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4}, \quad \frac{3}{8} \cdot 5\frac{1}{3}, \quad 3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8};$

б) $1\frac{1}{31} \cdot \frac{7}{64}, \quad 2\frac{4}{5} \cdot 1\frac{9}{56}, \quad 2\frac{14}{15} \cdot 3\frac{2}{11}.$

188. Выполните умножение дроби и натурального числа:

а) $\frac{2}{9} \cdot 4, \quad 2 \cdot \frac{9}{20}, \quad \frac{4}{15} \cdot 8, \quad 3 \cdot \frac{5}{17};$

б) $\frac{1}{48} \cdot 32, \quad 9 \cdot \frac{5}{18}, \quad \frac{3}{8} \cdot 64, \quad 12 \cdot \frac{7}{30};$

в) $\frac{9}{32} \cdot 8, \quad \frac{7}{64} \cdot 8, \quad \frac{7}{64} \cdot 16, \quad \frac{7}{64} \cdot 64.$

189. Выполните умножение:

а) $2 \cdot \frac{7}{15}, \quad \frac{3}{50} \cdot 15, \quad 12 \cdot \frac{11}{36}, \quad \frac{2}{3} \cdot 3;$

б) $\frac{2}{3} \cdot 90, \quad 16 \cdot \frac{5}{36}, \quad \frac{8}{25} \cdot 5, \quad 1\frac{2}{3} \cdot 3;$

в) $\frac{2}{9} \cdot 4, \quad 2 \cdot \frac{9}{20}, \quad 6 \cdot 2\frac{2}{3}, \quad 1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{4}.$

190. Найдите значение числового выражения, используя законы умножения:

а) $\frac{11}{15} \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{22} \right);$

е) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot 3;$

б) $\frac{1}{10} \cdot 22 \cdot 30 \cdot \frac{1}{11};$

ж) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{12} \cdot 9 \cdot \frac{3}{7};$

в) $\frac{11}{15} \cdot \frac{5}{26} + \frac{5}{26} \cdot \frac{2}{15};$

з) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3};$

г) $\frac{5}{34} \cdot \frac{7}{9} - \frac{5}{34} \cdot \frac{4}{27};$

и) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{3}.$

д) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} + \left(\frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{2}{3} \cdot 2 \right);$

Решите задачи.

191. Длина прямоугольника $2\frac{5}{8}$ дм, ширина — на $1\frac{5}{12}$ дм меньше. Чему равна площадь прямоугольника?

192. Скорость велосипедиста 16 км/ч. Какое расстояние он проедет за $\frac{3}{4}$ ч? за $1\frac{1}{2}$ ч?

193. Длина стороны квадрата $\frac{4}{9}$ м. Найдите периметр квадрата.



К числителю дроби $\frac{2}{3}$ прибавили несколько раз число 2019, а к знаменателю — 2017. Может ли после сокращения получиться дробь, равная $\frac{3}{7}$?



§ 8. Деление дробных чисел

Рассмотрим дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$. Числитель и знаменатель этих чисел поменяли местами. Такие числа называются **взаимно обратными**.

Число $\frac{5}{6}$ обратно числу $\frac{6}{5}$ и, наоборот, число $\frac{6}{5}$ обратно числу $\frac{5}{6}$.

Для того чтобы найти число, обратное числу $2\frac{4}{7}$, запишем его в виде неправильной дроби:

$$2\frac{4}{7} = \frac{18}{7}; \text{число, обратное числу } \frac{18}{7}, \text{равно } \frac{7}{18}.$$

Число, обратное числу 3, равно $\frac{1}{3}$; действительно, представим число 3 в виде дроби, получим $\frac{3}{1}$, обратное ему число будет равно $\frac{1}{3}$.

 **Произведение взаимно обратных чисел равно единице.**

$$\text{Действительно, например, } \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 5} = 1.$$

Задача. Пешеход прошёл $\frac{1}{10}$ км за $\frac{1}{24}$ ч. Найдите скорость пешехода.

Решение.

По формуле, выражающей зависимость между скоростью, временем и расстоянием, получим:

$$\frac{1}{24} \cdot v = \frac{1}{10}, \quad v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24}. \text{ Как выполнить деление}$$

дробей? Можно заметить, что если произведение $\frac{1}{24} \cdot v$ умножить на $\frac{24}{1}$, т. е. если левую часть равенства умножить на число $\frac{24}{1}$, получим $\frac{1}{24} \cdot \frac{24}{1} \cdot v = v$. А так как $\frac{1}{24} \cdot v = \frac{1}{10}$, то для определения скорости v нужно и правую часть равенства умножить на $\frac{24}{1}$, тогда деление заменится умножением: $v = \frac{1}{10} : \frac{1}{24} = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1}$.

$$v = \frac{1}{10} \cdot \frac{24}{1} = \frac{1 \cdot 24}{10 \cdot 1} = \frac{1 \cdot 12}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ (км/ч).}$$

 Получаем правило деления обыкновенных дробей: чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, обратное делителю.

Примеры:

$$\frac{3}{5} : \frac{9}{25} = \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{9} = \frac{3 \cdot 25}{5 \cdot 9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$\frac{2}{5} : 3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15};$$

$$10\frac{2}{3} : 2\frac{2}{3} = \frac{32}{3} : \frac{8}{3} = \frac{32}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = \frac{4}{1} = 4.$$



194. Запишите число, обратное данному числу:

a) $\frac{5}{9}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{3}{5};$

б) $\frac{7}{11}, \frac{2}{5}, \frac{23}{5}, \frac{4}{5};$

в) 4, $\frac{2}{1}$, 5, $3\frac{2}{7}$, 5;

г) $\frac{a}{b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$; $\frac{1}{a}$, $a \neq 0$.

195. Выполните деление дробей и смешанных чисел:

а) $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$, $\frac{5}{16} : \frac{5}{12}$, $\frac{7}{8} : 2\frac{1}{5}$;

б) $\frac{1}{4} : \frac{1}{7}$, $\frac{3}{5} : \frac{9}{25}$, $\frac{2}{5} : 3\frac{11}{15}$;

в) $\frac{3}{8} : \frac{2}{7}$, $\frac{7}{12} : \frac{21}{16}$, $\frac{3}{8} : 3\frac{3}{7}$;

г) $\frac{25}{72} : \frac{75}{96}$, $1 : \frac{1}{7}$, $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$;

д) $\frac{35}{48} : \frac{21}{32}$, $1 : \frac{3}{5}$, $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}$;

е) $\frac{15}{28} : \frac{40}{49}$, $7 : \frac{1}{2}$, $10\frac{2}{3} : 2\frac{2}{3}$.

196. Выполните деление, используя запись натурального числа в виде дроби:

а) $\frac{1}{7} : 4$, $\frac{4}{5} : 2$, $\frac{9}{20} : 5$, $\frac{15}{16} : 3$;

б) $\frac{3}{11} : 2$, $\frac{8}{9} : 4$, $1\frac{1}{2} : 2$, $4\frac{2}{3} : 2$;

в) $\frac{7}{10} : 5$, $\frac{8}{11} : 2$, $1\frac{1}{2} : 3$, $6\frac{4}{5} : 2$;

г) $\frac{11}{16} : 4$, $\frac{5}{9} : 5$, $1\frac{2}{3} : 2$, $3\frac{4}{5} : 3$;

д) $\frac{8}{15} : 3$, $\frac{12}{25} : 4$, $12\frac{6}{7} : 3$, $8\frac{4}{9} : 4$.

197. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{8}$, $5 \cdot x = \frac{1}{5}$, $x \cdot \frac{1}{2} = 6$,

$$x \cdot 2\frac{1}{2} = 1, \quad \frac{7}{12} \cdot x = 2\frac{1}{3};$$

б) $\frac{1}{6} \cdot x = \frac{1}{2}$, $6 \cdot x = \frac{1}{4}$, $x \cdot \frac{1}{5} = 10$,

$$x \cdot 3\frac{1}{4} = 1, \quad \frac{8}{15} \cdot x = 3\frac{1}{5};$$

в) $x \cdot 6 = 4$, $10 \cdot x = \frac{5}{12}$, $x \cdot \frac{2}{3} = 9$,

$$x \cdot \frac{2}{9} = 1, \quad 1\frac{3}{16} \cdot x = 2\frac{8}{15}, \quad \frac{1}{5} \cdot x = 5.$$

Решите задачи.

198. В одну банку помещается $1\frac{4}{5}$ л берёзового сока. Сколько понадобится таких же банок, чтобы разлить 9 л сока?

199. Площадь прямоугольного стола для школьника $\frac{25}{48}$ м². Найдите периметр стола, если его ширина $\frac{5}{8}$ м.

200. За $1\frac{2}{5}$ кг конфет заплатили 14 р. Сколько стоит 1 кг таких конфет?

201. За $\frac{5}{6}$ ч грузовик преодолел путь $50\frac{3}{5}$ км. Найдите скорость грузовика.

202. Бревно, длина которого $7\frac{3}{5}$ м, распилили на 6 равных частей. Какова длина каждой части?

203. В кружке по кулинарии тесто массой $4\frac{3}{4}$ кг

разделили на 19 одинаковых порций. Какова масса одной порции?

204. Какое время Алексей тратит на путь от школы до дома в $3\frac{1}{2}$ км, если он идёт со скоростью 2 км/ч?

205. Мастер может выполнить весь заказ за 3 ч, а практиканта — за 6 ч. Какую часть заказа выполнит мастер за 1 ч? Какую часть заказа выполнит практиканта за 1 ч? Какую часть заказа они выполняют за 1 ч, работая вместе?



206. Выполните действие:

а) $2\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}, \quad 6\frac{1}{2} - 3\frac{3}{7}, \quad 3\frac{5}{9} + 2\frac{1}{6};$

б) $2\frac{1}{3} + 4\frac{3}{5}, \quad 4\frac{3}{5} - \frac{1}{2}, \quad 1\frac{11}{18} + 2\frac{5}{12};$

в) $1\frac{1}{32} - \frac{7}{64}, \quad 2\frac{4}{7} - 1\frac{7}{6}, \quad 5\frac{14}{15} - 1\frac{15}{16};$

г) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}, \quad 5\frac{3}{7} - 2\frac{2}{9}, \quad 8\frac{1}{3} - 4\frac{3}{4}.$

207. Решите уравнение:

а) $x + \frac{5}{24} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12}; \quad$ в) $\left(8\frac{1}{3} - x\right) + 4 = 4\frac{3}{4};$

б) $\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{5}; \quad$ г) $\left(9\frac{2}{3} - x\right) - 3 = 4\frac{3}{4}.$

Решите задачи.

208. Рабочий может выполнить весь заказ за 5 ч, а ученик — за 7 ч. Какую часть заказа

выполнит рабочий за 1 ч? Какую часть заказа выполнит ученик за 1 ч? Какую часть заказа они выполняют за 1 ч, работая вместе?

- 209.** Дизайнер одежды может выполнить заказ за 4 дня, а практикант — за 6 дней. Какую часть заказа они могут выполнить за один день, работая вместе?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. Произведение чисел равно единице.
2. Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, нужно делимое умножить на число, ... делителю.



- 210.** Запишите число, обратное данному числу:

а) $\frac{3}{10}$; в) $\frac{1}{9}$; д) 8; ж) $4\frac{3}{4}$;
б) $\frac{18}{7}$; г) $5\frac{1}{2}$; е) 100; з) $3\frac{4}{5}$.

- 211.** Выполните деление:

а) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7}$, $\frac{15}{16} : \frac{3}{10}$, $8 : \frac{4}{5}$;
б) $\frac{5}{72} : \frac{5}{96}$, $1 : \frac{2}{3}$, $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{4}$;
в) $\frac{16}{27} : \frac{2}{9}$, $2 : \frac{1}{4}$, $\frac{8}{3} : \frac{2}{3}$;
г) $\frac{3}{25} : \frac{4}{5}$, $4 : \frac{4}{9}$, $11\frac{1}{4} : 1\frac{2}{7}$.

212. Выполните деление:

а) $\frac{4}{9} : 3$;

г) $\frac{9}{10} : 3$;

ж) $3\frac{3}{4} : 3$;

б) $\frac{3}{8} : 4$;

д) $\frac{6}{7} : 6$;

з) $6\frac{6}{7} : 6$;

в) $1\frac{1}{3} : 3$;

е) $4\frac{3}{4} : 4$;

и) $5\frac{5}{11} : 5$.

213. Решите уравнение:

а) $\frac{1}{9} \cdot x = \frac{1}{3}$;

г) $x \cdot 2\frac{1}{2} = 1$;

б) $4 \cdot x = \frac{1}{16}$;

д) $\frac{3}{10} \cdot x = 1\frac{1}{9}$;

в) $x \cdot \frac{1}{3} = 12$;

е) $3 \cdot x = 5$.

Решите задачи.

214. Периметр квадратной площадки $20\frac{1}{2}$ м.

Чему равна длина стороны площадки?

215. В первый день в фермерском хозяйстве было собрано $3\frac{3}{8}$ т огурцов, во второй — в $1\frac{4}{5}$ раза меньше. Сколько тонн огурцов собрано за два дня?



Определите, верно ли утверждение.

Если вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{9}$ своего объёма, то на $\frac{1}{9}$ своего объёма уменьшается лёд при превращении в воду.

Проверьте на практике.



§ 9. Задачи на все действия с дробными числами

Пример 1. Найдите значение выражения:

$$\left(5\frac{5}{7} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 21 + 12\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}.$$

Решение.

$$1) 5\frac{5}{7} - 2\frac{1}{3} = 5\frac{15}{21} - 2\frac{7}{21} = 3\frac{8}{21};$$

$$2) 3\frac{8}{21} \cdot 21 = 3 \cdot 21 + \frac{8}{21} \cdot 21 = 63 + 8 = 71;$$

$$3) 12\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{63}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{63 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5};$$

$$4) 71 + 4\frac{1}{5} = 75\frac{1}{5}.$$

Ответ: $75\frac{1}{5}$.

Пример 2. Найдите значение выражения:

$$\frac{\left(2\frac{3}{5} - \frac{4}{5}\right) \cdot 2\frac{1}{3}}{\left(5\frac{1}{5} - \frac{7}{10}\right) : \frac{3}{70}}.$$

Решение.

$$1) 2\frac{3}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{8}{5} - \frac{4}{5} = 1\frac{4}{5};$$

$$2) 5\frac{1}{5} - \frac{7}{10} = 5\frac{2}{10} - \frac{7}{10} = 4\frac{12}{10} - \frac{7}{10} = 4\frac{5}{10} = 4\frac{1}{2};$$

$$3) 1\frac{4}{5} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{9}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{9 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 1} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5};$$

$$4) 4\frac{1}{2} : \frac{3}{70} = \frac{9}{2} \cdot \frac{70}{3} = \frac{9 \cdot 70}{2 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 35}{1 \cdot 1} = \frac{105}{1} = 105;$$

$$5) 4\frac{1}{5} : 105 = \frac{21}{5} : \frac{105}{1} = \frac{21}{5} \cdot \frac{1}{105} = \frac{21 \cdot 1}{5 \cdot 105} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 5} = \frac{1}{25}.$$

Ответ: $\frac{1}{25}$.



216. Найдите значение числового выражения, установив порядок действий:

а) $\left(9 - 1\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{21}{46}, \quad \left(3\frac{3}{4} - 3\right) : 6\frac{6}{7};$

б) $\left(2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} - \frac{3}{25} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{5}, \quad \left(3\frac{3}{4} - 3\frac{2}{3}\right) : 6;$

в) $2 : 2\frac{2}{3} + 1\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}, \quad \left(3 - \frac{2}{3}\right) : 6\frac{1}{3};$

г) $\left(3\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}\right) : \frac{7}{12} + 8\frac{1}{2}, \quad \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 6\frac{1}{3};$

д) $\left(16\frac{1}{5} - 1\frac{14}{15}\right) : \left(1\frac{5}{7} + 3\frac{8}{21}\right), \quad \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot 6 - \frac{1}{3};$

е) $2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{3} + 2\frac{2}{15}\right) - 8\frac{4}{5}, \quad \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(6 - \frac{1}{3}\right);$

ж) $\left(4\frac{5}{12} + 1\frac{3}{4}\right) : \left(6\frac{2}{15} - 1\frac{1}{5}\right), \quad \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(6 - 5\frac{1}{3}\right);$

з)
$$\frac{\left(2\frac{3}{4} : 1\frac{1}{10} + 3\frac{1}{3}\right) : \frac{5}{7}}{2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}}, \quad \frac{\frac{2}{9} + \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}\right) \cdot 9}{1\frac{1}{9} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{1}{3}}.$$

- 217.** Выполните действия в соответствии с порядком их выполнения:

а) $\left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7\right) : 3 + 3\frac{3}{28} - \frac{1}{2};$

б) $\left(6\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15} - 5\frac{1}{3} : \frac{8}{9}\right) : 11 + 1\frac{3}{4} - \frac{3}{4};$

в) $\left(2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3}\right) : \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(\left(4\frac{3}{5} + 2\frac{1}{3}\right) : \left(4\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}\right)\right);$

г) $6\frac{3}{4} : 3 + \frac{27}{40} \cdot \left(\left(6\frac{7}{12} - 3\frac{17}{36}\right) \cdot 2\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} : \frac{13}{20}\right) - 1\frac{1}{4}.$



- 218.** Решите уравнение, используя алгоритм:

а) $\left(1\frac{7}{8}x - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 24 = 4;$

б) $30 \cdot \left(1\frac{5}{6}x + 3\frac{1}{5}\right) = 231;$

в) $3\frac{1}{3} : \left(\frac{3}{7}x - \frac{13}{15}\right) = 1\frac{9}{16};$

г) $4\frac{4}{9} : \left(\frac{2}{3}x + 14\right) = \frac{5}{17}.$

Решите задачи.

- 219.** Из двух пунктов одновременно по одной дороге навстречу друг другу отправились велосипедист и пешеход. Скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Чему равна скорость велосипедиста, если длина пути между пунктами 60 км, а встретились велосипедист и пешеход через 5 ч?

- 220.** Один дежурный может убрать кабинет за 30 мин, а второй — за 45 мин. За сколько минут они уберут кабинет, занимаясь уборкой вместе?

221. Два плотника сложили сруб дома за 16 дней. Известно, что первый из них, работая один, сложил бы сруб дома за 24 дня. За сколько дней второй плотник, работая один, сложил бы тот же сруб?



222. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $\left(5 - 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{27}{31}, \quad \left(2 - 1\frac{2}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right);$
б) $\left(1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} - \frac{3}{25} : \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}, \quad \left(2 - 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right);$
в) $3 : 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}, \quad \left(2 : \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) : \left(1 - \frac{2}{3}\right);$
г) $\frac{2\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{17} - \frac{3}{5} : \left(6\frac{4}{5} - 5\frac{2}{5}\right)}{4\frac{4}{5} : 1\frac{1}{2} - 3}, \quad \frac{2 : \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}}{5 - \frac{2}{3} : \frac{1}{6}}.$

223. Решите уравнение, используя зависимости между компонентами действий:

а) $5\frac{1}{3} \cdot x - 1 = 1\frac{2}{9}; \quad$ г) $4\frac{1}{15} - 1\frac{14}{15} \cdot x = 1\frac{1}{6};$
б) $4\frac{4}{9} \cdot x + 1 = 2\frac{17}{18}; \quad$ д) $\frac{3}{7} \cdot x - 2\frac{1}{6} = 5\frac{1}{3};$
в) $4\frac{1}{12} - 1\frac{5}{6} \cdot x = 2\frac{17}{24}; \quad$ е) $\frac{2}{3} \cdot x + 4\frac{1}{6} = 5\frac{2}{3}.$



Представьте дробь $\frac{17}{4620}$ в виде суммы двух дробей с меньшими знаменателями. Придумайте аналогичный пример и предложите друзьям.

S 10. Задачи на применение дробей

При решении задач на применение знаний о дробях используются три основные задачи, которые уже рассматривались при изучении дробей.

С помощью действий умножения и деления можно упростить выражения, полученные при решении этих задач.



1. Нахождение части (дроби) от числа.

Задача 1. В парке 120 деревьев, $\frac{2}{3}$ из них — ели. Сколько елей в парке?

Решение.

$$120 : 3 \cdot 2 = 80 \text{ (елей).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$120 : 3 \cdot 2 = \frac{120}{3} \cdot 2 = \frac{120 \cdot 2}{3} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ (елей).}$$



Правило: чтобы найти дробь от числа, нужно это число умножить на эту дробь.



2. Нахождение числа по его дроби (части), соответствующей заданному числу.

Задача 2. Из всех участников шахматного турнира $\frac{2}{5}$ имеют первый разряд. Сколько всего участников турнира, если перворазрядников 10?

Решение.

$$10 : 2 \cdot 5 = 25 \text{ (всего участников турнира).}$$

Получим другую запись выражения для этого решения:

$$10 : 2 \cdot 5 = \frac{10}{2} \cdot 5 = \frac{10 \cdot 5}{2} = 10 : \frac{2}{5} = 10 \cdot \frac{5}{2} = 25 \text{ (участников турнира).}$$



Правило: чтобы найти число по его дроби (части), нужно соответствующее дроби число разделить на эту дробь.



3. Нахождение дробного отношения (какую часть одно число составляет от другого числа).

Задача 3. На итоговом уроке по теме «Дроби»

20 мин учащиеся повторяли основные алгоритмы и правила, а остальное время выполняли самостоятельную работу. Какую часть урока заняло повторение?

Решение.

$$20 : 45 = \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \text{ (урока заняло повторение).}$$



Правило: чтобы найти, какую часть одно число (первое) составляет от другого (второго), нужно записать дробь, в числителе которой — первое число, а в знаменателе — второе.

Три ключевые задачи на дроби (рис. 11): a — все значения величины, b — часть значения, m — дробь.

1. Нахождение дроби (части) от заданного числа: $b = a \cdot m$.

2. Нахождение числа (a) по его дроби (части) (m), соответствующей заданному числу (b): $a = b : m$.

3. Нахождение дробного отношения чисел (какую часть одно число составляет от другого): $m = \frac{b}{a}$.

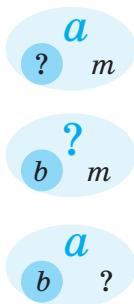
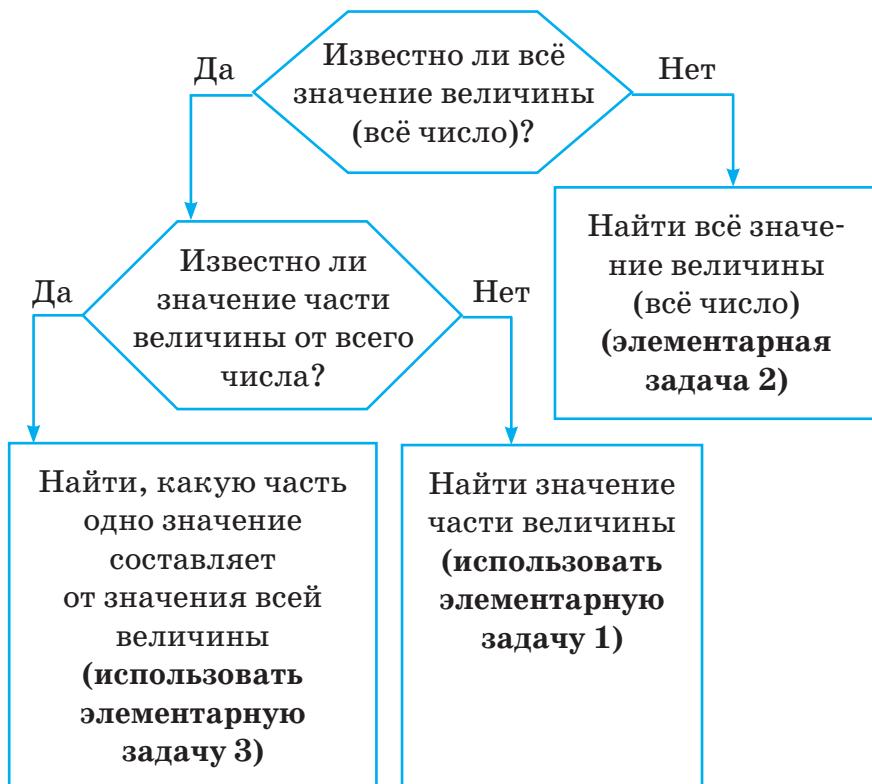


Рисунок 11

Чтобы отнести задачу к одному из видов, можно воспользоваться алгоритмом (рис. 12):



Задача 1. В летней олимпиаде разыгрывается 306 медалей. $\frac{1}{34}$ всех медалей разыгрывается в смешанных видах спорта. Сколько медалей разыгрывается в смешанных видах спорта?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве медалей: всех и в смешанных видах спорта. Число всех медалей известно (в схеме выбираем направление по стрелке «Да»), а число части всех медалей (в смешан-

ных видах) неизвестно (далее — по стрелке «Нет»). Для решения задачи используем задачу (1) на нахождение дроби $\left(\frac{1}{34}\right)$ от заданного числа 306.

$$306 \cdot \frac{1}{34} = 9 \text{ (медалей разыгрывается в смешанных видах спорта).}$$

Ответ: 9 медалей.

Задача 2. За два дня туристы преодолели $\frac{2}{5}$ всего маршрута. Сколько километров составляет весь маршрут, если за два дня они прошли 40 км?

Решение.

В задаче речь идёт о длине всего маршрута и его части, пройденной за два дня. Длина всего маршрута неизвестна, значит, в схеме выбираем направление по стрелке «Нет». Для решения задачи используем задачу (2) на нахождение длины всего маршрута по его части $\left(\frac{2}{5}\right)$, которая составляет 40 км.

$$40 : \frac{2}{5} = 100 \text{ (км)} — \text{длина всего маршрута туристов.}$$

Ответ: 100 км.

Задача 3. В картинной галерее экспонируется 256 картин. Из них 64 — портреты. Какую часть всех картин галереи составляют портреты?

Решение.

В задаче речь идёт о количестве картин: всех и портретов. Количество всех картин известно, значит, в схеме выбираем направление по

стрелке «Да». Количество части всех картин (портретов) известно, значит, далее по стрелке выбираем «Да». Для решения задачи используем задачу (3) на нахождение части, которую одно число составляет от другого.

$$64 : 256 = \frac{64}{256} = \frac{1}{4} \text{ (всех картин составляют портреты).}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

При решении более сложных задач **ключевые задачи** используются для решения одной из частей предложенной задачи.

Задача 4. В классе число отсутствующих учащихся равно $\frac{3}{13}$ числа присутствующих.

Сколько учащихся в классе, если присутствует на 20 человек больше, чем отсутствует?

Решение.

Для решения нужно найти дробь, которая соответствует числу 20. Поскольку число отсутствующих учащихся составляет $\frac{3}{13}$ числа присутствующих, принимаемых за единицу (неизвестное число — число присутствующих), то разность $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$ соответствует числу 20. Далее по ключевой задаче (2) найдём число присутствующих:

$20 : \frac{10}{13} = 26$ (число присутствующих), по ключевой задаче 1: $26 \cdot \frac{3}{13} = 6$ (число отсутствующих). Всего учащихся в классе $26 + 6 = 32$.

Ответ: 32 учащихся.

Задача 5. Город имеет три района. В первом районе проживает $\frac{2}{5}$ всего населения города. Число жителей второго района составляет $\frac{5}{6}$ от числа жителей первого района, а остальная часть жителей проживает в третьем районе. Сколько всего жителей в городе, если во втором районе на 5000 человек больше, чем в третьем?

Решение.

Нужно найти дробь (часть всех жителей), которая соответствует числу 5000. Рассмотрим модель (рис. 13): число жителей всего города изображается прямоугольником, в котором 30 клеток, $\frac{2}{5}$ от всего населения города — число жителей первого района — это 12 клеток из 30; $\frac{5}{6}$ от 12 клеток, т. е. 10 клеток, соответствует числу жителей второго района. От 30 клеток (весь город) 10 клеток составляют $\frac{1}{3}$ часть, значит, жители второго района — это $\frac{1}{3}$ от всего города.

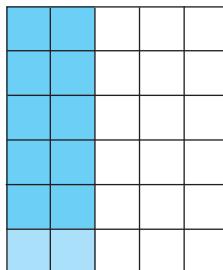


Рисунок 13

Найдём, какую часть жители второго района составляют от жителей всего города:

1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$ (часть от жителей всего города составляют жители второго района).

Таким образом, найдём, какая часть жителей всего города проживает в третьем районе:

$$2) 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{15}.$$

3) Найдём, на какую часть от всех жителей района во втором районе больше, чем в третьем:

$$\frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{15}.$$

Для следующего действия используем задачу (2) на нахождение числа (число всех жителей) по его части — $\frac{1}{15}$, которая составляет 5000 жителей.

4) $5000 : \frac{1}{15} = 75\,000$ (жителей).

Ответ: 75 000 жителей.



Решите задачи.

224. В две коробки разложили 20 кг конфет.

В первую положили $\frac{2}{5}$ всех конфет. Сколько килограммов конфет положили в первую коробку? А сколько во вторую? Какую часть конфет положили во вторую коробку?

225. Для Дома ветеранов куплено 18 кг груш. На приготовление варенья израсходовали $\frac{2}{3}$ купленных груш. Сколько килограммов груш было израсходовано на варенье? Сколько килограммов груш осталось?

226. В спортивных соревнованиях участвовали 150 учащихся, причём $\frac{3}{5}$ этих учащихся были из начальных классов, а остальные — из старших. Сколько учащихся старших классов участвовало в соревнованиях?

- 227.** Маша выучила 24 строки, что составило $\frac{3}{8}$ всего стихотворения. Сколько всего строк в стихотворении? Какую часть стихотворения осталось выучить? Сколько строк осталось выучить?
- 228.** Копирайтер набрал 45 страниц текста, выполнив $\frac{3}{5}$ всей работы. Сколько страниц текста осталось набрать копирайтеру?
- 229.** В составе товарного поезда, прибывшего на станцию, было 12 цистерн, что составляет $\frac{6}{11}$ всех вагонов. Сколько всего вагонов в составе поезда?
- 230.** Фермер собрал урожай моркови и уложил её в ящики. $\frac{2}{3}$ всех ящиков он отправил в школьную столовую, а остальные 30 ящиков — в магазин. Сколько ящиков моркови собрал фермер? Сколько ящиков моркови он отправил в школьную столовую?
- 231.** Среди выступавших на концерте было 10 девочек, мальчики составляли $\frac{3}{5}$ всех выступавших. Сколько всего детей приняло участие в концерте? Сколько мальчиков выступало на концерте?
- 232.** Магазин продал 24 пары детской обуви, после чего осталось $\frac{5}{8}$ всех пар. Сколько пар детской обуви было в магазине? Сколько осталось?

- 233.** Алёша сделал в тире 60 выстрелов. Оказалось, что $\frac{17}{20}$ всех выстрелов — попадания в цель. Сколько промахов допустил Алёша?
- 234.** На тренировке по стрельбе $\frac{9}{10}$ всех выстрелов попало в цель. Сколько было сделано выстрелов, если в цель попало 180 пуль?
- 235.** За 3 дня турист проехал 160 км. В первый день он проехал $\frac{2}{5}$, а во второй — $\frac{1}{3}$ всего пути. Сколько километров проехал турист в третий день?
- 236.** Для ремонта спортивного зала школа получила 420 кг краски. Белила составляют $\frac{1}{7}$ всей полученной краски, а голубая краска — $\frac{3}{20}$ остатка. Сколько килограммов получено белил и сколько голубой краски?
- 237.** Грушевые деревья составляют $\frac{7}{20}$ всех деревьев сада, остальные 130 деревьев — яблони. Сколько грушевых деревьев в саду?
- 238.** Длина прямоугольника равна 50 м, что составляет $\frac{5}{2}$ его ширины. Ширина прямоугольника составляет $\frac{5}{2}$ стороны некоторого квадрата. На сколько квадратных метров площадь прямоугольника больше площади квадрата?
- 239.** Одна бригада может выполнить работу за 12 дней, а другая — за 6 дней. За сколько дней бригады выполнят эту работу вместе?

- 240.** Из двух городов одновременно навстречу друг другу по одной дороге выехали автобус и легковая машина. Легковая машина проезжает весь путь за 6 ч, а автобус — за 12 ч. Через сколько часов они встретятся?
- 241.** Два пешехода вышли одновременно из двух домов по одной дороге навстречу друг другу. Один пешеход может пройти весь путь за 30 мин, а другой — за 20 мин. Через сколько минут пешеходы встретятся, если расстояние между домами 2 км?
- 242.** Заготовленной древесины хватит для работы двух пилорам в течение 10 дней или только первой пилорамы в течение 15 дней. На сколько дней хватило бы заготовленной древесины для работы только второй пилорамы?
- 243.** Через первую трубу можно заполнить водоём для развода рыбы за 4 ч, через вторую — за 8 ч, а через третью — за 16 ч. За сколько часов наполнится водоём, если открыть сразу три трубы?



244. Упростите выражение, используя законы умножения:

$$\text{а) } \frac{5}{12} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{2}{5};$$

$$\text{д) } 5\frac{5}{11} : 5 \cdot a;$$

$$\text{б) } \frac{5}{9} \cdot x \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15};$$

$$\text{е) } 5\frac{5}{6} \cdot a \cdot 12;$$

$$\text{в) } 1\frac{5}{7} \cdot a \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 5\frac{1}{3};$$

$$\text{ж) } \frac{5}{6} \cdot a \cdot 12 \cdot \frac{2}{3};$$

$$\text{г) } 2\frac{3}{8} \cdot 1\frac{16}{19} \cdot m \cdot 2\frac{2}{7};$$

$$\text{з) } \frac{5}{6} \cdot a \cdot 1\frac{3}{4} : \frac{2}{3}.$$

245. Напишите:

- а) все правильные дроби со знаменателем 9;
- б) все неправильные дроби с числителем 9.

246. Определите, какую часть составляет:

- а) 2 от 7; б) 4 от 15; в) 20 от 100.

Решите задачи.

247. Сад имеет форму прямоугольника: его длина 80 м, а ширина 30 м. На каждом участке сада площадью 20 м^2 помещается по одному улью. Сколько мёда соберут со всего сада, если каждый улей в среднем даёт 30 кг мёда?



248. В театральной студии занимаются мальчики и девочки, всего 36 человек. Сколько мальчиков и сколько девочек занимается в театральной студии, если известно, что девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех занимающихся? Какую часть всех занимающихся составляют мальчики?

249. На покупку овощей мама израсходовала 12 р., что составило $\frac{3}{5}$ имевшихся у неё денег.

Сколько денег было у мамы? Сколько денег осталось? Какая часть всех денег осталась у мамы?

250. Учащиеся за два дня посадили в школьном саду 260 кустов смородины. В первый день было посажено $\frac{13}{20}$ всего количества кустов.

Сколько кустов смородины посадили учащиеся во второй день?

- 251.** Стакан вмещает 210 г крупы. Крупой наполнили $\frac{3}{7}$ стакана. Сколько граммов крупы насыпали в стакан?
- 252.** На озере отдыхали взрослые и дети — всего 20 человек. Сколько детей было на озере, если они составили $\frac{3}{5}$ всех отдыхающих?
- 253.** Два класса собрали 1200 кг макулатуры. На долю первого класса приходится $\frac{7}{20}$ всей массы собранной макулатуры. Сколько килограммов макулатуры собрал второй класс?
- 254.** Из всех каштанов, посаженных в парке, принялось $\frac{6}{7}$. Сколько посадили каштанов, если их принялось 84?
- 255.** Сумма трёх чисел равна 68. Первое число составляет $\frac{3}{8}$ суммы, второе — $\frac{2}{5}$ суммы. Найдите третье число.
- 256.** В доме 195 квартир. Из них $\frac{1}{5}$ — однокомнатные, двухкомнатные составляют $\frac{2}{3}$ остатка. Остальные квартиры — трёхкомнатные. Сколько трёхкомнатных квартир в доме?
- 257.** За две четверти Аня использовала $\frac{2}{5}$ купленных в начале года тетрадей, после чего у неё осталось 30 тетрадей. Сколько тетрадей было у Ани в начале учебного года?

- 258.** На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям — на 45 дней. На сколько дней хватит привезённого корма уткам и гусям вместе?

259. Два комбайнера обработали поле за 6 ч совместной работы. Первый комбайнер мог бы один выполнить эту же работу за 10 ч. За сколько часов второй комбайнер может обработать поле?



Найдите на рисунке 14 все дроби, равные $\frac{1}{3}$.

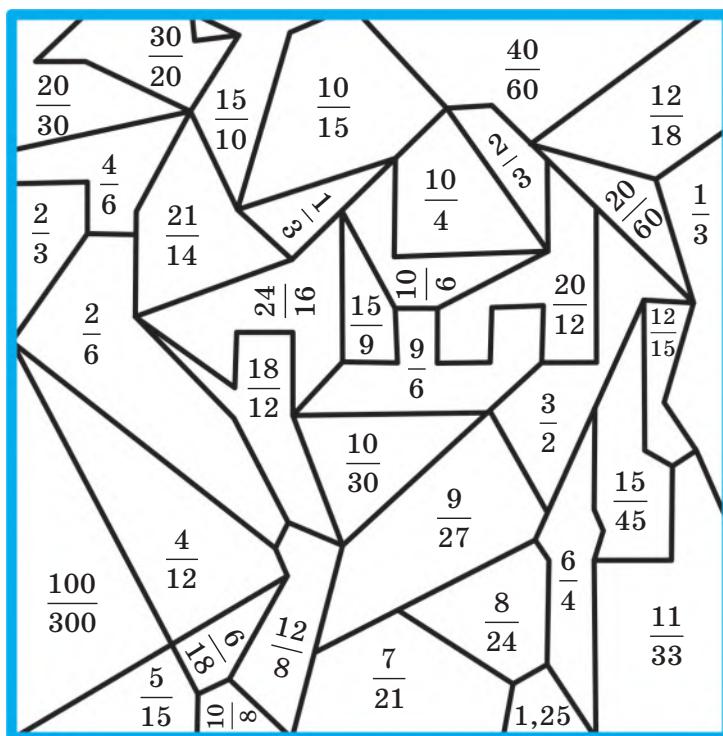


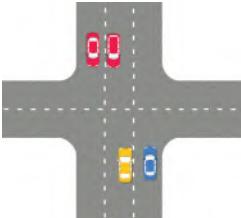
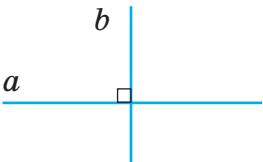
Рисунок 14

Организуйте соревнование между друзьями — кто быстрее найдёт равные дроби на рисунке.



§ 11. Параллельные и перпендикулярные прямые

Таблица 2

Представление	Изображение	Обозначение
Параллельные прямые		
	 a b	$a \parallel b$ (читают: «Прямая a параллельна прямой b »)
Перпендикулярные прямые		
	 a b	$a \perp b$ (читают: «Прямая a пер- пендикулярна прямой b »)

Построение параллельных и перпендикулярных прямых с помощью линейки и треугольника

-  I. Пусть дана некоторая прямая m . Построить прямую b , ей параллельную, можно с помощью угольника и линейки (рис. 15). Для этого надо:
- 1) одну сторону угольника расположить вдоль прямой m ;
 - 2) положение угольника зафиксировать линейкой;
 - 3) передвинуть угольник вдоль линейки и провести новую прямую b .

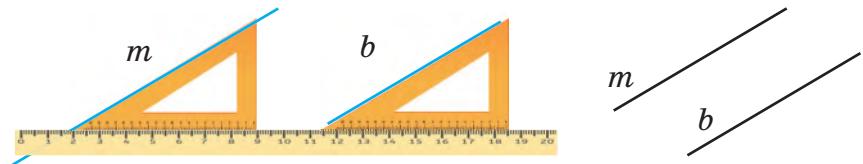


Рисунок 15

II. Пусть дана некоторая прямая m . Построить прямую n , ей перпендикулярную, можно с помощью угольника и линейки. Для этого можно:

1. Обвести прямой угол угольника и продолжить его стороны (рис. 16).

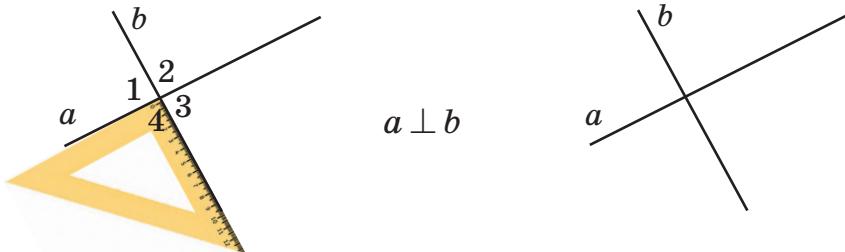


Рисунок 16

2. а) Приложить угольник к линейке так, чтобы сторона прямого угла совпала с краем линейки; б) обвести край линейки и продолжить сторону прямого угла (рис. 17).

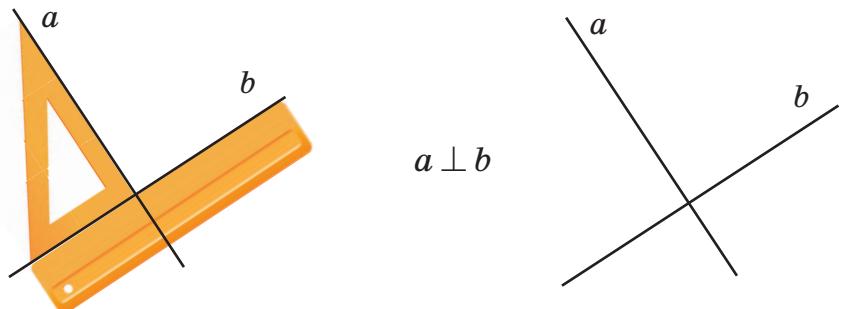


Рисунок 17



- 260.** Определите на глаз, какие прямые на рисунке 18 являются перпендикулярными. Проверьте себя, пользуясь треугольником и транспортиром.

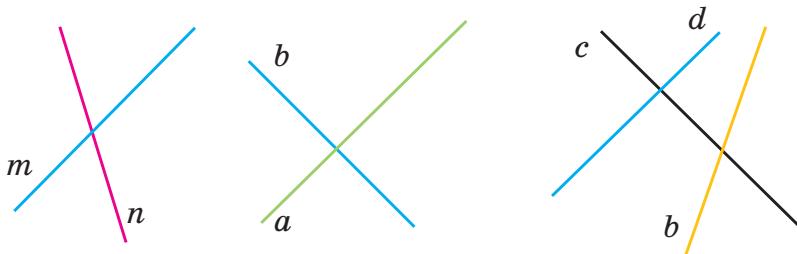


Рисунок 18

- 261.** Скопируйте рисунок в тетрадь. Проведите через точку B прямую c , перпендикулярную прямой b (рис. 19).

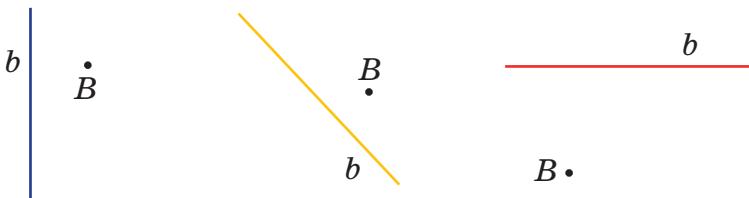


Рисунок 19

- 262.** Какие прямые на рисунке 20 являются перпендикулярными?

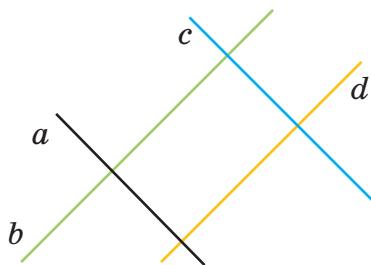


Рисунок 20

- 263.** Постройте в тетради две перпендикулярные прямые. Сколько прямых углов получилось?
- 264.** Постройте в тетради две прямые, перпендикулярные третьей. Как они расположены?
- 265.** Начертите в тетради угол, равный 60° . Отметьте на его стороне точку, проведите через неё прямую, параллельную другой стороне угла.
- 266.** Постройте в тетради две параллельные прямые и третью, пересекающую их. Сколько углов образовалось?
- 267.** Скопируйте рисунок в тетрадь. Проведите через точки D и C прямые, перпендикулярные данной прямой (рис. 21).



Рисунок 21



- 268.** Найдите значение выражения:
- $(65 + 1440 : 32) \cdot (19^2 - 7^3)$;
 - $(37\ 296 : 37 - 17\ 780 : 35) : 250$.
- 269.** Упростите выражение, применяя сочетательный закон умножения:
- $a \cdot 10 \cdot 7 \cdot b, \quad 9 \cdot x \cdot y \cdot 9, \quad m \cdot 4 \cdot n \cdot 3 \cdot c$;
 - $a \cdot 5 \cdot b \cdot 8, \quad 12 \cdot x \cdot 30 \cdot y, \quad n \cdot 8 \cdot k \cdot 4 \cdot a \cdot b$.
- 270.** Сравните значения выражений:
- $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$;
 - $1 + \frac{1}{3}$ и $1 + \frac{1}{4}$;
 - $1 - \frac{1}{3}$ и $1 - \frac{1}{4}$;
 - $1 : \frac{1}{3}$ и $1 : \frac{1}{4}$.



Проверь себя!

Определите на глаз и проверьте линейкой и угольником, какие из прямых на рисунке 22:

- а) параллельные;
- б) перпендикулярные.

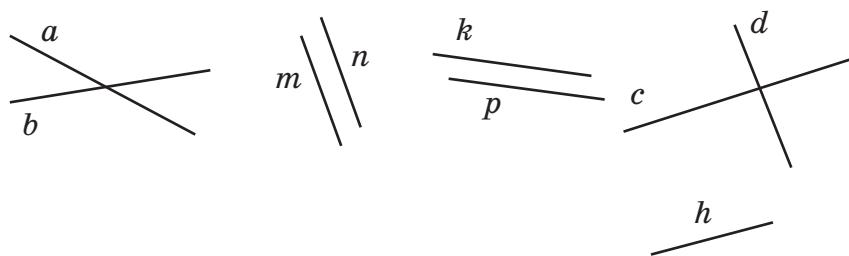


Рисунок 22



271. Проведите в тетради произвольную прямую a . С помощью линейки и угольника постройте три прямые, параллельные прямой a .

272. Проведите в тетради произвольную прямую k и отметьте на ней точки T и M . С помощью транспортира постройте прямые, перпендикулярные прямой k и проходящие через точки T и M .

273. Постройте в тетради треугольник. Проведите через каждую вершину прямые параллельно и перпендикулярно противоположной стороне треугольника.

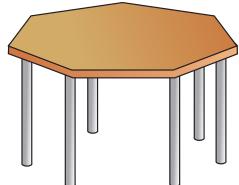


Найдите сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ при различных n . Получилось ли целое число? А может ли получиться целое число при каком-нибудь n ?



§ 12. Ломаная. Многоугольник. Периметр многоугольника

Таблица 3

Представление	Изображение	Обозначение
Ломаная		
Созвездие		Ломаная $ABCDE$ Вершины A, B, C, D, E Звенья AB, BC, CD, DE
Многоугольник		
Поверхность стола		Вершины X, Y, Z, S, L Стороны XY, YZ, ZS, SL, LX

Чтобы построить ломаную, надо отметить на плоскости несколько точек, из которых каждые три соседние не лежат на одной прямой, и последовательно соединить их отрезками. Точки называют **вершинами** ломаной, а отрезки — **звеньями** ломаной (табл. 3). При обозначении ломаной указывают названия её вершин. Так, ломаную на рисунке 23, *a* называют «ломаная MNP ».

Ломаная может быть двухзвенной, трёхзвенной, четырёхзвенной и т. д. Ломаные, изображённые на рисунке 23, *а* и *б*, называют **незамкнутыми**. А ломаные, изображённые на рисунке 23, *в* и *г*, называют **замкнутыми**.

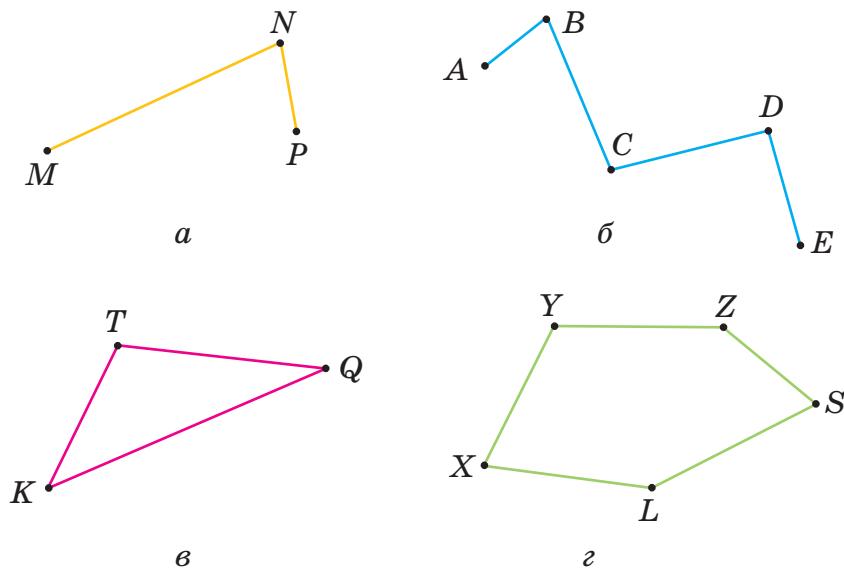


Рисунок 23



Замкнутую ломаную можно называть, начиная с любой вершины. **Длиной ломаной называется сумма длин её звеньев.**

Чтобы построить многоугольник, надо построить замкнутую ломаную. Часть плоскости, ограниченную ломаной, вместе с ломаной называют **многоугольником**. Вершины ломаной называют **вершинами** многоугольника, а звенья ломаной — **сторонами** многоугольника. При обозначении многоугольника указывают названия его вершин, начиная с любой из них.

Треугольник, четырёхугольник, пятиугольник... — это виды **многоугольников**. Так, многоугольник на рисунке 23, г называют «пятиугольник *XYZSL*».

Периметром многоугольника называют сумму длин его сторон. Периметр многоугольника часто обозначается прописной латинской буквой *P* (рис. 24).

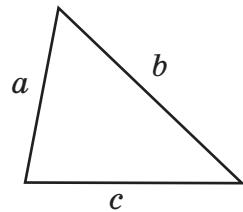
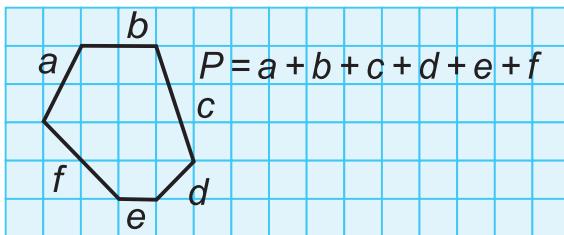


Рисунок 24

Если длины сторон треугольника равны *a*, *b* и *c*, то периметр треугольника находим по формуле:

$$P = a + b + c.$$



- 274.** Начертите в тетради незамкнутую ломаную, состоящую из семи звеньев. Обозначьте вершины ломаной и запишите её обозначение.
- 275.** Начертите в тетради шестиугольник и обозначьте его вершины. Выполнив необходимые измерения, найдите периметр шестиугольника.
- 276.** Длина прямоугольного садового участка $72\frac{1}{2}$ м, ширина — на 15 м меньше. Найдите длину забора вокруг этого участка.
- 277.** Периметр квадратной площадки $36\frac{1}{2}$ м. Найдите длину стороны площадки.
- 278.** Длина участка прямоугольной формы 16 м. Чему равна ширина этого участка, если его периметр равен 51 м?

- 279.** Длина стороны квадрата 15 дм. Найдите длину прямоугольника, если его ширина 12 дм, а периметр такой же, как у квадрата.
- 280.** Ширина прямоугольника 12 см, а длина — в 2 раза больше. Чему равна сторона квадрата, у которого такой же периметр?
- 281.** Спортивная площадка имеет вид прямоугольника, длина которого 400 м, а ширина — 300 м. Сколько времени необходимо, чтобы обойти эту площадку, если в минуту проходить 70 м?
- 282.** Для школьного учебно-опытного участка отвели 4 участка земли прямоугольной формы. Длина одного участка 20 м, а ширина — на 5 м меньше. Какой длины нужна декоративная изгородь, чтобы огородить четыре таких участка?
- 283.** Ширина прямоугольника в 5 раз меньше длины. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 156 см.
- 284.** Периметр прямоугольника равен 54 см, длина — на 5 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.
- 285.** Решите уравнение:
- $50 \cdot 30 \cdot x = 60\,000$;
 - $30 \cdot k \cdot 10 \cdot 30 = 36\,000$;
 - $26 \cdot (x + 427) = 15\,756$;
 - $7308 : (m - 589) = 12$;
 - $(21\,796 + z) : 876 = 409$;
 - $309 + 7585 : x = 514$.
- 286.** Сравните значения выражений:
- $\frac{4}{7}$ и $\frac{4}{9}$;
 - $2 - \frac{2}{3}$ и $1 + \frac{2}{3}$;
 - $1 - \frac{2}{3}$ и $1 - \frac{3}{4}$;
 - $1 + \frac{4}{7}$ и $1 + \frac{4}{9}$.

- 287.** Найдите наибольший общий делитель чисел и наименьшее общее кратное чисел:
- 12 и 20;
 - 50 и 75;
 - 48, 64 и 24.
- 288.** Замените звёздочки в записи числа на цифры так, чтобы число делилось:
- на 5: 254*, 87*, 13*, 8*;
 - на 3: 1033*, 437*, 200*, 16*;
 - на 9: 360*, 1*, 31*, 7*0, *55, *4.



Проверь себя!

- Приведите примеры параллельных и перпендикулярных прямых, которые встречаются в окружающей действительности.
- Начертите в тетради:
 - незамкнутую ломаную, состоящую из трёх звеньев;
 - замкнутую ломаную, состоящую из пяти звеньев.Обозначьте вершины ломаной и запишите её обозначение.
- Начертите в тетради многоугольник и обозначьте его, запишите стороны и вершины этого многоугольника.



- 289.** Начертите в тетради незамкнутую ломаную, состоящую из четырёх звеньев. Обозначьте вершины ломаной и запишите её «имя».
- 290.** Начертите в тетради пятиугольник и обозначьте его вершины. Выполнив необходимые изменения, найдите периметр пятиугольника.
- 291.** Длины двух сторон треугольника равны соответственно 14 см и 17 см. Длина третьей стороны на 6 см больше длины первой стороны треугольника. Чему равен периметр треугольника?

- 292.** Длина забора вокруг квадратного участка земли 1500 м. Найдите длину стороны участка.
- 293.** Ширина прямоугольного участка 20 м. Чему равна длина этого участка, если известно, что его периметр 110 м?
- 294.** Длина прямоугольника 8 см, ширина — 6 см. Найдите сторону квадрата, у которого такой же периметр.



Сколько сторон может иметь фигура, которая является общей частью треугольника и четырёхугольника? Исследуйте, выполняя различные рисунки.



§ 13. Площадь. Единицы измерения площади

Для решения различных практических задач нужно знать, какую площадь занимают поле, стадион, развёртка рулона обоев. На рисунке 25 квадрат и прямоугольник имеют одинаковую площадь, так как содержат одно и то же число квадратиков. Можно сравнивать и измерять площади различных фигур, используя единицы измерения площади. Единицей измерения площади служит площадь единичного квадрата.

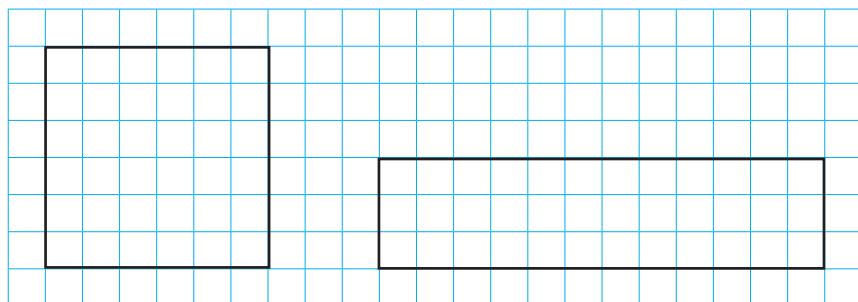


Рисунок 25

Например, если длина стороны квадрата 1 см, то его площадь равна **1 квадратному сантиметру**. Обозначают так: **1 см²**. Квадратный миллиметр и квадратный дециметр — ещё две единицы измерения площади — это площади квадратов со сторонами 1 мм и 1 дм соответственно. Обозначения: **1 мм², 1 дм²**.

Для измерения больших площадей используют единицы измерения площади: **1 квадратный метр (1 м²)**, **1 квадратный километр (1 км²)**.

Узнаем, сколько квадратных сантиметров в одном квадратном дециметре. Для этого поместим в квадрате со стороной 1 дм квадраты со стороной 1 см (рис. 26). В одном ряду уложатся 10 квадратов. Во всём квадрате получится 10 рядов. Отсюда: $1 \text{ дм}^2 = (10 \cdot 10) \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^2$.

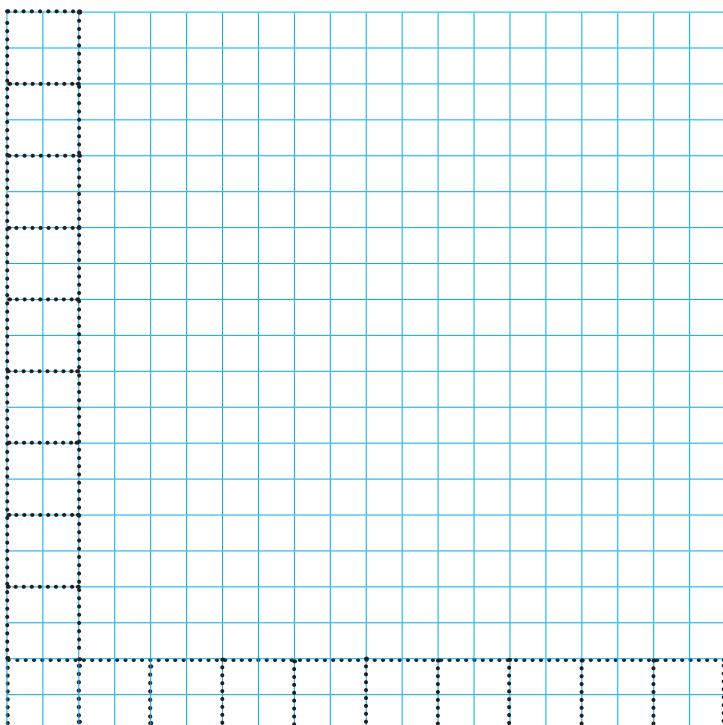


Рисунок 26

Так же рассуждая, получим:

$$1 \text{ см}^2 = (10 \cdot 10) \text{ мм}^2 = 100 \text{ мм}^2;$$

$$1 \text{ м}^2 = (10 \cdot 10) \text{ дм}^2 = 100 \text{ дм}^2;$$

$$1 \text{ м}^2 = (100 \cdot 100) \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2;$$

$$1 \text{ км}^2 = (1000 \cdot 1000) \text{ м}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2.$$

Для измерения земельных участков применяются такие единицы площади, как *ар* и *гектар*. Ар (сокращённо **a**) — это площадь квадрата со стороной 10 м.

$$1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$$

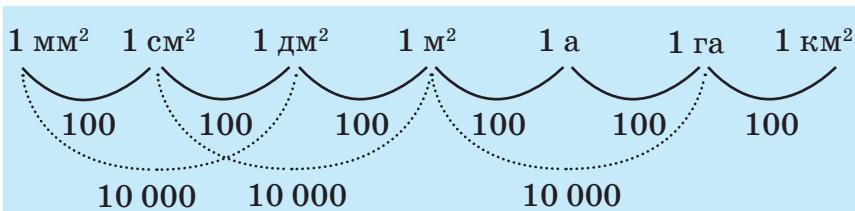
$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ га} = 100 \text{ а}$$



Ары в быту обычно называют сотками, в арах выражают площадь огорода, приусадебного участка. Гектар (сокращённо **га**) — это площадь квадрата со стороной 100 м. В гектарах измеряют площади полей, стадионов, парков.

Схема соотношений между единицами площади





- 295.** В каких единицах вы будете измерять:
- а) площадь школьной тетради;
 - б) площадь участка, который занимает стадион;
 - в) площадь спортивной площадки во дворе?
- 296.** Какая площадь может равняться 6 дм^2 :
- а) пола классной комнаты;
 - б) школьного сада;
 - в) листа бумаги для рисования;
 - г) экрана мобильного телефона?
- 297.** Выразите в квадратных миллиметрах, используя соотношения между единицами площади:
- а) 6 см^2 , 12 см^2 3 мм^2 , 4 дм^2 ;
 - б) 9 см^2 , 20 см^2 36 мм^2 , 5 дм^2 8 мм^2 .
- 298.** Выразите в квадратных сантиметрах, используя соотношения между единицами площади:
- а) 3 м^2 , 7 дм^2 , 19 м^2 8 см^2 , 4000 мм^2 ;
 - б) 5 дм^2 , 11 м^2 , 40 дм^2 6 см^2 , 700 мм^2 .
- 299.** Выразите в квадратных дециметрах, используя соотношения между единицами площади:
- а) 8 м^2 , 1300 см^2 , 4 м^2 13 дм^2 ;
 - б) 20 м^2 , 800 см^2 , 7 м^2 7 дм^2 .
- 300.** Переведите указанные единицы измерения площади в ары:
- а) 6 га , 13 км^2 , $50\,500 \text{ м}^2$;
 - б) 16 га , 8 км^2 , $72\,000 \text{ м}^2$.
- 301.** Переведите в квадратные метры указанные единицы измерения площадей:
- а) 7 км^2 , 15 га , 9 а , $2 \text{ га} 16 \text{ а}$, 15 соток , $60\,000 \text{ см}^2$;
 - б) 12 км^2 , 8 га , 70 а , $44 \text{ га} 2 \text{ а}$, 5 соток , 9000 дм^2 .
- 302.** Переведите в гектары:
- а) $390\,000 \text{ м}^2$, $51\,000 \text{ а}$, 24 км^2 , 6 км^2 3 га ;
 - б) $8\,400\,000 \text{ м}^2$, $120\,000 \text{ а}$, 7 км^2 , 50 км^2 15 га .

- 303.** Выразите в гектарах и арах:
- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| а) 320 а, | в) 790 а, |
| $25\ 400 \text{ м}^2$; | $50\ 200 \text{ м}^2$; |
| б) 1240 а, | г) 1000 а, |
| $600\ 800 \text{ м}^2$; | 100 км^2 . |

Решите задачи.

- 304.** Длина и ширина участка 75 м и 36 м. Вычислите площадь участка и выразите её в арах.
- 305.** Найдите площадь и периметр участка, ширина которого 350 м, а длина — в 4 раза больше. Выразите площадь в гектарах и арах.
- 306.** Площадь поля прямоугольной формы 28 га. Найдите ширину этого поля, если его длина 700 м.
- 307.** Сколько теплиц прямоугольной формы длиной 16 м и шириной 5 м поместится на участке земли площадью 2 га?



- 308.** Найдите значение выражения:
- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| а) $19^2 + 1085$; | в) $21 \cdot 6^2 + 15^2 \cdot 109$; |
| б) $2000 - 37^2$; | г) $4096 : 4^2 - 12^2$. |

- 309.** Результаты взвешивания округлите:
- | |
|--|
| а) до килограммов: 3264 г, 7502 г, 4836 г; |
| б) до центнеров: 436 кг, 562 кг, 1375 кг. |
- 310.** Запишите, какую часть меньшая единица площади составляет от большей:
- | |
|---|
| а) $2 \text{ мм}^2 = \dots \text{ см}^2$, $9 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $24 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$; |
| б) $6 \text{ см}^2 = \dots \text{ дм}^2$, $26 \text{ см}^2 = \dots \text{ м}^2$, $309 \text{ м}^2 = \dots \text{ км}^2$. |



Проверь себя!

1. В каких единицах измеряют:
а) площадь школьной тетради;

б) площадь участка, который занимает населённый пункт, где вы живёте;

в) площадь спортивной площадки?

2. Назовите единицу измерения площади:

а) в 10 000 раз большую 1 м^2 ;

б) в 100 раз меньшую 1 м^2 ;

в) в 100 раз большую 1 см^2 :

г) в 1 000 000 раз меньшую 1 км^2 .



311. Выразите в других единицах измерения, используя соотношения между единицами площади:

а) в квадратных миллиметрах: 14 см^2 , 2 см^2 70 мм^2 , 30 дм^2 5 см^2 ;

б) в квадратных сантиметрах: 8 м^2 , 24 дм^2 , 10 м^2 1 дм^2 , $30 000 \text{ мм}^2$;

в) в квадратных дециметрах: 17 м^2 , 6000 см^2 , 1 м^2 25 дм^2 ;

г) в арах: 60 га , 4 км^2 4 га , 8000 м^2 ;

д) в квадратных метрах: 40 км^2 , 4 га , 36 а , $1 \text{ га} 10 \text{ а}$, 2 сотки , $350 000 \text{ см}^2$;

е) в гектарах: $60 000 \text{ м}^2$, 3000 а , 18 км^2 , 200 км^2 2 га .

Решите задачи.

312. Найдите площадь и периметр прямоугольника, у которого ширина 120 м, а длина в 5 раз больше. Выразите площадь в гектарах и арах.

313. Найдите длину прямоугольного участка поля, если известно, что его площадь 40 га, а ширина 500 м.

314. Работникам льнокомбината выделили для садовых участков 6 га земли. Сколько работников получили участки, если площадь каждого участка 5 соток?



Найдите длины сторон прямоугольника, у которого длины сторон — натуральные числа, а его площадь численно равна периметру.

§ 14. Площадь прямоугольного треугольника и некоторых видов многоугольников

Вам известны формулы площади квадрата и прямоугольника:

$S = a^2$, где a — длина стороны квадрата, S — его площадь;

$S = a \cdot b$, где a и b — длины сторон прямоугольника, S — его площадь.

Измерить площадь любого многоугольника означает узнать, сколько единиц площади (единичных квадратов) в нём содержится. Рассмотрим треугольник с прямым углом (рис. 27). Пусть длины сторон прямого угла равны соответственно a и b .

Чтобы найти площадь треугольника ABC , достроим его до прямоугольника $ABCD$ (рис. 28). Площадь прямоугольника $ABCD$ равна $a \cdot b$. Площадь треугольника ABC будет в два раза меньше.

Можно сформулировать правило:



Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин сторон, образующих прямой угол.

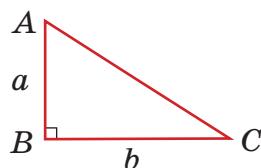


Рисунок 27

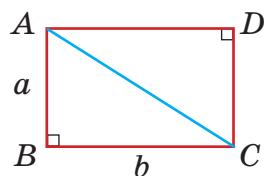


Рисунок 28

Задача 1. Найдите площадь треугольника, у которого стороны, образующие прямой угол, равны 8 см и 12 см.

Решение.

$$S = (a \cdot b) : 2;$$

$$S = (8 \cdot 12) : 2 = 48 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: 48 см².

Для нахождения площадей многоугольников их разбивают на прямоугольники. Тогда площадь многоугольника равна сумме площадей соответствующих прямоугольников.

Задача 2. Найдите площадь кухни, если она имеет форму и размеры, указанные на рисунке 29, а.

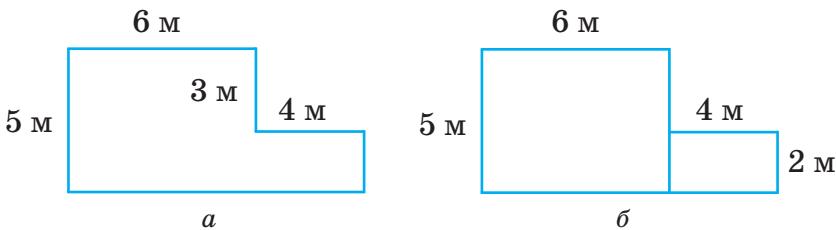


Рисунок 29

Решение.

Площадь кухни можно найти, разбив её на два прямоугольника (рис. 29, б): площадь большего равна $5 \cdot 6 = 30 \text{ (м}^2\text{)}$, а площадь меньшего $2 \cdot 4 = 8 \text{ (м}^2\text{)}$. Тогда площадь кухни равна 38 м^2 .

Ответ: 38 м^2 .



315. Найдите площадь прямоугольника, если она равна квадрату числа, меньшего 7, а его длина в 4 раза больше его ширины.

- 316.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если известно, что стороны, образующие прямой угол, равны:
- 10 дм и 16 дм;
 - 18 см и 25 см;
 - 3 м и 24 дм;
 - 4 м и 30 дм.
- 317.** Найдите площадь прямоугольника, если длины его сторон в сантиметрах есть два последовательных простых числа в ряду натуральных чисел.
- 318.** Вычислите площадь прямоугольника, если длины его сторон являются квадратами двух чётных чисел, меньших числа 6.
- 319.** Известно, что стороны AB и BC прямоугольника $ABCD$ соответственно равны 8 см и 4 см (рис. 30). Найдите площадь треугольника DTC .

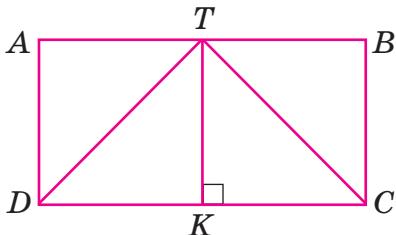


Рисунок 30

- 320.** На рисунке 31 отрезок AE имеет длину 24 см, а отрезок BC — 31 см. Найдите площадь треугольника ABC .

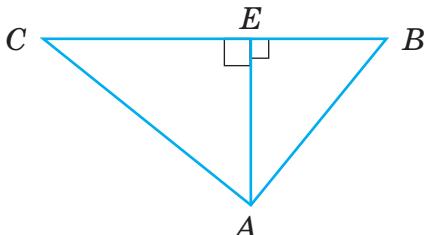


Рисунок 31

- 321.** На рисунке 32 показан план школьного сада. Найдите его площадь.

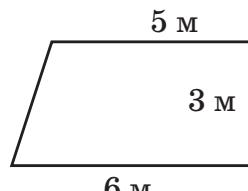


Рисунок 32

-  **322.** Найдите значение выражения:

$$447 + 23 \cdot (20\,000 - 9894 : 97).$$

- 323.** Найдите значение выражения:

$$x - 2\frac{11}{14}, \text{ если } x = 5; 5\frac{1}{2}; 5\frac{1}{12}.$$

- 324.** Сравните:

а) $1 - \frac{1}{5}$ и $1 - \frac{1}{4}$; в) $1\frac{1}{5} - \frac{4}{5}$ и $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$;
б) $1 : \frac{1}{5}$ и $1 : \frac{1}{4}$; г) $1\frac{3}{5} : \frac{1}{5}$ и $1\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5}$.

Решите задачи.

- 325.** Какое наибольшее число одинаковых наборов можно составить, используя для них 45 красных и 36 синих салфеток?
- 326.** Три автомобиля начали движение по одному маршруту одновременно. Первый проходит маршрут за 21 мин, второй — за 35 мин, а третий — за 15 мин. Через сколько минут они ещё раз окажутся вместе в начальном пункте?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова.

Площадь прямоугольного треугольника равна половине..., образующих...



327. Найдите площадь треугольника, если известно, что стороны, образующие прямой угол, равны:

- а) 10 дм и 12 дм; б) 24 см и 27 см.

328. Постройте в тетради треугольник, выполните необходимые измерения и найдите его площадь.

329. Найдите площадь цветника, если он имеет форму и размеры, указанные на рисунке 33.

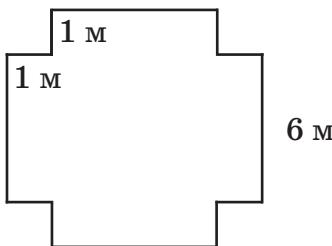


Рисунок 33



Разрежьте квадрат на три треугольника, чтобы из них можно было сложить:

- а) прямоугольный треугольник;
б) тупоугольный треугольник.

§ 15. Среднее арифметическое нескольких чисел

В практических задачах на оценку среднего результата используется понятие среднего арифметического всех результатов.

Пример 1. Наблюдения за 7 лет показали, что в течение года солнечных дней было: 59, 57, 59, 57, 58, 56, 60. Каково среднее число солнечных дней в году?

Найдём количество солнечных дней:

$$59 + 57 + 59 + 57 + 58 + 56 + 60 = 406.$$

Полученную сумму разделим на количество слагаемых: $406 : 7 = 58$.

Число 58 есть среднее арифметическое семи чисел: 59, 57, 59, 57, 58, 56, 60. Оно получено при делении суммы всех чисел на число слагаемых.



Средним арифметическим нескольких чисел называется частное, полученное от деления суммы этих чисел на число слагаемых.

Чтобы найти среднее арифметическое нескольких чисел, надо сумму этих чисел разделить на их количество.

Пример 2. Во время соревнования по прыжкам в длину каждому участнику предоставляются три попытки. Участник соревнования из 5 класса показал результаты: 430 см, 425 см, 435 см. Каков его средний результат?

Средний результат равен среднему арифметическому трёх чисел: 430, 425, 435. Найдём частное от деления суммы этих трёх чисел на 3:

$$(430 + 425 + 435) : 3 = 430.$$

Ответ: 430 см.

Пример 3. Велосипедист ехал 2 ч со скоростью 12 км/ч и 3 ч — со скоростью 16 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста за всё время движения.

Средняя скорость равна пройденному пути, делённому на время движения:

$$(12 \cdot 2 + 16 \cdot 3) : 5 = 14\frac{2}{5} \text{ (км/ч).}$$



330. Найдите среднее арифметическое чисел:

- а) 11, 15 и 19;
- б) 58, 64, 62, 60, 56 и 66;
- в) 18, 23, 19, 24, 25 и 17;
- г) 206, 208, 207, 210 и 209;

д) $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{15}$ и $\frac{1}{20}$;

е) $1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, 4\frac{5}{6}$ и $3\frac{7}{12}$.

Решите задачи.

331. В течение пяти дней температура воздуха была: 15, 12, 17, 23, 18 °С. Определите среднюю температуру воздуха за эти дни.

332. Около школы растёт 6 берёз. Определите их среднюю высоту, если три берёзы имеют высоту $5\frac{1}{2}$ м, две — 6 м, одна — $7\frac{1}{4}$ м.

333. Из восьми ребят, посещающих секцию тенниса, самому младшему 9 лет, ещё одному 10 лет, двоим по 11 лет, троим по 12 лет и ещё одному 13 лет. Определите, каков средний возраст участников секции тенниса.

334. Среднее арифметическое двух чисел равно 64. Одно из чисел равно 48. Найдите второе число.

335. Одно число в 3 раза больше другого, среднее арифметическое этих двух чисел равно 168. Найдите эти числа.

336. Среднее арифметическое трёх чисел равно 200. Второе число больше первого в 2 раза, а третье число больше второго на 15. Найдите каждое из этих чисел.

- 337.** Велосипедист ехал 3 ч со скоростью 14 км/ч и 2 ч — со скоростью 18 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста за всё время движения.
- 338.** Турист в первый день прошёл 28 км за 6 ч, во второй — 15 км за 3 ч, в третий — 21 км за 5 ч, в четвёртый — 24 км за 5 ч. Найдите среднюю скорость движения туриста на всём пройденном пути.
- 339.** С трёх полей, площади которых 74 га, 108 га и 48 га, собрали соответственно 21 т, 63 т и 18 т картофеля. Определите среднюю урожайность картофеля.
- 340.** На первом участке пути турист 6 ч шёл со скоростью 5 км/ч, а на втором — 2 ч ехал на машине. С какой скоростью турист ехал на втором участке, если его средняя скорость на двух участках равна 15 км/ч?
- 341.** Купили 4 кг печенья и 3 кг пряников. Средняя цена купленных печенья и пряников оказалась равной 6 р. за 1 кг. Сколько стоит 1 кг печенья, если 1 кг пряников стоит 8 р.?
- 342.** Среднее арифметическое двух чисел равно $5\frac{1}{2}$, причём $\frac{1}{7}$ первого числа равна $\frac{1}{4}$ второго числа. Найдите эти числа.
- 343.** Решите уравнение:
- а) $\frac{5}{9} + \left(a - \frac{2}{9} \right) = \frac{5}{6};$ в) $3 \cdot x = 8;$
- б) $\left(3\frac{8}{21} + k \right) - 5\frac{13}{21} = 2\frac{4}{7};$ г) $8 \cdot x = 3;$



$$\text{д)} \left(2\frac{1}{24} - x\right) - \frac{1}{12} = 2\frac{1}{6};$$

$$\text{е)} \left(2\frac{1}{24} - x\right) - \frac{1}{12} = 1\frac{1}{24};$$

$$\text{ж)} 1\frac{3}{5} \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) = 3.$$

344. Найдите значение числового выражения:

$$\text{а)} \frac{3}{8} : \frac{3}{5} + 3\frac{5}{9} : 2\frac{2}{3} - \frac{24}{25} : 12;$$

$$\text{б)} 2\frac{3}{14} : 31 + 5 : \frac{1}{2} - 5\frac{1}{12}.$$

Решите задачу.

345. От одной станции одновременно в противоположных направлениях отправились два поезда. Через 12 ч расстояние между ними по железной дороге было 1584 км. Скорость одного поезда на 8 км/ч больше скорости другого. Найдите скорость каждого поезда.



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова.

Средним арифметическим нескольких чисел называется ..., полученное от деления ... этих чисел на ... слагаемых.



346. Найдите среднее арифметическое чисел:

$$\text{а)} 22, 14; \quad \text{г)} 17, 29, 20, 25 \text{ и } 19;$$

$$\text{б)} 13, 27, 68; \quad \text{д)} \frac{3}{5}, \frac{7}{10} \text{ и } \frac{9}{20};$$

$$\text{в)} 1\frac{3}{4}, 1\frac{2}{5} \text{ и } 1\frac{11}{20}; \quad \text{е)} 2\frac{7}{12}, 2\frac{3}{4} \text{ и } 2\frac{1}{2}.$$

Решите задачи.

- 347.** Вычислите средний вес одной пойманной рыбы, если поймано 6 рыб, вес которых: 3 кг, 3 кг, 2 кг, 4 кг, 2 кг, 4 кг.
- 348.** Чтобы узнать массу капли, сначала взвесили пустой стакан, а потом накапали в него 100 капель воды и взвесили снова. Оказалось, что масса пустого стакана 75 г, а масса стакана и капель 82 г. Какова средняя масса одной капли воды?
- 349.** Среднее арифметическое двух чисел равно 23. Найдите второе число, если первое число 35.
- 350.** Одно число в 2 раза меньше другого. Найдите эти числа, если их среднее арифметическое равно 1500.
- 351.** Среднее арифметическое двух чисел равно $4\frac{1}{2}$, причём $\frac{1}{10}$ первого числа равна $\frac{1}{8}$ второго числа. Найдите эти числа.



На некоторую сумму куплены конфеты по цене 9 р. 40 к. за 1 кг и на такую же сумму — по цене 11 р. 60 к. Какова средняя цена конфет?



§ 16. Линейные и столбчатые диаграммы

Вы уже знаете, что таблицы можно использовать для записи информации, которая дана в условии задачи. Таблицы используются для ориентации в окружающей жизни (рис. 34, 35).

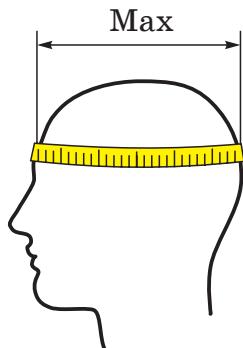


Таблица размеров	
Обхват	Размер
49/50 см	XXXS
51/52 см	XXS
53/54 см	XS
55/56 см	S
57/58 см	M
59/60 см	L
61/62 см	XL
63/64 см	XXL

Рисунок 34

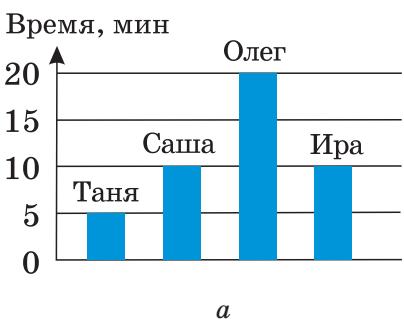
	См	US	RUS	EURO
	26,0	9	40,0	41 1/3
	25,5	8,5	39,0	40 2/3
	25,0	8	38,5	39 1/3
	24,5	7,5	38,0	39 1/3
	24,0	7	37,0	38 2/3
	23,5	6,5	36,5	38,0
	23,0	6	36,0	37 1/3
	22,5	5,5	35,0	36 2/3
	22,0	5	34,5	36,0

Рисунок 35

Для наглядного представления информации в различных областях жизни используют **столбчатые и линейные диаграммы**.

1. По высоте столбиков (рис. 36, а) можно узнать, сколько минут каждый из учеников тратит на путь от дома до школы, а по положению ломаной (рис. 36, б) увидеть, как изменяется температура с утра до вечера.

Столбчатая диаграмма



Линейная диаграмма

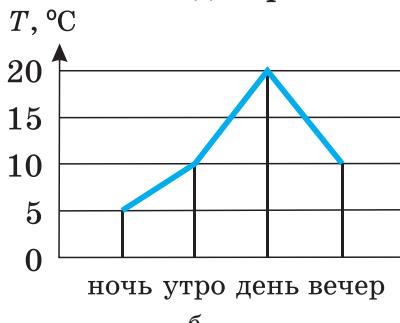


Рисунок 36

2. По высоте столбиков можно судить, например, о наибольшем количестве выпавших осадков (рис. 37).

Количество осадков, мм



Рисунок 37

3. По диаграмме (рис. 38) можно сравнить успеваемость двух классов по четвертям.

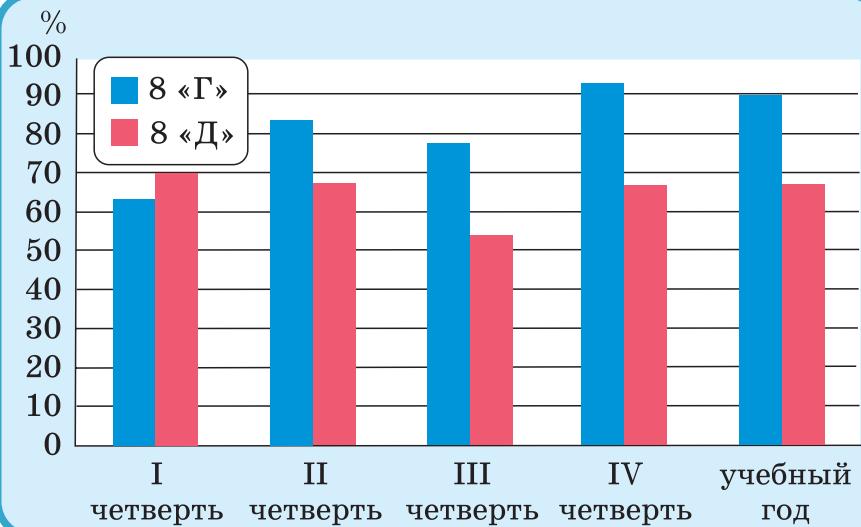


Рисунок 38



Замечание: для столбчатой диаграммы строят прямоугольники одинаковой ширины, а высота столбика соответствует значению величины, которая исследуется.



352. На диаграмме показано количество пациентов, которые приходили к врачу в разные дни недели (рис. 39).

Количество пациентов

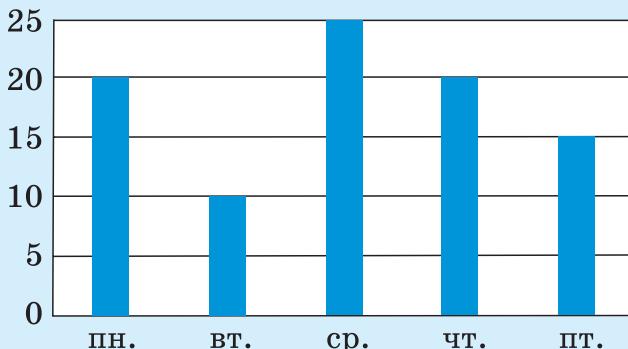


Рисунок 39

Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- в какой день было меньше всего пациентов;
- какой день у врача был самым напряжённым;
- в какие дни у врача было одинаковое количество пациентов?

- 353.** Начертите столбчатую диаграмму по следующим данным: длина Нила примерно равна 6800 км, Дуная — 2900 км, Волги — 3500 км, Дона — 1900 км, Днепра — 2200 км. Для изображения 1000 км длины реки возьмите прямоугольник высотой 1 см.
- 354.** На рисунке 40 в виде столбчатой диаграммы показаны данные о количестве деревьев в парке.



Рисунок 40

Запишите данные диаграммы в виде таблицы и ответьте:

- сколько всего деревьев в парке;
- какого вида деревьев в парке больше всего;
- какого вида деревьев в парке меньше всего.

355. Высота телевизионной вышки в Москве 540 м, Киеве — 380 м, Гродно — 254 м, Гомеле — 192 м, Минске — 176 м.

Округлите данные до десятков и начертите линейную диаграмму, взяв для изображения 10 м высоты вышки отрезок длиной 1 мм.

356. На диаграмме изображены результаты выполнения контрольной работы по математике в 5 классе (рис. 41).

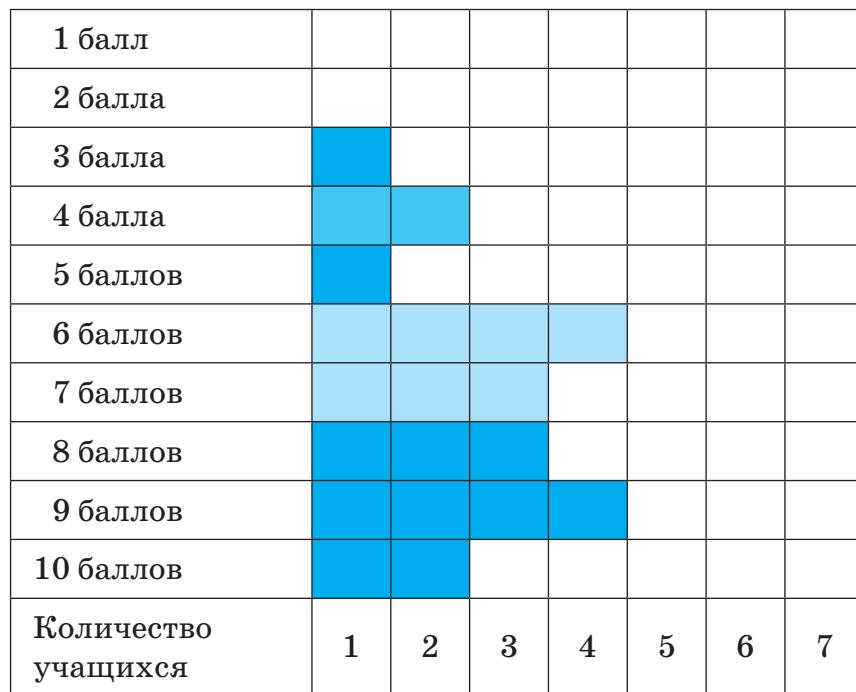


Рисунок 41

Изучите диаграмму и ответьте на вопросы:

- сколько всего учащихся выполнили контрольную работу;
- какая средняя отметка за контрольную работу в классе;

в) какую часть от всех учащихся, писавших контрольную, составляют те, кто получил 7 баллов, 10 баллов, 3–4 балла, 6–7 баллов, 9–10 баллов?



357. Решите уравнение:

а) $x - \frac{2}{3} = \frac{1}{18};$

г) $\frac{19}{20} - x = \frac{1}{4};$

б) $x + \frac{3}{20} = \frac{7}{10} + \frac{1}{4};$

д) $\frac{1}{12} + x = \frac{3}{4} + \frac{1}{6};$

в) $\left(\frac{3}{8} - x\right) - \frac{1}{5} = \frac{1}{20};$

е) $\frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - x\right) = \frac{1}{12}.$

358. Когда Петя прочитал $\frac{3}{5}$ рассказа, ему осталось прочитать ещё 16 страниц. Сколько страниц занимает рассказ?



Проверь себя!

Назовите пропущенные слова (1, 2).

1. Столбчатые и линейные диаграммы используются для наглядного представления

2. Для столбчатой диаграммы строят ... одинаковой ширины, а высота столбика соответствует ... величины, которая исследуется.



359. Пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 42), определите:

а) сколько учащихся ходят в каждую спортивную секцию;

б) в какой спортивной секции больше всего учащихся; меньше всего;

в) есть ли секции, в которых одинаковое количество учащихся.

Количество учащихся



Рисунок 42

360. На рисунке 43 в виде столбчатой диаграммы показаны данные о количестве цветов в парке.

Количество цветов



Рисунок 43

Запишите данные диаграммы в виде таблицы и ответьте:

- сколько всего цветов в парке;
- какого вида цветов больше всего в парке;
- какого вида цветов меньше всего в парке.

- 361.** Проведите в своём классе опрос о любимых занятиях одноклассников после уроков и представьте результаты опроса в виде диаграммы.
- 362.** Сберите информацию о датах рождения своих одноклассников по временам года и представьте результаты опроса в виде диаграммы.



Даны 5 карточек, на которых написаны дроби $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. Можно использовать некоторые (или все) карточки, знаки арифметических действий и скобки. Попробуйте получить таким способом все числа от 0 до 20.

§ 17. Прямоугольный параллелепипед. Куб

Многие предметы окружающего мира имеют одинаковую форму (рис. 44).



Рисунок 44

На рисунке 45 изображён деревянный брускок, который так же, как и другие предметы на рисунке 44, имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его поверхность состоит из прямоугольников, каждый из которых называют **гранью** параллелепипеда. Противоположные грани параллелепипеда равны. У прямоугольного параллелепипеда 6 граней. Стороны прямоугольников называют **ребрами**, их — 12, а вершины прямоугольников — **вершинами** параллелепипеда. У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 12 ребер и 8 вершин.

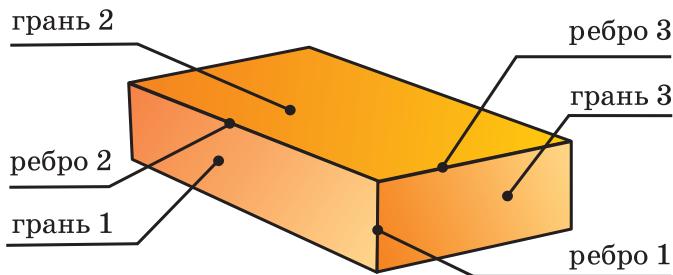


Рисунок 45

В каждой вершине прямоугольного параллелепипеда сходятся три ребра (рис. 46). Их длины называют **измерениями** параллелепипеда: **длиной**, **шириной** и **высотой**.

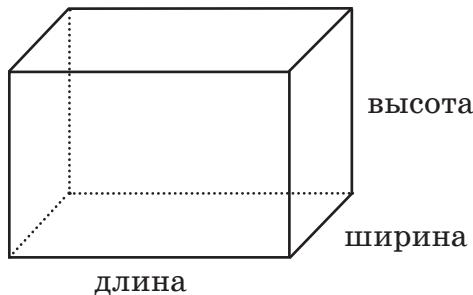


Рисунок 46



Из всех прямоугольных параллелепипедов на практике и при решении задач используется такой, у которого все измерения равны. Он называется **кубом**. Границы куба — это квадраты.

Задача 1. Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько дециметров проволоки было израсходовано, если измерения параллелепипеда следующие: 12 дм, 8 дм, 5 дм.

Решение.

Длина проволоки для каркаса складывается из длин рёбер прямоугольного параллелепипеда. Найти сумму длин всех рёбер параллелепипеда можно двумя способами:

$\ell = 4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c$ или $4 \cdot (a + b + c)$, где a , b и c — длины рёбер.

$$4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c = 4 \cdot 12 + 4 \cdot 8 + 4 \cdot 5 = 48 + 32 + 20 = 100 \text{ (дм)}.$$

Ответ: 100 дм.

Задача 2. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения — 8 см, 6 см и 5 см (рис. 47).

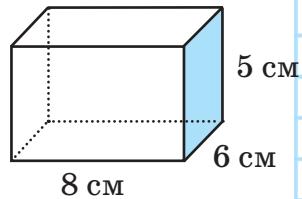


Рисунок 47

Решение.

Поверхность прямоугольного параллелепипеда складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней параллелепипеда равны.

1) $8 \cdot 6 = 48 \text{ (см}^2\text{)} —$ площадь нижней грани (основания);

- 2) $8 \cdot 5 = 40$ (см²) — площадь передней грани;
 3) $6 \cdot 5 = 30$ (см²) — площадь боковой грани;
 4) $2 \cdot (48 + 40 + 30) = 236$ (см²) — площадь всей поверхности.

Ответ: 236 см².



- 363.** Длины рёбер прямоугольного параллелепипеда, изображённого на рисунке 48, следующие: $MN = 9$ см, $NK = 6$ см, $NF = 4$ см.
- а) Запишите длины всех рёбер данного параллелепипеда.
- б) Найдите площадь грани $TKGH$ и грани $NKGF$.

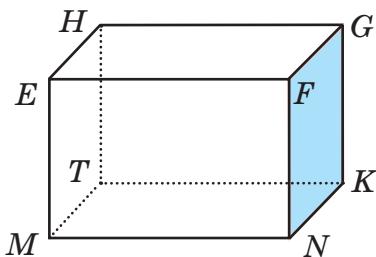


Рисунок 48

- 364.** Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько сантиметров проволоки было израсходовано, если параллелепипед имеет следующие измерения:
- а) 14 см, 20 см, 9 см;
 б) 120 мм, 18 см, 3 дм.
- 365.** Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна:
- а) 25 мм; б) 64 см; в) 7 дм 8 см.
- 366.** Найдите площадь поверхности куба, если его ребро равно:
- а) 6 см; в) 2 м 50 см; д) 15 дм;
 б) 12 дм; г) 8 см; е) 1 м 20 см.

- 367.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения:
- 7 см, 9 см, 3 см;
 - 3 дм, 17 см, 24 см;
 - 1 м, 2 м 5 см, 5 м 20 см.

- 368.** Кубик с ребром 3 см окрасили синей краской, а затем распилили на кубики с ребром 1 см. Сколько всего получилось кубиков? Сколько среди них имеют одну окрашенную грань; две окрашенные грани; три окрашенные грани? Есть ли неокрашенные кубики?



369. Решите уравнения:

$$\text{а) } m + \frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}; \quad \text{б) } \frac{2}{15}a + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}.$$

Решите задачу.

- 370.** Из резервуара с бензином отлили сначала $\frac{2}{5}$, потом $\frac{1}{3}$ всего бензина, и после этого в резервуаре осталось 8 т бензина. Сколько тонн бензина было в резервуаре первоначально?



Проверь себя!

1. Приведите примеры из окружающего мира, которые дают представление о прямоугольном параллелепипеде (кубе).

2. Вставьте пропущенные слова:

- у прямоугольного параллелепипеда ... граней, ... рёбер, ... вершин;
- каждый параллелепипед имеет ... измерения: ... , ... и ... ;
- куб — это ... , у которого все



- 371.** Из проволоки сделали каркас прямоугольного параллелепипеда. Вычислите, сколько дециметров проволоки было израсходовано, если измерения параллелепипеда следующие:
- 16 дм, 32 дм, 21 дм;
 - 2 м, 11 дм, 405 см.

- 372.** Найдите сумму длин всех рёбер куба, если длина одного его ребра равна 2 м 6 см.
- 373.** Найдите площадь поверхности куба, если длина его ребра равна 9 см.
- 374.** Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его измерения: 4 дм, 5 дм, 6 дм.
- 375.** Возьмите какую-нибудь коробку, имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. Проведите необходимые измерения и найдите площадь её поверхности.



Торт упакован в коробку с квадратным основанием. Высота коробки вдвое меньше стороны этого квадрата. Ленточкой длиной 156 см можно перевязать коробку и сделать бантик сверху. А чтобы перевязать её точно таким же бантиком сбоку, нужна ленточка длиной 178 см. Можно ли найти размеры коробки?



§ 18. Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда

При игре в кубики дети складывают их в коробку по рядам, слой за слоем. Если в коробке не остаётся места, значит, объём коробки равен

объёму всех кубиков. Чтобы находить объём различных прямоугольных параллелепипедов и других фигур, используются единицы измерения объёма, например кубический сантиметр — объём куба с ребром 1 сантиметр, сокращённо 1 см^3 .

Если в куб объёмом 1 дм^3 (рис. 49) поместить меньшие кубики объёмом 1 см^3 , то в одном слое уложится $10 \cdot 10 = 100$ кубиков, всего слоёв — 10. Значит,

$$1 \text{ дм}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3.$$

Так же рассуждая, получим:

$$1 \text{ см}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ мм}^3 = 1000 \text{ мм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \text{ дм}^3 = 1000 \text{ дм}^3;$$

$$1 \text{ м}^3 = (100 \cdot 100 \cdot 100) \text{ см}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3;$$

$$1 \text{ км}^3 = (1000 \cdot 1000 \cdot 1000) \text{ м}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3.$$

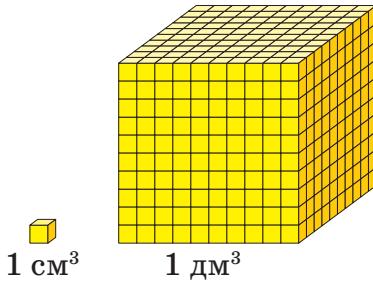
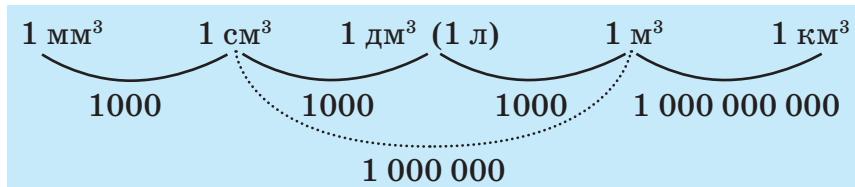


Рисунок 49

1 литр (1 л) — другое название кубического дециметра:

$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$. Тысячную долю литра называют миллилитром, пишут: **1 мл**. То есть **1 мл = 1 см³**.

Используют также и следующие единицы объёма: $1 \text{ гектолитр} = 1 \text{ гл} = 100 \text{ л}$, $1 \text{ декалитр} = 1 \text{ дал} = 10 \text{ л}$.



Измерить объём фигуры — значит сосчитать, сколько кубических единиц в ней содержится.

На рисунке 50 прямоугольный параллелепипед с измерениями 4 см, 3 см и 2 см разбивается на кубики объёмом 1 см³: они укладываются в два слоя, в каждом из которых число кубиков равно произведению 4 · 3. Общее число кубических сантиметров равно 4 · 3 · 2, т. е. объём прямоугольного параллелепипеда равен 24 см³.

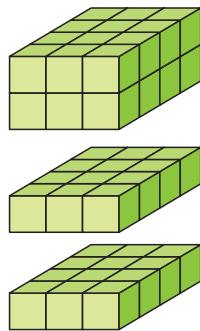


Рисунок 50

 Объём обозначается заглавной латинской буквой V . Если длину, ширину и высоту параллелепипеда обозначим a , b и c , то получим формулу объёма:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.

Объём куба равен: $V = a \cdot a \cdot a$ или $V = a^3$.

Задача 1. Сколько кубических метров дров можно уложить в сарае, имеющем форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 10 м, ширина 4 м и высота 3 м?

Решение.

$$V = a \cdot b \cdot c;$$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 3 = 120 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Ответ: 120 м³.

Задача 2. Известно, что для обработки 1 дм² деревянной поверхности нужно 2 г лака. Сколько понадобится лака, чтобы обработать поверхность деревянного бруса, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с размерами 3 дм, 4 м и 2 дм?

Решение.

Поверхность деревянного бруса складывается из 6 граней, каждая из которых — прямоугольник. Площади противоположных граней равны (рис. 51).

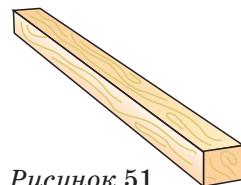


Рисунок 51

$$4 \text{ м} = 40 \text{ дм};$$

1) $3 \cdot 40 = 120$ (дм²) — площадь нижней грани;

2) $3 \cdot 2 = 6$ (дм²) — площадь передней грани бруса;

3) $40 \cdot 2 = 80$ (дм²) — площадь боковой грани бруса;

4) $2 \cdot (120 + 6 + 80) = 412$ (дм²) — площадь всей поверхности бруса;

5) $412 \cdot 2 = 824$ (г) — потребуется лака.

Ответ: 824 г.



376. Выразите в кубических сантиметрах, используя соотношения между единицами объёма:

а) 4 дм³,

15 м³,

11 дм³ 364 см³,

3 м³ 7 дм³,

80 000 мм³;

б) 12 дм³,

6 м³,

5 дм³ 2 см³,

30 м³ 30 дм³,

400 000 мм³.

377. Выразите в кубических дециметрах, используя соотношения между единицами объёма:

а) 6 м³, 240 000 см³, 13 м³ 20 дм³;

б) 30 м³, 4000 см³, 9 м³ 9 дм³;

- в) 12 л, 8 дал, 5000 мл;
г) 7 л, 100 дал, 130 000 мл.

- 378.** Выразите в кубических метрах, используя соотношения между единицами объёма:
а) 4 км³, 60 000 дм³, 9 000 000 см³;
б) 10 км³, 8000 дм³, 150 000 000 см³.
- 379.** Выразите в кубических метрах и дециметрах:
а) 2480 дм³, 60 050 дм³, 37 450 000 см³;
б) 6120 дм³, 80 007 дм³, 13 630 000 см³.
- 380.** Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:
а) $a = 7$ см, $b = 10$ см, $c = 5$ см;
б) $a = 40$ дм, $b = 30$ см, $c = 20$ см;
в) $a = 5$ м, $b = 4$ дм, $c = 12$ см.
- 381.** Найдите объём куба, ребро которого:
а) 5 см; б) 9 дм; в) 2 дм 4 см.

Решите задачи.

- 382.** а) Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина 2 дм, ширина 1 дм 6 см, высота 9 см.
б) Сколько кубических сантиметров занимает кубик, ребро которого 5 см?
в) Комната имеет размеры: длина 8 м, ширина 6 м и высота 3 м. Сколько кубических метров воздуха приходится на каждого из шести сотрудников в этой комнате?
г) Водоём имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами: длина 8 м, ширина 4 м и глубина 3 м. Найдите вместимость водоёма.
- 383.** Объём прямоугольного параллелепипеда 112 дм³, его длина 8 дм, ширина 7 дм. Найдите высоту параллелепипеда.

- 384.** Площадь нижней грани прямоугольного параллелепипеда равна 32 м^2 . Определите высоту этого параллелепипеда, если его объём равен 96 м^3 .
- 385.** Длина прямоугольного параллелепипеда 15 см , она больше ширины в 3 раза, а высота больше ширины на 3 см . Найдите:
- сумму длин всех рёбер параллелепипеда;
 - площадь поверхности параллелепипеда;
 - объём параллелепипеда.
- 386.** Ширина прямоугольного параллелепипеда 12 дм , она в 2 раза меньше длины, а высота больше ширины на 5 см . Найдите площадь поверхности параллелепипеда и его объём.



387. Выполните действия:

$$\begin{aligned} \text{а)} & \left(5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} : 7 \right) : 3 + \frac{3}{28} - \frac{1}{2}; \\ \text{б)} & \left(\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{15} - \frac{1}{3} : \frac{8}{9} \right) : 19 + 1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

- 388.** Решите уравнение, используя зависимость между компонентами действий:

$$\begin{aligned} \text{а)} & 5\frac{1}{3}x - 1 = 1\frac{2}{9}; \quad \text{б)} 4\frac{4}{9}x + 1 = 2\frac{17}{18}. \end{aligned}$$



Проверь себя!

- Назовите единицу измерения объёма:
 - в 1000 раз большую 1 мм^3 ;
 - в 1000 раз меньшую 1 м^3 ;
 - в $1\,000\,000$ раз большую 1 см^3 ;
 - в $1\,000\,000\,000$ раз меньшую 1 км^3 .
- Закончите фразы:
 - объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению его ... , ... , ... ;
 - объём куба с ребром длиной a равен...



389. Используйте соотношения между единицами объёма, чтобы выразить:

- в кубических сантиметрах: 7 дм³, 22 м³, 32 дм³ 80 см³, 4 м³ 9 см³, 5000 мм³;
- в кубических дециметрах: 18 м³, 900 000 см³, 50 м³ 123 дм³;
- в кубических дециметрах: 40 л, 4 дал, 40 000 мл;
- в кубических метрах: 26 км³, 120 000 дм³, 4 000 000 см³.

390. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если:

- $a = 5$ см, $b = 10$ см, $c = 12$ см;
- $a = 20$ дм, $b = 40$ см, $c = 10$ см;
- $a = 1$ м, $b = 2$ дм, $c = 15$ см.

391. Найдите объём куба, ребро которого:

- 4 см;
- 5 дм;
- 1 дм 2 см.

Решите задачи.

392. Высота комнаты 3 м, ширина — 4 м, длина — 7 м. Сколько кубических метров воздуха находится в комнате?

393. Объём комнаты 75 м³, высота — 3 м. Найдите площадь пола.

394. На ферме содержится 50 коров. Длина фермы 25 м, ширина — 10 м. Сколько квадратных метров площади приходится на одну корову, если пол имеет форму прямоугольника?

395. Сколько вёдер воды вмещает бак прямоугольной формы длиной 15 дм, шириной 8 дм и высотой 4 дм, если ведро вмещает 12 л воды?

396. Сколько весит железный стержень длиной 4 м с прямоугольным сечением шириной 3 см и толщиной 2 см, если 1 см³ железа весит 8 г?

- 397.** Деревянный брус имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Его длина 50 см, ширина на 10 см меньше, чем длина, а высота в 2 раза меньше ширины. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить полную поверхность бруса, если для покраски 1 dm^2 поверхности нужно 4 г краски?



Кусок мыла имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Мыло расходуется равномерно каждый день. Спустя 7 дней размеры мыла уменьшились вдвое. На сколько хватит этого мыла, если им будут пользоваться так же, как и в предыдущие 7 дней?



Тест для самопроверки

После изучения этой главы нужно:

1. Знать, что называется числителем, знаменателем дроби. Какие дроби называются правильными, а какие — неправильными.
2. Уметь сравнивать дроби и отмечать их на координатном луце.
3. Уметь выполнять действия с дробями.
4. Знать три основные задачи на дроби.
5. Уметь решать задачи на применение дробей.
6. Уметь строить параллельные и перпендикулярные прямые с помощью линейки и треугольника.
7. Уметь определять периметр многоугольника.
8. Знать правила и уметь применять формулы для вычисления площадей прямоугольника, прямоугольного треугольника. Знать единицы измерения площади.
9. Уметь определять измерения прямоугольного параллелепипеда. Находить площадь его поверхности.

10. Знать единицы измерения объёма и находить объём прямоугольного параллелепипеда.

11. Уметь находить среднее арифметическое нескольких чисел.

12. Использовать диаграммы для получения информации.

Тест

1. Какие из равенств верны:

а) $\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$; в) $\frac{3}{4} = \frac{33}{44}$;

б) $\frac{7}{21} = \frac{21}{62}$; г) $\frac{4}{20} = \frac{60}{200}$?

2. Замените x таким числом, чтобы равенство $\frac{x}{7} = \frac{21}{147}$ было верным:

- а) 3; б) 7; в) 1; г) 2.

3. Можно ли привести к знаменателю 42 дроби:

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{12}$?

4. Расположите дроби в порядке убывания:

а) $\frac{7}{8}$; б) $\frac{7}{17}$; в) $\frac{7}{5}$; г) $\frac{7}{12}$.

5. Металлическую трубу длиной 20 м разрезали на 5 равных частей. Какова длина $\frac{3}{5}$ части трубы:

- а) 5; б) 15; в) 12; г) 14?

6. Вычислите $7\frac{2}{3} - \left(2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{19}$ и выберите правильный ответ:

а) $1\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 7; г) $7\frac{1}{3}$.

7. У брата и сестры 60 марок. Сколько марок у сестры, если у брата $\frac{2}{5}$ всех марок? Выберите правильный ответ:

- а) 12; б) 36; в) 24; г) 45.

8. Ширина комнаты 4 м, длина составляет $\frac{3}{2}$ от ширины, а высота составляет $\frac{1}{2}$ от длины. Вычислите массу воздуха в комнате, если 1 м³ воздуха весит приблизительно $\frac{4}{3}$ кг. Выберите правильный ответ:

- а) 96; б) 48; в) 16; г) 24.

9. В первый день туристы прошли $\frac{1}{3}$, а во второй — $\frac{3}{7}$ намеченного пути. В третий день оставалось пройти последние 10 км. Каков весь пройденный путь? Выберите правильный ответ:

- а) 42; б) 48; в) 30; г) 24.

10. Решите уравнение: $\left(\frac{3}{4}x - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$. Выберите правильный ответ:

- а) 4; б) $4\frac{13}{15}$; в) $1\frac{13}{15}$; г) $\frac{4}{3}$.

Задачи с геометрическими фигурами

1. Парк прямоугольной формы имеет площадь 20 га и ширину 400 м. Какой длины забор потребуется, чтобы огородить парк?

2. Участок, который имеет форму прямоугольника со сторонами 6 м и 4 м, обнесён забором. Во сколько раз увеличится площадь участка, если забор подвинуть изнутри на 1 м в каждую сторону?

3. Вокруг прямоугольной площадки размером $18 \text{ м} \times 20 \text{ м}$ проложена дорожка шириной 1 м. Найдите площадь дорожки.

4. Два дачных участка прямоугольной формы имеют одинаковую длину. Площадь первого участка 160 м^2 , а площадь второго — 140 м^2 . Найдите ширину второго участка, если известно, что в сумме ширина двух участков составляет 15 м.

5. Участок квадратной формы одной стороной примыкает к дому, а с трёх других сторон обнесён оградой, которая отстоит от участка на 3 м. Вычислите площадь участка, если длина всей ограды 105 м.

6. Сколько краски потребуется для того, чтобы покрасить потолок в комнате длиной 7 м 50 см и шириной 5 м 20 см, если на покраску 1 м^2 уходит 200 г краски?

7. Квадратный участок земли разбили на четыре части: газон (Γ), цветник ($\Ц$), огород ($\О$) и сад ($\С$). Сад и цветник — квадраты. Периметр сада — 80 м, а цветника — 20 м. Чему равен периметр газона?

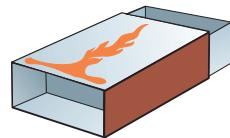
Γ	$\Ц$
$\С$	$\О$

8. Таня разрезала квадратный лист картона со стороной 5 дм на два прямоугольника. Периметр одного из этих прямоугольников равен 16 дм. Чему равен периметр другого прямоугольника?

9. Коробку обвязали ленточкой. Найдите длину ленточки, если длина коробки 24 см, ширина — 16 см, высота — 5 см, а на бантик вместе с концами ленты ушло 3 дм.



10. Найдите площадь картона, который затратили на изготовление спичечного коробка со следующими размерами: длина — 50 мм, ширина 35 мм, толщина — 15 мм.



11. Бак с квадратным основанием $10 \text{ дм} \times 10 \text{ дм}$ и высотой 5 дм наполнен квасом. На сколько сантиметров понизится уровень кваса, если из бака отлил 100 л кваса?

12. Сколько нужно купить рулонов обоев, чтобы оклеить стены комнаты длиной 7 м 50 см, шириной 5 м 20 см и высотой 3 м 20 см? (Длина рулона обоев 10 м, ширина — 55 см.)

13. Покрасили здание, высота которого 8 м, ширина — 15 м, длина — 18 м. Сколько израсходовали пакетов белила, если в одном пакете 16 кг, а на 1 м^2 при покраске уходит 500 г?

14. Необходимо огородить территорию участка забором. Участок имеет длину 120 м и ширину 20 м. Сколько для этого потребуется досок, если на 1 м^2 забора идёт 5 досок, а высота забора 2 м?

15. Участок сада в форме прямоугольника имеет длину 120 м и ширину 80 м. Участок обнесён изгородью из кустарника. Саженцы кустарника продаются по 50 р. за сотню, а для 1 м изгороди нужно 2 саженца кустарника. Сколько денег потребуется на покупку кустарника?

Исторические сведения

Дроби появились в глубокой древности. Необходимость в них возникла у человека при разделе добычи, когда количество добытого не делилось нацело на число охотников, а также при измерении величин, когда результат измерения не удавалось выразить натуральным числом. Таким образом, приходилось учитывать части единицы измерения, и людям потребовались дроби.

Термин «дробь», как и его аналоги в других языках, происходит от латинского *fractura*, который, в свою очередь, является переводом арабского термина с тем же значением: *ломать, раздроблять*.

В истории развития дробных чисел встречаются дроби трёх видов:

1) единичные дроби или доли (дроби с числителем, равным 1);

2) систематические дроби (дроби, у которых числителями могут быть числа любого вида, а знаменателями — только числа некоторого частного вида, например степени 10 или 60);

3) дроби общего вида (числителями и знаменателями могут быть числа любого вида).

Все народы употребляли «половинки», «трети», «четвертушки» и т. д., причём у каждого народа для них были свои обозначения. Вслед за этим в разные эпохи и у разных народов стали появляться различные виды дробей.

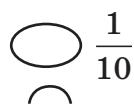
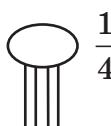
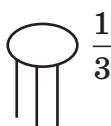
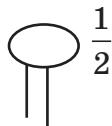
Первыми в Древнем Египте появились единичные дроби, у которых сначала были маленькие знаменатели, а затем и большие. Дроби ви-

да $\frac{1}{n}$, где n — натуральное число, называют

египетскими (единичными или основными). Если нужно было использовать другие дроби, египтяне представляли их в виде суммы основных дробей.

Например, вместо $\frac{9}{20}$ писали $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$. Египетские

числа складывать было неудобно, потому что при сложении двух одинаковых дробей появляется дробь вида $\frac{2}{n}$, а таких дробей египтяне не допускали. Когда в результате получалась любая не основная дробь, её заменяли суммой основных дробей. Это было очень трудоёмким делом. Поэтому египтяне составляли таблицы представления обыкновенных дробей в виде сумм основных, только знаки сложения не писали. Этот египетский способ мы тоже используем, когда записываем смешанное число.



Задача из папируса Ахмета. Разделить 7 хлебов между 8 людьми, сделав наименьшее число разрезов.

Если резать каждый хлеб на 8 частей, а для этого нужно сделать 7 разрезов, то всего для разрезания 7 хлебов придётся провести 49 разрезов. Египтяне решали эту задачу так: дробь $\frac{7}{8}$ записывали в виде суммы дробей:

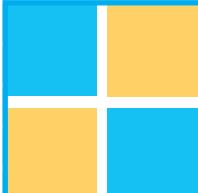
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}.$$

Значит, каждому человеку надо дать полхлеба, четверть хлеба и восьмушку хлеба. Поэтому четыре хлеба надо разрезать пополам, два хлеба — на 4 части и один хлеб — на 8 частей. Теперь каждому можно дать его часть. Получилось, что надо сделать всего 17 разрезов:

$$4 + 6 + 7.$$

Предложите своё решение.

Современную систему записи дробей с числителем и знаменателем создали в Индии в первые века нашего летоисчисления. Тогда записывали знаменатель сверху, а числитель снизу и не было дробной черты. Записывать дроби так, как они записываются сейчас, стали арабы.



ПОВТОРЕНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ИЗУЧЕННОГО

Задания для тренировки

1. Какую цифру вместо звёздочки надо поставить в запись числа $269\ 56^*$, чтобы получилось число, кратное:
а) 2 и 3; б) 5 и 9; в) 10?
2. Разложите число 72 на простые множители.
3. Найдите НОД чисел 410 и 630.
4. Найдите НОК чисел:
 $a = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$.
5. Из чисел 1257, 2972, 3675, 4671 выберите кратные:
а) 2; б) 3; в) 9; г) 5; д) 3 и 5.
6. Найдите НОК чисел 60, 72, 30.
7. Найдите НОК чисел 420, 140, 180.
8. Найдите НОК и НОД чисел:
а) 80 и 72; б) 40 и 92.
9. Являются ли числа 324 и 111 взаимно простыми числами? Найдите для них НОД и НОК.
10. Для подарков закупили 136 фломастеров и 170 ручек.
 - а) Для какого наибольшего числа детей можно составить одинаковые подарки?
 - б) Сколько фломастеров и ручек было в каждом подарке?
11. Составьте двузначные числа так, чтобы они были кратны:
а) 3 и 5; б) 2 и 3; в) 5 и 9.

12. Сократите дробь:

а) $\frac{5}{15}$; б) $\frac{14}{18}$; в) $\frac{24}{60}$.

13. Найдите среди дробей равные дроби и запишите их:

$\frac{19}{22}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{14}{16}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{1}{3}$.

14. Сократите дробь:

а) $\frac{42}{60}$; б) $\frac{55}{130}$; в) $\frac{30}{201}$; г) $\frac{126}{522}$.

15. Сократите дробь, представив в виде произведения:

а) $\frac{4 \cdot 8 \cdot 7}{8 \cdot 4 \cdot 9}$; б) $\frac{5 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 6}$.

16. Числитель и знаменатель всех данных дробей можно разделить на одно и то же число. Выполните это деление и запишите полученное равенство:

$\frac{18}{21}$, $\frac{30}{42}$, $\frac{33}{36}$, $\frac{12}{39}$.

17. Какую часть от килограмма составляет:

а) 20 г; б) 100 г; в) 250 г?

18. Сократите дробь, представив дробь в виде произведения:

а) $\frac{9 \cdot 7 \cdot 4}{4 \cdot 9 \cdot 10}$; б) $\frac{5 \cdot 7 \cdot 2}{15 \cdot 14 \cdot 17}$.

19. Сократите дробь, представив числитель в виде произведения:

а) $\frac{5 \cdot 12 + 12 \cdot 7}{12 \cdot 14}$; б) $\frac{7 \cdot 16 - 7 \cdot 10}{12 \cdot 7}$.

20. Сократите дробь:

а) $\frac{16}{20 \cdot m}$; в) $\frac{14 \cdot y}{42}$; д) $\frac{7 \cdot a \cdot b}{14 \cdot a}$;

б) $\frac{5 \cdot a}{15}$; г) $\frac{25 \cdot m}{40 \cdot n}$; е) $\frac{15 \cdot a}{3 \cdot b}$.

21. Сократите дроби и вычислите:

а) $\frac{42 \cdot 5 + 42 \cdot 3}{42 \cdot 16}$; б) $\frac{34 \cdot 3 - 2 \cdot 34}{68}$.

22. Какие из дробей $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{2}$ можно привести к знаменателю 70? Запишите эти дроби и приведите их к знаменателю 70.

23. Выразите в минутах:

а) $\frac{1}{4}$ ч; б) $\frac{2}{3}$ ч; в) $\frac{1}{6}$ ч.

24. При каких натуральных значениях x верно равенство:

а) $\frac{16}{40} = \frac{x}{5}$; б) $\frac{7}{x} = \frac{63}{36}$; в) $\frac{x}{12} = \frac{25}{60}$?

25. Сравните дроби:

а) $\frac{8}{15}$ и $\frac{8}{17}$; б) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{15}$; в) $\frac{3}{14}$ и $\frac{2}{3}$.

26. Вычислите:

а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$; в) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$;

б) $\frac{3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$; г) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{12}$.

27. Выполните действия:

а) $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3}$.

28. Выполните действия:

а) $9\frac{3}{5} - 7\frac{5}{6} - 1$;

в) $4 - 1\frac{1}{7} + \frac{2}{3}$;

б) $4\frac{3}{14} + \frac{1}{7} - 2\frac{3}{4}$;

г) $5 - \frac{3}{7} + 1\frac{4}{7}$.

29. Решите уравнение:

$$6\frac{1}{12} - k = 4\frac{2}{3}.$$

30. Велосипедист за первый час проехал $9\frac{1}{3}$ км,

за второй — на $\frac{3}{5}$ км больше, а за третий —

на $1\frac{1}{2}$ км меньше, чем за второй час. Верно ли, что за третий час велосипедист проехал не меньше $8\frac{1}{2}$ км?

31. Какое время показывают часы через $\frac{1}{3}$ ч после полуночи?

32. На какое число надо увеличить $1\frac{4}{5}$, чтобы получить $6\frac{2}{3}$?

33. Решите уравнение:

а) $x - \frac{2}{5} = 2\frac{3}{7} - \frac{8}{35}$;

б) $y + \frac{3}{8} = 2\frac{5}{8} - 1\frac{6}{7}$.

34. Вычислите, выбирая наиболее рациональный способ:

$$12\frac{5}{6} - 5\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}.$$

35. Верно ли, что при любом значении a дробь $\frac{a + 2 \cdot a + 5 \cdot a + 7 \cdot a}{835\,245}$ сократима?

- 36.** Представьте дробь $\frac{11}{15}$ в виде суммы трёх дробей, числитель каждой из которых равен 1.
- 37.** Вычислите значение выражения, применив распределительный закон умножения:
- а) $42 \cdot \left(1 - \frac{5}{42}\right)$; в) $\frac{7}{15} \cdot 3\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$;
- б) $\left(9 - \frac{4}{15}\right) \cdot 15$; г) $\frac{5}{13} \cdot 7 + \frac{8}{13} \cdot 7$.
- 38.** Вычислите:
- а) $\frac{1}{4} \cdot 216 \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{216}$; б) $4\frac{1}{3} \cdot 6\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{13}$.
- 39.** Упростите выражение:
- а) $\frac{9}{11} \cdot \frac{11}{14} \cdot y$; б) $\frac{5}{13} \cdot \frac{26}{35} \cdot z$.
- 40.** Вычислите:
- $\frac{14}{17} \cdot \left(2\frac{4}{7} + 1\frac{3}{14}\right) - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{19}$.
- 41.** Найдите числа, обратные данным: $\frac{5}{9}; \frac{5}{3}; 0$.
- 42.** Запишите четыре правильные дроби, каждая из которых больше $\frac{1}{5}$.
- 43.** Проверьте, правильно ли выполнено умножение:
- $56 \cdot \left(1 - \frac{6}{7}\right) = 56 - \frac{56}{7} = 48$.
- 44.** Вычислите:
- а) $\left(4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} - \frac{4}{7}\right) : 3\frac{1}{2}$; б) $2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{9} + 6\frac{8}{11} : 1\frac{2}{7}$.

45. Решите уравнение:

а) $x - \frac{5}{9} = 2\frac{1}{4}$; б) $\frac{3}{8} : \frac{3}{11} = a : 2\frac{1}{11}$.

46. Выполните действия:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4} \right) - 1\frac{1}{24}.$$

47. Турист прошёл за три дня 32 км. В первый день он прошёл $\frac{3}{10}$ пути, во второй — $\frac{2}{5}$ остатка. Сколько километров пути прошёл турист в третий день?

48. Решите уравнение:

$$\left(\frac{5}{6} \cdot x - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{6}.$$

49. Выполните действия:

$$\left(\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{8}{9} \right)^2.$$

50. Найдите значение выражения:

$$4\frac{4}{5} : \frac{4}{17} : 3\frac{2}{5} - \frac{6}{17}.$$

51. Какое из чисел меньше: m или n , если $\frac{2}{5}$ от m равны $\frac{5}{7}$ от n ?

52. Число 72 545:

- а) кратно 9; в) кратно 10;
б) кратно 5; г) кратно 3.

Выберите правильные ответы.

53. Вычислите:

$$9 - 2\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4} - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} \right) \cdot 3.$$

54. Решите уравнение:

$$1\frac{1}{9} \cdot y + \frac{7}{18} = 1\frac{1}{4}.$$

55. Найдите число:

а) $3\frac{5}{8}$ которого равны 232;

б) $7\frac{6}{7}$ которого равны 1155.

56. Два поезда из одного пункта идут в противоположных направлениях и удалились друг от друга на расстояние 100 км. Скорость одного из них 70 км/ч, а скорость другого — в $1\frac{2}{5}$ раза меньше. Через сколько часов расстояние между ними будет 170 км?

57. Проверьте, являются ли взаимно обратными числа 4 и $\frac{25}{100}$.

58. Вычислите:

$$10 + \left(6\frac{1}{4} - 5\frac{3}{8} \right) : \frac{5}{16} - \left(3\frac{1}{4} - 2\frac{3}{10} \right) : \frac{4}{5}.$$

59. На покраску пола израсходовали 32 кг краски, что составило $\frac{1}{4}$ краски, купленной на складе. Сколько краски было на складе, если куплено было $\frac{4}{25}$ имевшейся там краски?

60. Сравните значения выражений:

а) $2 - 1\frac{2}{3}$ и $1 - \frac{2}{3}$; б) $1 - \frac{4}{7}$ и $1 - \frac{4}{9}$;

- в) $1:\frac{4}{7}$ и $1:\frac{4}{9}$; е) $5\frac{3}{7} - 2\frac{4}{7}$ и $2\frac{6}{7}$;
- г) $5 - 2\frac{2}{3}$ и $4 - 1\frac{2}{3}$; ж) $12\frac{3}{5} - 6\frac{2}{3}$ и $5\frac{1}{15}$.
- д) $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{4}$ и $5 - 1\frac{1}{2}$;

61. Найдите корень уравнения:

а) $6\frac{5}{16} - x = 1\frac{7}{12}$; б) $1\frac{3}{5} + \left(x + \frac{2}{5}\right) = 3$.

62. Найдите значение выражения:

а) $12\frac{2}{21} - \left(5\frac{3}{49} - 1\frac{4}{7}\right)$; б) $\frac{4}{21} - \frac{4}{77} + \frac{4}{7}$.

63. Решите уравнение:

а) $4\frac{2}{25} + x = 5\frac{8}{45}$; в) $12\frac{17}{20} - x = 1\frac{9}{20}$;

б) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot x = 1$; г) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot x \cdot \frac{2}{3} = 1$.

64. Выполните действия:

а) $3\frac{5}{7} - 1\frac{3}{7} + 4\frac{2}{7}$; б) $3\frac{5}{7} - \left(1 - \frac{2}{7}\right)$.

65. Вычислите:

а) $1\frac{7}{24} - \frac{5}{24}$; в) $2\frac{7}{24} - 1\frac{5}{24}$;

б) $2\frac{7}{24} - 1$; г) $\frac{4}{39} - \frac{2}{91} + \frac{3}{13}$.

Задачи для проверки знаний

Натуральные числа

1. За один час Лена прочитывает 20 страниц, а Катя за два часа — 38. Кто из девочек быстрее прочитает книгу, если они будут читать одинаковое количество часов?
2. На каникулах Вася решил улучшить свои знания и решить не менее 100 задач. По сколько задач ему нужно решать ежедневно, если каникулы делятся на 8 дней?
3. Таня попросила у продавца 9 ручек, на что тот назвал стоимость покупки 6 р. 33 к. Как девочка поняла, что продавец ошибся, если она не знала цену одной ручки?
4. Для праздника «Золотая осень» дети принесли 60 яблок, 48 груш и 120 слив. Какое максимальное количество одинаковых наборов фруктов можно сделать, чтобы каждый набор содержал яблоки, груши и сливы?
5. Поезд Минск — Брест отправляется в 17:30 и прибывает в 21:48. Средняя путевая скорость поезда — 84 км/ч. На этом маршруте будет 6 остановок по 2 минуты каждая. Какой путь будет пройден поездом по железной дороге?
6. На покупку игрушек для детского дома было выделено 200 р. В таблице представлены цены на товар. Какой набор игрушек можно купить на выделенную сумму? Не забудьте учсть, что в детском доме есть и мальчики, и девочки.

Наименование товара	Цена
Кукла	8 р.
Машинка	7 р.
Набор солдатиков	2 р.
Набор игрушечной посуды	3 р.
Домик для куклы	50 р.
Настольная игра	21 р.
Машинка на радиоуправлении	58 р.
Мяч	6 р.
Скакалка	2 р.
Набор фигурок зверей	7 р.
Танк	9 р.
Заяц плюшевый	10 р.

- Маша выходит в школу в 7:30 и идёт 30 мин со скоростью 82 м/мин. Однажды Маша вышла из дома в 7:40 и побежала со скоростью 100 м/мин. Опоздала ли она на урок, если он начинается в 8:00?
- Швейная фабрика сшила школьную форму для 5 «А» по 60 р. за комплект и для 5 «Б» по 55 р. за комплект. Когда родители пришли за заказом, то заплатили 2410 р. за 42 комплекта. Сколько школьников в каждом классе?

9. Таксист за день проезжает 200 км, а средний расход бензина на 100 км составляет 8 л. Какую сумму нужно отложить, чтобы ему хватило заправить машину на весь сентябрь, если 1 л бензина стоит 1 р. 20 к.?
10. В лагере 300 отдыхающих и 15 воспитателей. Сколько рейсов нужно сделать автобусу вместимостью 40 человек, чтобы отвезти всех в бассейн?
11. Для строительства дачного домика можно использовать один из двух типов фундамента: из бетона или из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 5 м³ пеноблоков и 2 мешка цемента. Для фундамента из бетона необходимы 4 т щебня и 5 мешков цемента. 1 м³ пеноблоков стоит 34 р., 1 т щебня — 24 р., а мешок цемента — 7 р. Сколько будет стоить материал, если выбрать более дешёвый вариант?
12. Миша знает, что Витя живёт в 175-й квартире 9-этажного дома. В каком подъезде и на каком этаже живёт Витя, если в первом подъезде 36 квартир?
13. Прогулочный речной катер следует по маршруту к базе отдыха (по течению реки) и обратно. Сколько времени катер тратит на весь маршрут, если до базы отдыха идёт 60 мин, собственная скорость катера 300 м/мин, скорость течения реки 60 м/мин и возле базы отдыха катер делает остановку на 30 мин?
14. Из Минска в направлении Слуцка отправились одновременно 2 человека: один пешком, а другой на велосипеде. В то же время из Слуцка в Минск выехал мотоциclist,

который встретился с велосипедистом через 4 ч, а с пешеходом — через 5 ч после выезда из Слуцка. Найдите расстояние от Минска до Слуцка, зная, что скорость пешехода 6 км/ч, а велосипедиста — 15 км/ч.

15. Куплено 6 кг яблок и 2 кг груш. За всю покупку заплачено 20 р. Сколько стоит 1 кг яблок и 1 кг груш, если 1 кг груш стоит вдвое дороже 1 кг яблок?

Выражения. Уравнения

16. Составьте выражение по условию задачи.
В школу Вася идёт 20 мин, а обратно в n раз быстрее. Сколько времени Вася идёт из школы домой?
17. Жетон на метро стоит 65 к., а билет на автобус или троллейбус — 60 к. Сколько денег потратит студент на проезд до библиотеки и обратно, если ему нужно проехать на метро, потом две остановки на автобусе и одну — на троллейбусе? Ответьте на вопрос задачи, если цена на жетон станет n , а на автобус t копеек.
18. Для приготовления варенья нужно 5 кг яблок. Одно яблоко в среднем весит 100 г. Сколько штук яблок нужно для варенья? Решите задачу, если одно яблоко весит: а) 150 г; б) x граммов.
19. На рынке хозяйка купила 3 кг яблок по 1 р. 30 к. за 1 кг, 4 кг груш по 1 р. 45 к. и 2 кг винограда по 1 р. 80 к. за 1 кг. Сколько денег заплачено за всю покупку? Рассчитайте стоимость покупки, если бы яблок было a кг, груш — c кг, а винограда — b кг.

- 20.** На распечатку одного листа А4 уходит 2 мл чернил, а одной фотографии — 10 мл. В таблице представлены возможные варианты количества распечаток листов и фотографий. Рассчитайте объём необходимого количества чернил на каждый случай.

A4	2	4	7	13	10	5	11	n
Фото	13	11	8	0	5	10	4	k
$A_4 \cdot 2 + \Phi \cdot 10$								

- 21.** Катя выехала из колледжа на велосипеде со скоростью 140 м/мин. Даша осталась на тренировку и выехала вслед за ней только через 40 мин со скоростью 210 м/мин. Догонит ли Даша Катю раньше, чем Катя приедет домой, если путь до дома Кати из колледжа составляет 3 км?
- 22.** Две подружки живут на расстоянии 950 м друг от друга. Они договорились встретиться в кафе «Мечта», которое находится между ними в 550 м от первой подружки. На сколько минут раньше нужно выйти первой подружке, если её скорость 3 км/ч, а скорость второй — 6 км/ч, чтобы прийти в кафе одновременно?
- 23.** В дневной рацион слона в зоопарке входит: по 9 кг ржаного хлеба и сена, 25 кг картофеля, моркови на 10 кг меньше, чем картофеля, а свёклы в два раза больше, чем моркови. Сколько килограммов продуктов нужно для того, чтобы слону их хватило на год?

- 24.** Вася в школьном буфете обычно покупал две булочки по 50 к., шоколадку за 75 к. и сок за 60 к. Сколько денег Вася тратил в школьном буфете за одну учебную неделю; за месяц? От чего Васе придётся отказаться, если все продукты подорожают на 5 к., а размер его карманных денег не изменится?
- 25.** У Светы было 40 р. для покупки книги по математике стоимостью 16 р., тетрадей в клетку и карандашей. Тетрадь стоит 4 р., а карандаш — 2 р. Обозначьте количество тетрадей через t , а количество карандашей через s и составьте выражение с переменной для нахождения стоимости покупки. Найдите все возможные варианты покупки.
- 26.** Петя и Марина учили слова английского языка. Петя в течение двух недель запоминал по a слов в день, а Марина — по 16 слов с дней. Во сколько раз Марина выучила слов больше, чем Петя? Составьте выражение и найдите его значение при $a = 12$, $c = 7$.
- 27.** Из Минска в одном направлении выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого велосипедиста на 5 км/ч больше скорости второго. У каждого из велосипедистов была радио, которая работает на расстоянии 10 км. Сработает ли радио у велосипедистов через 4 ч езды?
- 28.** Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов в третий, куда они договорились прибыть одновременно. Первый прибыл на место встречи через 3 ч. Какова скорость каждого велосипедиста, если вместе они

проехали 60 км, а путь второго был длиннее пути первого на 6 км?

29. В первом классе всего 25 учащихся. Из них 7 любят груши, 11 — апельсины, 2 — груши и апельсины, 6 — груши и яблоки, 5 — яблоки и апельсины. Но есть в классе двое учеников, которые любят и груши, и яблоки, и апельсины, и четверо таких, что не любят никакие из этих фруктов. Сколько учащихся этого класса любят яблоки?

Обыкновенные дроби

30. Для ремонта помещения купили 600 штук кафельной плитки. Сколько нужно купить пачек клея, если одной пачки хватает на 27 таких плиток?
31. По рецепту приготовления пирога в тесто нужно положить половину чайной ложки ванилина и третью часть столовой ложки сахара. Представьте эти данные в виде дроби и переведите в граммы, если в одной чайной ложке 5 г ванилина, а в одной столовой ложке 6 г сахара.
32. Паломники в первый день за 5 ч прошли 20 км. На следующий день по маршрутному листу им нужно пройти ещё 38 км. За какое время они пройдут этот путь, если будут идти с той же скоростью, что и в первый день?
33. Собственная скорость катера равна $21\frac{3}{5}$ км/ч, а скорость течения реки — $4\frac{7}{10}$ км/ч. Найдите скорость катера по течению реки.

- 34.** Петя прочитал рассказ за 1 ч 40 мин. На прочтение первой главы у него ушло $\frac{1}{5}$ этого времени, а второй — $\frac{1}{3}$ остального времени. Сколько времени мальчик читал каждую главу?
- 35.** В стакан помещается 180 г сахара, муки — на 50 г меньше, чем сахара, а манной крупы — на 30 г больше, чем муки. Какова масса всех продуктов, если по рецепту в тесто нужно положить $\frac{3}{4}$ стакана сахара, два с половиной стакана муки и $\frac{2}{3}$ стакана манной крупы?
- 36.** В детский сад привезли яблоки. В младшие группы раздали $\frac{19}{22}$ всех яблок, а в средние — $\frac{5}{7}$ остатка, после этого осталось 6 яблок. Сколько яблок привезли в детский сад?
- 37.** Даша едет к бабушке в деревню на автобусе. Автобус 3 часа двигался со скоростью 70 км/ч. Сколько ещё времени будет ехать Даша, если автобус снизил скорость до 50 км/ч, а оставшееся расстояние составляет четвёртую часть того, что она уже проехала?
- 38.** Маша и Таня вышли из школы и пошли в противоположных направлениях. Скорость Марии — $4\frac{1}{2}$ км/ч, а Тани — на $\frac{1}{3}$ км/ч меньше. Спустя 30 мин Маша вспомнила, что забыла отдать книгу Тане. Девочка позвонила своей подруге, и они пошли навстречу друг другу с прежними скоростями. Через сколько минут после выхода из школы они встретятся снова?

39. Один автомат по выпуску мороженого в стаканчиках выдает 20 стаканчиков за 30 секунд, а второй — 15 за это же время. Сколько стаканчиков мороженого выдадут автоматы, если будут работать вместе 1 час?
40. Средняя отметка за контрольную работу составила 6 баллов. Сколько учащихся получили отметку выше 6 баллов, если всего в классе 25 человек, а оценку ниже 6 баллов получили в четыре раза меньше учащихся, чем тех, кто получил отметку не ниже 6 баллов?
41. Бассейн должен быть заполнен на $\frac{3}{4}$. Для того чтобы успеть наполнить бассейн до начала сеанса, включили две трубы. Одна из них заполняет бассейн за 12 ч, а другая — за 16 ч. Какую часть бассейна останется заполнить после 4 ч одновременной работы двух труб?
42. Для того чтобы расставить свою коллекцию кукол, у Нasti была одна большая полка и четыре маленькие. На большую полку вместились четверть коллекции. Те куклы, что остались, девочка разместила на маленькие полки по 9 штук на каждой. Сколько всего было кукол у Нasti, если три куклы не поместились на полке?
43. Пациенту прописали пить по $\frac{1}{4}$ таблетки 3 раза в день. В одной упаковке содержится 3 пластины по 10 таблеток. Какого наименьшего количества упаковок хватит пациенту, если курс лечения длится 93 дня?

- 44.** На пять фабрик поступило одинаковое количество заказов. После того как три фабрики выполнили по 147 заказов, у них осталось столько заказов, сколько у двух других было первоначально. Сколько всего заказов поступило на фабрики?

Задачи для любознательных

Нумерация чисел

1. Запишите триллион: а) при помощи четырёх тысяч и знаков действий; б) при помощи шести сотен и знаков действий.
2. Запишите и прочитайте все восьмизначные числа, сумма цифр в каждом из которых равна 2. Сколько таких чисел?
3. Во всех трёх равенствах, составленных из спичек, допущены ошибки:

$$\begin{array}{rcl} \cancel{X} \parallel = \cancel{V} \parallel - \cancel{V} & \quad & \cancel{V} \parallel = \cancel{V} - \cancel{|} \\ \cancel{|} + \cancel{V} = \cancel{V} & & \end{array}$$

Переложите в каждом из них по одной спичке так, чтобы равенства стали верными.

4. Сколько среди двузначных чисел таких, в записи которых:
 - имеется хотя бы одна цифра 5;
 - число десятков больше числа единиц?
5. Напишите наименьшее натуральное число, составленное из всех возможных различных цифр.
6. Напишите наименьшее натуральное число, составленное из всех возможных различных цифр, делящееся без остатка на 3.

7. Найдите четырёхзначное число, две средние цифры которого образуют число, в четыре раза большее числа тысяч и в два раза большее числа единиц.
8. В числе 61 837 452 вычеркните 4 цифры так, чтобы оставшиеся цифры в том же порядке составили:
 - а) наибольшее число;
 - б) наименьшее число.

Арифметические действия над натуральными числами и нулём и их свойства

9. Для призов куплено 4 книги. Все книги без первой стоят 84 р., без второй — 80 р., без третьей — 76 р., без четвёртой — 72 р. Какова стоимость каждой книги?
10. Пять девочек купили 100 тетрадей. Катя и Вера купили 52 тетради, Вера и Юля — 43, Юля и Соня — 34, Соня и Маша — 30. Сколько тетрадей купила каждая из них?
11. Сколько разных произведений, кратных десяти, можно составить из чисел 2, 3, 5, 1?
12. Найдите наибольшее трёхзначное число, которое при делении на 21 в частном даёт 20.

Делимость натуральных чисел

13. Докажите, что из трёх любых натуральных чисел всегда можно выбрать такие два, сумма которых делится на 2.
14. Сколько чисел от 1 до 100 таких, каждое из которых делится на 5, но в своей записи не имеет ни одной пятёрки?
15. Верно ли: «Разность между трёхзначным числом и суммой его цифр всегда делится на 9»?

- 16.** Докажите, что слово *ABABA* делится на 7, если в нём буквами *A* и *B* обозначены любые цифры. (Однаковые буквы обозначают одинаковые цифры.)
- 17.** Если из задуманного трёхзначного числа вычесть 6, то полученная разность разделится на 6; если вычесть 7, то полученная разность разделится на 7; если вычесть 5, то полученная разность разделится на 5. Какое наименьшее число задумано?
- 18.** На вопрос «Сколько среди двузначных чисел таких, у каждого из которых сумма цифр равна 9?» Петя стал перебирать двузначные числа подряд, отбирая нужные ему. Какой способ решения задачи более короткий?
- 19.** Найдите наименьшее шестизначное число, делящееся на 3, 11 и 13 без остатка.

Простые и составные числа.

Разложение чисел на множители

- 20.** В семье пятеро детей. Четверо из них на 2, 6, 8 и 12 лет старше самого младшего, причём возраст каждого ребёнка в годах выражается простым числом. Сколько лет младшему?
- 21.** Перемножив четыре числа, школьница получила в результате число, цифра единиц которого 0. Какие числа она перемножила и какой получила результат, если множители — простые последовательные числа?
- 22.** Как только Лёня назвал число 17 — сумму четырёх простых чисел, Ваня сразу нашёл их произведение, но Лёня слагаемых не называл. Как рассуждал Ваня? Чему равно найденное им произведение?

23. На какую цифру может оканчиваться произведение двух а) однозначных, б) простых неоднозначных чисел?
24. Верно ли, что при сложении двух, трёх, четырёх или пяти первых последовательных нечётных чисел натурального ряда можно получить простое число?

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное

25. Найдите наибольший общий делитель всех четырёхзначных чисел, записанных при помощи цифр 1, 2, 3, 4 без повторений.
26. Найдите правильную дробь, которая не изменяется, если её запись перевернуть «вверх ногами».
27. Сравните дроби $\frac{31}{41}$ и $\frac{311}{411}$.
28. Какая дробь больше: $\frac{700\ 700\ 701}{700\ 700\ 703}$ или $\frac{800\ 800\ 801}{800\ 800\ 804}$?
29. Надя собиралась купить сумочку ценой в целое число рублей. Ровной суммы у неё не оказалось, и она дала продавцу 9 р. — наименьшую сумму, которой хватило на покупку, — и получила сдачу. Сколько стоила сумочка?
30. Петя взял у Лены книгу на три дня. В первый день он прочитал полкниги, во второй — треть оставшихся страниц, а в третий день — количество страниц, равное половине страниц, прочитанных за первые два дня. Успел ли Петя прочитать за три дня книгу?

- 31.** Дорога от дома до школы занимает у Коли 20 мин. Однажды по дороге он вспомнил, что забыл дома ручку. Коля знал, что если он продолжит путь в школу с той же скоростью, то придёт за 8 мин до звонка, а если вернётся домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, он опаздывает к началу урока на 10 мин. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил, что забыл дома ручку?

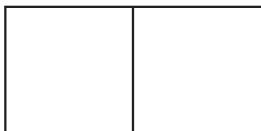
Логические задачи

1. В трёх коробках имеются цветные шарики: в первой — только красные, во второй — только зелёные, в третьей — красные и зелёные. На каждой коробке нарисованы шарики: на первой — красный, на второй — зелёный, на третьей — красный и зелёный. Известно, что цвет шариков, находящихся в каждой коробке, не соответствует рисунку на ней. Как, взяв только один шарик из одной коробки, поменять на них рисунки в соответствии с цветом шариков, находящихся в них?
2. В очереди на карусель стоят Юля, Ира, Оля, Саша и Катя. Юля стоит перед Ирой, но после Кати. Оля и Катя не стоят рядом, а Саша не находится рядом ни с Катей, ни с Юлей, ни с Олей. В каком порядке стоят девочки?
3. В тёмной комнате лежат ботинки одного размера: 12 пар чёрных и столько же серых. Какое наименьшее количество ботинок надо взять, чтобы среди них оказалась хотя бы одна пара (левый и правый ботинки) одного цвета, если в темноте нельзя отличить не только цвет ботинок, но и левый от правого?

4. Возраст детей в семье 5, 8, 13 и 15 лет, зовут их Таня, Юра, Света и Лена. Сколько лет каждому из них, если одна девочка ходит в детский сад, Таня старше Юры, а сумма лет Тани и Светы делится на 3?
5. В бочке 28 л воды. Имеются 2 ведра объёмом по 7 л и сосуд объёмом 4 л. Как в каждое из вёдер можно налить по 6 л?
6. В бидоне несколько вёдер молока. Как из него отлить 6 л в другой бидон с помощью 9-литрового и 5-литрового бидонов?
7. После дня рождения у Кролика Винни Пух поправился на $\frac{1}{10}$ своего веса, а через неделю похудел на $\frac{1}{10}$ своего нового веса. Верно ли, что после этого вес Винни Пуха стал первоначальным?
8. Натуральный ряд чисел записывают от числа 1 до 1000 в обратном порядке: 1000, 999, 998 ... 1. Какая цифра стоит на 2018-м месте?
9. Детскую площадку рассчитывают построить на участке с периметром 160 м. Каковы должны быть размеры площадки, чтобы её можно было разбить на квадратные участки со стороной 8 м?
10. В квадратный зал для занятий спортом привезли два одинаковых квадратных ковра. Когда их положили в противоположные углы, то они в два слоя накрыли квадрат площадью 4 м², а непокрытая часть составила 32 м². Какова площадь зала?

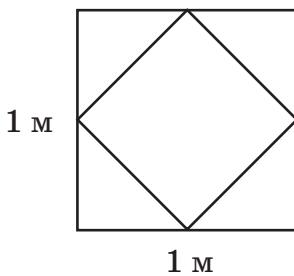
Наглядная геометрия

1. Кусок проволоки длиной 40 см согнули так, что получился квадрат. Какова площадь этого квадрата?
2. Из куска проволоки согнули квадрат, площадь которого 36 см^2 . Затем проволоку разогнули и согнули из неё треугольник с равными сторонами. Какова длина сторон треугольника?
3. Прямоугольник составили из двух квадратов со стороной 8 см. Вычислите его площадь.

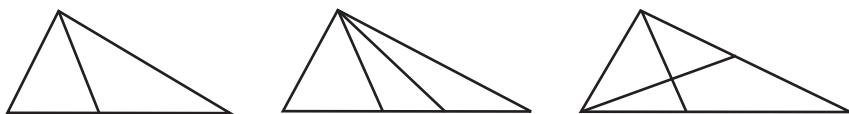


4. Из четырёх одинаковых квадратов сложили один большой квадрат. Найдите его периметр, если периметр данного квадрата 16 см.
5. Квадрат, периметр которого 24 дм, разрезали пополам (на два одинаковых прямоугольника). На сколько сантиметров периметр квадрата больше периметра одного из прямоугольников?
6. Сумма периметров трёх равных квадратов 48 см. Найдите площадь и периметр прямоугольника, который можно сложить из этих квадратов.
7. Катя и Максим разрезали два одинаковых прямоугольника. У Кати получились два прямоугольника, каждый периметром 40 см, а у Максима два прямоугольника, каждый периметром 50 см. Какой периметр имели первоначальные прямоугольники?

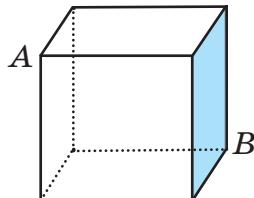
8. Длинную нитку сложили вдвое, ещё раз вдвое и ещё раз вдвое. Получившуюся толстую нитку разрезали на две части и разобрали обратно на тонкие ниточки. Оказалось, что две из этих ниточек имеют длины 4 см и 9 см. Какова наименьшая возможная длина исходной нитки?
9. Сколько квадратных сантиметров составляет площадь внутреннего квадрата?



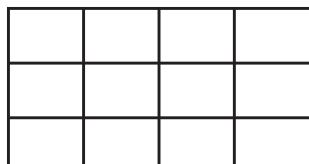
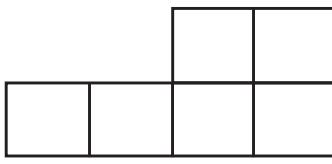
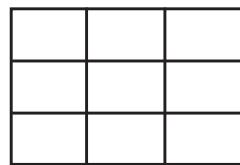
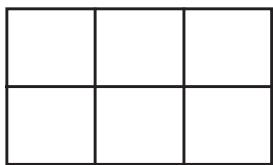
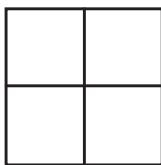
10. Постройте угол. Внутри угла проведите 5 лучей. Сколько образовалось углов?
11. Сколько треугольников можно насчитать на рисунках?



12. Муравей должен переползти по рёбрам проволочного куба из точки A в точку B. Сколько для него существует кратчайших путей?



- 13.** Сколько прямоугольников на каждом из рисунков (квадрат — тоже прямоугольник)?



- 14.** Имеется прямоугольный параллелепипед, изготовленный из проволоки. Измерения параллелепипеда равны 10 см, 20 см и 30 см. Чему будет равен объём куба, изготовленного из этой же проволоки?
- 15.** Имеются кубики с ребром 1 см. Сколько понадобится таких кубиков, чтобы сложить куб с ребром 1 дм?
- 16.** Из всех рёбер проволочного куба объёмом 1000 см^3 выложили квадрат. Какова площадь получившегося квадрата?

ОТВЕТЫ

Глава 3

§ 1. 6. 57 слов. 7. 45 книг. 8. 18 мин. 9. 136 км.
10. 60 учащихся. 11. 100 листов; 30 листов.
12. 140 см. 13. 20 задач. 14. 35 лет, 14 лет.
15. 6 км. 16. 40 м^2 . 17. а) 12; б) 8; в) 1671; г) 1.
18. б) 675; 27; 11 340, или 21 240, или 31 140, или 41 040, или 41 940, или 51 840, или 61 740, или 71 640, или 81 540, или 91 440; 135, или 234, или 333, или 432, или 531, или 630, или 738, или 837, или 936; 207, или 297. 19. 32 м.
24. 10 м. 25. 35 фломастеров. 26. 9 мин. 27. 6 дней.
28. 360 см^2 . 29. 150 квартир (во втором доме), 100 квартир (в третьем доме).

§ 2. 32. б) $\frac{5}{1} = 5$; $\frac{10}{10} = 1$; $\frac{27}{9} = 3$; $\frac{16}{1} = 16$;
 $\frac{24}{2} = 12$; $\frac{24}{3} = 8$; $\frac{24}{4} = 6$; $\frac{24}{6} = 4$. 33. $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2}$;
 $2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$; $20 = \frac{20}{1} = \frac{40}{2}$; $8 = \frac{8}{1} = \frac{24}{3}$. 34. а) 6; б) 4;
в) 2; г) 8. 35. б) $\frac{2}{5}; \frac{3}{4}; \frac{5}{7}; \frac{3}{5}$. 36. $\frac{37}{50}$. 37. $\frac{31}{365}; \frac{28}{365}$.
38. $\frac{75}{225} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$. 39. $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$. 40. $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$. 41. $\frac{9}{55}$.
42. 24 девятиклассника. 43. $\frac{7}{10}$. 44. $\frac{11}{24}$. 45. 18 лет.
46. б) $\frac{1}{6}, \frac{7}{12}$. 47. б) $\frac{2}{5}, \frac{11}{100}, \frac{9}{1000}$. 48. б) $\frac{17}{1000}$ кг,

$\frac{4}{5}$ т, $\frac{1}{20}$ ц. **49.** б) $\frac{3}{50}$ дм², $\frac{13}{5000}$ м², $\frac{309}{1\ 000\ 000}$ км².

50. б) НОД (30; 20; 25) = 5; НОК (30; 20; 25) = = 300. **51.** а) 2441; б) 631. **52.** в) 12; г) 2306;

д) 922; е) 1331. **58.** $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{56}{173}$.

62. 6 рыб; $\frac{2}{7}$.

§ 3. **67.** а) при $m = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$; б) при $m = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12$. **68.** б) $1\frac{4}{5}$;

$1\frac{3}{10}$; $3\frac{0}{25}$; $4\frac{11}{100}$; $0\frac{11}{20}$; $66\frac{2}{3}$; $28\frac{4}{7}$; $22\frac{2}{9}$; $18\frac{2}{11}$.

69. б) $1\frac{3}{7}$; $4\frac{1}{6}$; $5\frac{3}{20}$. **70.** б) $\frac{15}{8}$; $\frac{11}{3}$; $\frac{38}{5}$; $\frac{211}{100}$;

$\frac{14}{11}$; $\frac{27}{11}$; $\frac{36}{11}$; $\frac{37}{8}$. **71.** б) $1\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$. **73.** а) 25; б) 722;

в) 30. **74.** 32. **75.** $\frac{7}{11}$ м. **76.** 2 км/ч. **77.** 50 км/ч.

84. $\frac{3}{8}$ кг. **85.** 40 км.

§ 4. **86.** а) $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$, $\frac{1}{11} < \frac{4}{11}$, $\frac{8}{8} < \frac{9}{8}$, $\frac{5}{5} = \frac{10}{10}$;

б) $\frac{13}{19} > \frac{3}{19}$, $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$, $\frac{9}{4} > \frac{4}{4}$, $\frac{2}{2} = \frac{9}{9}$; в) $\frac{11}{13} < \frac{13}{13}$, $\frac{2}{9} < \frac{5}{9}$,

$\frac{6}{6} = \frac{7}{7}$, $\frac{3}{3} < \frac{8}{3}$. **87.** $\frac{1}{19}, \frac{3}{19}, \frac{4}{19}, \frac{5}{19}, \frac{7}{19}, \frac{9}{19}, \frac{12}{19}, \frac{15}{19}$,

$\frac{18}{19}, \frac{19}{19}$. 88. $\frac{99}{100}, \frac{51}{100}, \frac{45}{100}, \frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{11}{100}, \frac{9}{100}$,

$\frac{3}{100}$. 89. а) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{4}, \frac{5}{9}$; в) $\frac{1}{11}, \frac{3}{10}$. 90. а) $\frac{3}{12}$ и $\frac{4}{12}$;

б) $\frac{7}{14}$ и $\frac{2}{14}$; в) $\frac{24}{40}$ и $\frac{5}{40}$; г) $\frac{9}{90}$ и $\frac{70}{90}$; д) $\frac{18}{42}$ и $\frac{35}{42}$;

е) $\frac{16}{36}$ и $\frac{27}{36}$; ж) $\frac{40}{55}$ и $\frac{22}{55}$; з) $\frac{24}{104}$ и $\frac{39}{104}$.

91. а) $\frac{2}{8} < \frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{9} < \frac{3}{9}$; в) $\frac{8}{20} > \frac{7}{20}$; г) $\frac{6}{12} > \frac{5}{12}$;

д) $\frac{28}{40} > \frac{9}{40}$; е) $\frac{12}{75} > \frac{8}{75}$; ж) $\frac{17}{150} < \frac{35}{150}$; з) $\frac{29}{180} < \frac{50}{180}$.

92. а) $\frac{8}{18}$ и $\frac{3}{18}$; б) $\frac{20}{24}$ и $\frac{9}{24}$; в) $\frac{5}{20}$ и $\frac{6}{20}$; г) $\frac{27}{30}$ и

$\frac{2}{30}$; д) $\frac{6}{45}$ и $\frac{25}{45}$; е) $\frac{4}{120}$ и $\frac{9}{120}$; ж) $\frac{54}{210}$ и $\frac{5}{210}$;

з) $\frac{4}{110}$ и $\frac{15}{110}$. 93. а) $\frac{7}{9}, \frac{2}{3}, \frac{3}{8}$; б) $\frac{2}{5}, \frac{7}{16}, \frac{13}{30}$; в) $\frac{3}{11}$,

$\frac{4}{25}, \frac{3}{16}$. 95. а) $\frac{20}{10}, \frac{4}{2}, \frac{2}{1}$; б) $\frac{70}{10}, \frac{7}{1}$; в) $\frac{5}{5}, \frac{3}{3}, \frac{1}{1}$; г) $\frac{3}{1}, \frac{9}{3}$;

$\frac{7}{7}, \frac{1}{1}$; д) $\frac{120}{10}, \frac{12}{1}$. 96. а) $\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}$. 97. 12 наборов.

98. 7000 кг. 99. 250 га. 100. 30 учащихся.

101. а) $\frac{5}{9} < \frac{8}{9}$; б) $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$; в) $\frac{8}{3} > \frac{3}{3}$; г) $\frac{7}{7} = \frac{4}{4}$.

102. $\frac{99}{100}, \frac{51}{100}, \frac{45}{100}, \frac{33}{100}, \frac{17}{100}, \frac{9}{100}$. 103. а) $\frac{1}{9} > \frac{1}{12}$;

б) $\frac{2}{15} < \frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{3} > \frac{7}{4}$. 104. а) $4 > \frac{15}{4}$; б) $\frac{19}{5} < \frac{21}{5}$; в) $\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$

г) $\frac{24}{7} > 3\frac{2}{7}$. 105. а) $\frac{4}{20}$ и $\frac{5}{20}$; б) $\frac{11}{66}$ и $\frac{6}{66}$; в) $\frac{12}{21}$ и $\frac{14}{21}$

г) $\frac{65}{156}$ и $\frac{84}{156}$. 106. а) $\frac{9}{12} < \frac{11}{12}$; б) $\frac{12}{15} > \frac{7}{15}$; в) $\frac{4}{24} < \frac{13}{24}$

г) $\frac{24}{56} < \frac{45}{56}$. 107. а) $\frac{3}{15}$ и $\frac{5}{15}$; $\frac{15}{18}$ и $\frac{3}{18}$; $\frac{2}{12}$ и $\frac{3}{12}$

б) $\frac{27}{36}$ и $\frac{8}{36}$; $\frac{7}{16}$ и $\frac{8}{16}$; $\frac{25}{60}$ и $\frac{18}{60}$; в) $\frac{48}{84}$ и $\frac{35}{84}$; $\frac{10}{15}$ и $\frac{1}{15}$

$\frac{8}{36}$ и $\frac{21}{36}$; г) $\frac{55}{66}$ и $\frac{18}{66}$; $\frac{6}{21}$ и $\frac{10}{21}$; $\frac{76}{240}$ и $\frac{27}{240}$.

108. а) $\frac{2}{3} < \frac{7}{10}$; б) $\frac{3}{8} < \frac{15}{32}$; в) $\frac{5}{18} < \frac{7}{12}$.

§ 5. 109. а) $\frac{4}{7}, \frac{7}{10}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}$; б) $\frac{7}{10}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{9}, \frac{3}{5}$,

г) $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}$. 110. а) $\frac{1}{2}, \frac{2}{13}$; б) $\frac{3}{5}, \frac{7}{17}$. 111. а) $\frac{13}{21}, \frac{1}{10}, \frac{33}{40}$

б) $\frac{29}{45}, \frac{1}{3}, 1\frac{1}{60}$; в) $\frac{4}{15}, 1\frac{1}{8}, \frac{5}{36}$; г) $\frac{1}{35}, \frac{16}{27}, \frac{13}{30}$; д) $\frac{53}{63}$

$\frac{4}{7}, \frac{3}{10}$; е) $1\frac{19}{30}, \frac{1}{6}, \frac{13}{60}$; ж) $1\frac{31}{63}, \frac{1}{4}, \frac{5}{18}$; з) $1\frac{11}{36}, \frac{2}{3}, \frac{17}{30}$.

112. а) $1\frac{1}{24}$; б) $\frac{13}{30}$; в) $1\frac{1}{16}$; г) $\frac{31}{60}$; д) $\frac{1}{5}$; е) $\frac{2}{3}$.

113. а) $\frac{27}{80}, \frac{21}{100}$; б) $\frac{19}{72}, \frac{3}{5}$. 114. а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

б) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} < \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$. 115. а) $\frac{11}{72}$; б) $\frac{13}{80}$; в) $\frac{14}{45}$; г) $\frac{31}{40}$;

- д) $\frac{37}{45}$; е) $\frac{49}{90}$. 116. а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{12}$; в) $\frac{7}{15}$; г) $\frac{3}{7}$. 117. $\frac{7}{12}$.
 118. $\frac{7}{24}$. 119. $\frac{11}{12}$. 120. 600 га. 121. $\frac{3}{4}$ кг. 122. $\frac{9}{10}$.
 123. 1 ч 14 мин. 124. $\frac{29}{60}$; $\frac{31}{60}$. 125. б) $\frac{21}{200}$ кг, $\frac{1}{4}$ ц,
 $\frac{7}{1000}$ т. 126. 12 мальчиков. 127. 245 км. 128. $\frac{9}{10}$.
 129. 50 км. 130. а) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, 1. 131. а) $\frac{9}{56}$, $\frac{13}{36}$;
 в) $\frac{7}{18}$, $1\frac{6}{25}$. 132. а) $1\frac{1}{5}$; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{133}{360}$. 133. а) $\frac{4}{15}$;
 б) $\frac{29}{150}$; в) $\frac{11}{24}$; г) $\frac{67}{72}$. 134. $\frac{1}{24}$. 135. $\frac{3}{4}$. 136. $\frac{46}{125}$ т.
 137. $\frac{1}{6}$. 138. $\frac{3}{8}$. 139. 3920 р.

- § 6.** 140. а) $4\frac{2}{5}$, $1\frac{5}{7}$, $6\frac{3}{5}$; б) 8 , $2\frac{1}{7}$, $9\frac{2}{5}$; в) $6\frac{3}{7}$, $8\frac{7}{9}$,
 $4\frac{3}{4}$; г) 4 , $4\frac{2}{7}$, $10\frac{1}{4}$. 141. а) $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{10}$; б) $2\frac{1}{3}$,
 $3\frac{2}{7}$, $4\frac{1}{2}$; в) $4\frac{5}{8}$, $4\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{5}$; г) $3\frac{7}{9}$, $5\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{3}$; д) $1\frac{5}{12}$, $1\frac{5}{7}$,
 $1\frac{1}{2}$. 142. а) $12\frac{1}{6}$, $4\frac{7}{11}$, $7\frac{1}{3}$; б) 6 , $7\frac{3}{13}$, $7\frac{1}{6}$; в) $\frac{7}{8}$,
 8 , $5\frac{2}{3}$; г) $8\frac{7}{15}$, $2\frac{2}{7}$, $3\frac{2}{3}$. 143. а) $7\frac{2}{15}$, $3\frac{5}{14}$, $4\frac{7}{120}$;

- б) $5\frac{5}{12}$, $4\frac{2}{3}$, $4\frac{7}{48}$; в) $5\frac{6}{35}$, $8\frac{4}{9}$, $2\frac{23}{60}$; г) $1\frac{1}{18}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{12}$; д) $\frac{17}{30}$, $4\frac{65}{84}$, $1\frac{13}{14}$; е) $\frac{22}{35}$, $1\frac{29}{30}$, $4\frac{29}{36}$. 144. а) $2\frac{2}{5}$; б) $2\frac{5}{7}$; в) $6\frac{3}{5}$. 145. а) $2\frac{8}{13}$; б) $6\frac{4}{9}$; в) $4\frac{9}{11}$; г) $\frac{1}{5}$; д) $3\frac{2}{35}$. 146. а) $2\frac{4}{9}$; б) $1\frac{202}{225}$; в) $1\frac{7}{12}$; г) $3\frac{43}{60}$; д) $\frac{19}{36}$; е) $6\frac{13}{20}$; ж) $15\frac{86}{147}$. 147. а) $3\frac{7}{30}$; б) $3\frac{4}{15}$; в) $5\frac{7}{48}$; г) $7\frac{13}{20}$; д) $10\frac{11}{21}$; е) $3\frac{37}{105}$; ж) $4\frac{1}{16}$; з) $\frac{29}{48}$. 148. а) 2 , $5\frac{29}{48}$; б) $4\frac{1}{2}$, $4\frac{15}{16}$; в) $2\frac{1}{2}$, $9\frac{2}{5}$; г) $3\frac{2}{3}$, $14\frac{7}{10}$; д) $\frac{5}{8}$, $14\frac{23}{30}$; е) $\frac{5}{12}$, $5\frac{5}{12}$. 149. $\frac{2}{3}$.

150. По течению $20\frac{1}{8}$ км/ч, против течения $17\frac{1}{8}$ км/ч.

151. $9\frac{7}{24}$ года. 152. $\frac{5}{24}$. 153. $13\frac{3}{5}$ кг. 154. $\frac{3}{5}$ в первый день, $\frac{2}{5}$ во второй день. 155. 412. 156. а) $\frac{13}{30}$,

в) $\frac{7}{15}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$; б) $\frac{5}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$. 157. Через 60 дней,

в пятницу. 158. а) $6\frac{7}{10}$, $7\frac{5}{6}$, $6\frac{2}{7}$; б) $3\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$.

159. а) $\frac{4}{9}$, 4, $5\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$; б) $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{11}$; в) $\frac{11}{16}$, $2\frac{4}{9}$,

$$3\frac{1}{8}, 2\frac{8}{9}.$$
160. а) $7\frac{1}{3}, 8\frac{7}{9}, 8\frac{3}{11}$; б) $5\frac{1}{2}, 5\frac{7}{10}, 2\frac{3}{7}$.

161. а) $8\frac{2}{5}$; б) 11; в) $1\frac{1}{3}$. **162.** а) $7\frac{4}{9}, 2\frac{94}{105}, 11\frac{1}{30}$;

163. а) $2, \frac{1}{7}$; б) $2\frac{23}{60}, 2$. **164.** а) $4\frac{1}{2}, \frac{3}{8}$; б) $4\frac{1}{4}, \frac{1}{24}$.

165. $\frac{3}{7}$. **166.** $7\frac{1}{3}$ м. **167.** $\frac{7}{20}$. **168.** $27\frac{1}{5}$.

§ 7. **169.** а) $\frac{12}{35}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}$; б) $\frac{14}{45}, \frac{1}{3}, \frac{7}{15}, \frac{9}{49}$; в) $\frac{3}{32}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \frac{30}{143}$.

170. а) $1\frac{2}{3}, 6, \frac{2}{5}$; б) $5\frac{7}{9}, 3, \frac{1}{5}$; в) $\frac{91}{162}, 15, 2$.

171. а) $1, 2, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 3$; б) $\frac{4}{7}, \frac{5}{13}, \frac{3}{5}, 1\frac{1}{11}, 7\frac{1}{7}$;

в) $2\frac{1}{10}, \frac{6}{11}, \frac{7}{8}, 1\frac{1}{9}, 23$. **172.** а) $3\frac{3}{4}, 3\frac{1}{5}$; б) $4\frac{2}{3}, 7\frac{1}{7}$;

в) $20, 10\frac{5}{12}$; г) $11\frac{2}{3}, 20\frac{3}{4}$. **173.** а) 40 мин, 700 м,

75 кг; б) 45 мин, 800 м, 35 кг; в) 24 мин, 550 м, 60 кг.

174. а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{3}{5}$; в) 3; г) 1; д) 1; е) $2\frac{1}{3}$; ж) $\frac{2}{41}$; з) $\frac{3}{44}$;

и) $\frac{2}{5}$. **175.** Получилась правильная дробь. Новая

дробь меньше каждой из данных дробей. **176.** Получилась неправильная дробь. Новая дробь или больше каждой из данных дробей (если обе дроби больше 1), или равна одной из них (если одна

из дробей больше 1, а другая равна 1). **177.** $\frac{25}{81}$ м².

- 178.** $\frac{14}{25}$ см². **179.** $\frac{1}{12}$ км. **180.** $3\frac{1}{3}$ км. **181.** $2\frac{1}{4}$ ч.
182. $37\frac{1}{2}$ ч. **183.** а) $\frac{9}{20}$, $\frac{3}{7}$. **184.** За 5 ч. **185.** $\frac{5}{12}$.
186. а) $\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{4}{27}$, $\frac{10}{21}$. **187.** а) $\frac{4}{15}$, 6, 2, $17\frac{1}{3}$.
188. а) $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $2\frac{2}{15}$, $\frac{15}{17}$; б) $\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{2}$, 24, $2\frac{4}{5}$.
189. а) $\frac{14}{15}$, $\frac{9}{10}$, $3\frac{2}{3}$, 2; б) 60, $2\frac{2}{9}$, $1\frac{3}{5}$, 5; в) $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$,
16, 5. **190.** а) $\frac{2}{9}$; б) 6; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{5}{54}$; д) $2\frac{1}{3}$, е) $1\frac{3}{7}$,
ж) $1\frac{1}{4}$, з) $\frac{5}{7}$, и) $\frac{5}{21}$. **191.** $3\frac{11}{64}$ дм². **192.** 12 км;
24 км. **193.** $1\frac{7}{9}$ м.

- § 8.** **195.** а) $1\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{35}{88}$; б) $1\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{3}{28}$; в) $1\frac{5}{16}$,
 $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{64}$; г) $\frac{4}{9}$, 7, $1\frac{1}{2}$; д) $1\frac{1}{9}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$; е) $\frac{21}{32}$, 14, 4.
196. а) $\frac{1}{28}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{5}{16}$; б) $\frac{3}{22}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{3}$; в) $\frac{7}{50}$, $\frac{4}{11}$,
 $\frac{1}{2}$, $3\frac{2}{5}$; г) $\frac{11}{64}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{4}{15}$; д) $\frac{8}{45}$, $\frac{3}{25}$, $4\frac{2}{7}$, $2\frac{1}{9}$.
197. а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{25}$, 12, $\frac{2}{5}$, 4; б) 3, $\frac{1}{24}$, 50, $\frac{4}{13}$, 6; в) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{24}$,

- $13\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{15}$, 25. **198.** 5 банок. **199.** $2\frac{11}{12}$ м.
- 200.** 10 р. **201.** $60\frac{18}{25}$ км/ч. **202.** $1\frac{4}{15}$ м. **203.** $\frac{1}{4}$ кг.
- 204.** $1\frac{3}{4}$ ч = 1 ч 45 мин. **205.** $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$. **206.** а) $4\frac{1}{4}$,
 $3\frac{1}{14}$, $5\frac{13}{18}$; б) $6\frac{14}{15}$, $4\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{36}$. **207.** а) $1\frac{1}{24}$; б) $\frac{1}{2}$.
- 208.** $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{12}{35}$. **209.** $\frac{5}{12}$. **210.** а) $\frac{10}{3}$; б) $\frac{7}{18}$; в) 9;
 г) $\frac{2}{11}$; д) $\frac{1}{8}$; е) $\frac{1}{100}$; ж) $\frac{19}{4}$; з) $\frac{19}{5}$. **211.** а) $1\frac{13}{15}$, $3\frac{1}{8}$, 10;
 б) $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{13}{15}$; в) $2\frac{2}{3}$, 8, 4; г) $\frac{3}{20}$, 9, $8\frac{3}{4}$.
- 212.** а) $\frac{4}{27}$; б) $\frac{3}{32}$; в) $\frac{4}{9}$; г) $\frac{3}{10}$; д) $\frac{1}{7}$; е) $1\frac{3}{16}$;
 ж) $1\frac{1}{4}$; з) $1\frac{1}{7}$; и) $1\frac{1}{11}$. **213.** а) 3; б) $\frac{1}{64}$; в) 36; г) $\frac{2}{5}$;
 д) $3\frac{19}{27}$; е) $1\frac{2}{3}$. **214.** $5\frac{1}{8}$ м. **215.** $5\frac{1}{4}$ т.

- § 9.** **216.** а) $1\frac{1}{2}$, $\frac{7}{64}$; б) $2\frac{7}{20}$, $\frac{1}{2}$; в) $3\frac{11}{12}$, $\frac{7}{19}$;
 г) $10\frac{5}{14}$, 19; д) $2\frac{4}{5}$, $9\frac{2}{3}$; е) $3\frac{1}{9}$, $9\frac{4}{9}$; ж) $1\frac{1}{4}$, $\frac{2}{9}$;
 з) 7, $4\frac{2}{9}$. **217.** а) $3\frac{1}{14}$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $1\frac{33}{52}$; г) $1\frac{3}{4}$.

218. а) $1\frac{1}{3}$; б) $2\frac{5}{11}$; в) 7; г) $1\frac{2}{3}$. **219.** $9\frac{3}{5}$ км/ч.

220. За 18 мин. **221.** За 48 дней. **222.** а) 3, $\frac{1}{2}$; б) $\frac{22}{25}$,

в) $1\frac{1}{2}$; б) $2\frac{29}{30}$, $3\frac{3}{10}$; г) 0, $1\frac{9}{10}$. **223.** а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{16}$;

в) $\frac{3}{4}$; г) $1\frac{1}{2}$; д) $17\frac{1}{2}$; е) $2\frac{1}{4}$.

§ 10. **224.** 8 кг; 12 кг; $\frac{3}{5}$. **225.** 12 кг; 6 кг.

226. 60 учащихся. **227.** 64 строки; $\frac{5}{8}$; 40 строк.

228. 30 страниц. **229.** 22 вагона. **230.** 90 ящиков, 60 ящиков. **231.** 25 детей; 15 мальчиков. **232.** 64 пары; 40 пар. **233.** 9 промахов. **234.** 200 выстрелов.

235. $42\frac{2}{3}$ км. **236.** 60 кг белил; 54 кг голубой крас-

ки. **237.** 70 деревьев. **238.** 936 м^2 . **239.** За 4 дня.

240. Через 4 ч. **241.** Через 12 мин. **242.** На 30 дней.

243. За $2\frac{2}{7}$ ч. **244.** д) $1\frac{1}{11} \cdot a$; е) $70 \cdot a$; ж) $6\frac{2}{3} \cdot a$;

з) $2\frac{3}{16} \cdot a$. **245.** а) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$; б) $\frac{9}{1}$,

$\frac{9}{2}, \frac{9}{3}, \frac{9}{4}, \frac{9}{5}, \frac{9}{6}, \frac{9}{7}, \frac{9}{8}, \frac{9}{9}$. **246.** а) $\frac{2}{7}$; б) $\frac{4}{15}$; в) $\frac{1}{5}$.

247. 3600 кг. **248.** 12 мальчиков и 24 девочки; $\frac{1}{3}$.

- 249.** 20 р.; 8 р.; $\frac{2}{5}$. **250.** 91 куст. **251.** 90 г.
252. 12 детей. **253.** 780 кг. **254.** 98 каштанов.
255. $15\frac{3}{10}$. **256.** 52 квартиры. **257.** 50 тетрадей.
258. На 18 дней. **259.** За 15 ч.

§ 11. **260.** Прямые a и b ; прямые c и d . **262.** Прямые a и b ; a и d ; c и b ; c и d . **268.** а) 1980; б) 2. **269.** а) $70 \cdot a \cdot b$, $81 \cdot x \cdot y$, $12 \cdot m \cdot n \cdot c$; б) $40 \cdot a \cdot b$, $360 \cdot x \cdot y$, $32 \cdot a \cdot b \cdot n \cdot k$.

- § 12.** **276.** 260 м. **277.** 9 м. **278.** 9 м. **279.** 18 дм. **280.** 18 см. **281.** 20 мин. **282.** 280 м. **283.** 13 см, 65 см. **284.** 11 см, 16 см. **285.** а) 40; б) 4; в) 179; г) 1198; д) 336 488; е) 37. **286.** а) $\frac{4}{7} > \frac{4}{9}$; б) $1 - \frac{2}{3} > 1 - \frac{3}{4}$; в) $2 - \frac{2}{3} < 1 + \frac{2}{3}$; г) $1 + \frac{4}{7} > 1 + \frac{4}{9}$.
287. а) НОД (12; 20) = 4; НОК (12; 20) = 60; б) НОД (50; 75) = 25; НОК (50; 75) = 150; в) НОД (48; 64; 24) = 8; НОК (48; 64; 24) = 192. **288.** а) 2540, или 2545; 870, или 875; 130, или 135; 80, или 85; б) 10 332, или 10 335, или 10 338; 4371, или 4374, или 4377; 2001, или 2004, или 2007; 162, или 165, или 168; в) 3600, или 3609; 18, 315, 720, 855, 54. **291.** 51 см. **292.** 375 м. **293.** 35 м. **294.** 7 см.

- § 13.** **297.** б) 900 мм^2 , 2036 мм^2 , 50 008 мм^2 . **298.** б) 500 см^2 , 110 000 см^2 , 4006 см^2 , 7 см^2 .

299. б) 2000 дм², 8 дм², 707 дм². **300.** б) 1600 а, 80 000 а, 720 а. **301.** б) 12 000 000 м², 80 000 м², 700 м², 440 200 м², 500 м², 90 м². **302.** б) 840 га, 1200 га, 700 га, 5015 га. **303.** в) 7 га 90 а, 5 га 2 а. **304.** 27 а. **305.** 49 га; 4900 а; 3500 м. **306.** 400 м. **307.** 250 теплиц. **308.** а) 1446; б) 631; в) 25 281; г) 112. **309.** а) 3 кг, 8 кг, 5 кг; б) 4 ц, 6 ц, 14 ц. **310.** 8 банок. **311.** а) 1400 мм², 270 мм², 300 500 мм²; б) 80 000 см², 2400 см², 100 100 см², 300 см²; в) 1700 дм², 60 дм², 125 дм²; г) 6000 а, 40 400 а, 80 а; д) 40 000 000 м², 40 000 м², 3600 м², 11 000 м², 200 м², 35 м²; е) 6 га, 30 га, 1800 га, 20 002 га. **312.** 7 га 20 а. **313.** 800 м. **314.** 120 работников.

§ 14. **316.** а) 80 дм²; б) 225 см²; в) 360 дм²; г) 600 дм². **322.** 458 101. **323.** $2\frac{1}{14}$; $3\frac{2}{7}$; $2\frac{73}{84}$. **324.** а) $1 - \frac{1}{5} > 1 - \frac{1}{4}$; б) $1 : \frac{1}{5} > 1 : \frac{1}{4}$; в) $1\frac{1}{5} - \frac{4}{5} < 1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$; г) $1\frac{3}{5} : \frac{1}{5} > 1\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5}$. **325.** 9 наборов. **326.** Через 105 мин. **327.** а) 60 дм²; б) 324 см². **329.** 60 м².

§ 15. **330.** а) 15; б) 61; в) 21; г) 208; д) $\frac{61}{240}$; е) $3\frac{1}{6}$. **331.** 17 °С. **332.** $5\frac{23}{24}$ м. **333.** $11\frac{1}{4}$. **334.** 80. **335.** 84 и 252. **336.** 117, 234 и 249. **337.** $15\frac{3}{5}$ км/ч. **338.** $4\frac{12}{19}$ км/ч. **339.** $4\frac{10}{23}$ ц/га. **340.** 45 км/ч.

341. 4 р. 50 к. **342.** 7; 4. **343.** а) $\frac{1}{2}$; б) $4\frac{17}{21}$; в) $2\frac{2}{3}$;

г) $\frac{3}{8}$; ж) $1\frac{5}{24}$. **344.** а) $1\frac{527}{600}$; б) $4\frac{83}{84}$. **345.** 70 км/ч;

62 км/ч. **346.** а) 18; б) 36; в) $\frac{17}{30}$; г) 22; д) $\frac{7}{12}$.

347. 3 кг. **348.** $\frac{7}{100}$ г. **349.** 11. **350.** 1000, 2000. **351.** 5; 4.

§ 16. **357.** а) $\frac{13}{18}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{8}$; г) $\frac{7}{10}$; д) $\frac{5}{6}$; е) $\frac{1}{4}$.

358. 40 страниц. **359.** а) 12 — гимнастика, 10 — дзюдо, 14 — хоккей, 24 — футбол, 20 — гандбол, 14 — волейбол; в) хоккей и волейбол.

360. а) 500 цветов; б) тюльпанов; в) ромашек.

§ 17. **363.** а) $MN = TK = HG = EF = 9$ см; $NK = FG = EH = MT = 6$ см; $NF = KG = TH = ME = 4$ см;

б) 36 см²; 24 см². **364.** а) 172 см; б) 24 дм.

365. а) 300 мм; б) 768 см; в) 93 дм 6 см.

366. а) 216 см²; б) 864 дм²; в) 3750 дм²; г) 384 см²;

д) 1350 дм²; е) 864 дм². **367.** а) 222 см²; б) 3276 см²;

в) 3582 дм². **368.** Всего 27 кубиков; 6 кубиков —

1 окрашенная грань; 12 кубиков — 2 окрашенные грани; 8 кубиков — 3 окрашенные грани; 1 кубик — неокрашенный. **369.** а) $3\frac{1}{4}$; б) $4\frac{3}{8}$. **370.** 30 т.

371. а) 276 дм; б) 286 дм. **372.** 2472 см. **373.** 486 см².

374. 148 дм².

- § 18.** 376. а) 4000 см^3 , $15\ 000\ 000 \text{ см}^3$,
 $11\ 364 \text{ см}^3$, $3\ 007\ 000 \text{ см}^3$, 80 см^3 . 377. а) 6000 дм^3 ,
 240 дм^3 , $13\ 020 \text{ дм}^3$; в) 12 дм^3 , 80 дм^3 , 5 дм^3 .
378. а) $4\ 000\ 000\ 000 \text{ м}^3$, 60 м^3 , 9 м^3 .
379. а) 2 м^3 480 дм^3 , 60 м^3 50 дм^3 , 37 м^3 450 дм^3 .
380. а) 350 см^3 ; б) 240 дм^3 ; в) 240 дм^3 . 381. а) 125 см^3 ;
б) 729 дм^3 ; в) $13\ 824 \text{ см}^3$. 382. а) 2880 см^3 ; б) 125 см^3 ;
в) 24 м^3 ; г) 96 м^3 . 383. 2 дм. 384. 3 м. 385. а) 112 см ;
б) 470 см^2 ; в) 600 см^3 . 386. 1476 дм^2 ; 3600 дм^3 .
387. а) $\frac{1}{14}$; б) $\frac{61}{120}$. 388. а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{16}$. 389. а) 7000 см^3 ,
 $22\ 000\ 000 \text{ см}^3$, $32\ 080 \text{ см}^3$, $4\ 000\ 009 \text{ см}^3$, 5 см^3 ;
б) $18\ 000 \text{ дм}^3$, 900 дм^3 , $50\ 123 \text{ дм}^3$; в) 40 дм^3 ,
 40 дм^3 , 40 дм^3 ; г) $26\ 000\ 000\ 000 \text{ м}^3$, 120 м^3 ,
 4 м^3 . 390. а) 600 см^3 ; б) 80 дм^3 ; в) 30 дм^3 .
391. а) 64 см^3 ; б) 125 дм^3 ; в) 1728 см^3 . 392. 84 м^3 .
393. 25 м^2 . 394. 5 м^2 . 395. 40 вёдер. 396. 19 кг 200 г.
397. 304 г.

Ответы к тесту: 1. а), в). 2. в). 3. а) и в) можно.
4. в), а), г), б). 5. в). 6. г). 7. б). 36. а). 9. а). 10. в).

Задачи с геометрическими фигурами

1. 1800 м .
2. В 2 раза.
3. 80 м^2 .
4. 7 м .
5. 961 м^2 .
6. 7 кг 800 г .
7. 50 м .
8. 14 дм .
9. 130 см .
10. 93 см^2 .
11. На 10 см .
12. 15 рулонов.
13. 17 пакетов.
14. 2800 досок.
15. 400 р.

СОДЕРЖАНИЕ

Дорогие пятиклассники!	3
Глава 3. Обыкновенные дроби	5
§ 1. Дробные числа.	
Обыкновенные дроби	5
§ 2. Деление и дроби.	
Основное свойство дроби	15
§ 3. Правильные и неправильные дроби.	
Смешанные числа	25
§ 4. Сравнение дробных чисел	32
§ 5. Сложение и вычитание	
обыкновенных дробей	43
§ 6. Сложение и вычитание смешанных	
чисел	53
§ 7. Умножение дробных чисел	65
§ 8. Деление дробных чисел	73
§ 9. Задачи на все действия с дробными	
числами	80
§ 10. Задачи на применение дробей	84
§ 11. Параллельные и перпендикулярные	
прямые	97
§ 12. Ломаная. Многоугольник.	
Периметр многоугольника	102
§ 13. Площадь. Единицы измерения	
площади	107

§ 14. Площадь прямоугольного треугольника и некоторых видов многоугольников	113
§ 15. Среднее арифметическое нескольких чисел	117
§ 16. Линейные и столбчатые диаграммы	122
§ 17. Прямоугольный параллелепипед. Куб	130
§ 18. Объём. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда	135
Задачи с геометрическими фигурами	144
Исторические сведения	147
Повторение и обобщение изученного	150
Задания для тренировки	150
Задачи для проверки знаний	158
Задачи для любознательных	167
Логические задачи	171
Наглядная геометрия	173
Ответы	176

(Название учреждения образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащемуся за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Герасимов Валерий Дмитриевич
Пирютко Ольга Николаевна
Лобанов Александр Павлович

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для 5 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения

В 2 частях

Часть 2

2-е издание, исправленное и дополненное

Редактор Г. И. Кошевникова
Художник обложки В. К. Винобер
Художники В. Ю. Лагун, Н. А. Хромова
Компьютерный набор В. Ю. Лагун
Компьютерная вёрстка В. Ю. Лагун
Корректоры Г. И. Кошевникова, М. М. Шавыркина

Подписано в печать 13.11.2020. Формат 60 × 90 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 12,0. Уч.-изд. л. 6,0.

Тираж 124 000 экз. Заказ

Республикансское унитарное предприятие
«Издательство «Адукацыя і выхаванне»».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/19 от 02.08.2013. Ул. Будённого, 21, 220070, г. Минск.

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат им. Я. Коласа».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 2/3 от 10.09.2018. Ул. Корженевского, 20, 220024, г. Минск.

Правообладатель Адукацыя і выхаванне