

Sistemas de Numeração

Prof. Alexandre Rocha



Sistemas de Numeração

O número é um conceito abstrato que representa a idéia de quantidade.

Sistema de numeração é o conjunto de símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação.

- Não posicional
- Posicional

Prof. Alexandre Rocha

1. Sistemas de Numeração Não Posicional

O valor de cada símbolo é determinado de acordo com a sua posição no número.

Exemplo: sistema de algarismos romanos.

Símbolos: I, V, X, L, C, D, M.

Regras:

- Cada símbolo colocado à direita de um maior é adicionado a este.
- Cada símbolo colocado à esquerda de um maior tem o seu valor subtraído do maior.

2. Sistemas de Numeração Posicional

O valor de cada símbolo é determinado de acordo com a sua posição no número.

Um sistema de numeração é determinado fundamentalmente pela BASE, que indica a quantidade de símbolos e o valor de cada símbolo.

Do ponto de vista numérico, o homem lida com o **Sistema Decimal**.

2.1. Sistemas Decimal

- Base: 10 (quantidade de símbolos).
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Embora o Sistema Decimal possua somente dez símbolos, qualquer número acima disso pode ser expresso usando o sistema de peso por posicionamento, conforme o exemplo a seguir:

$$3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$
$$3000 + 500 + 40 + 6 = 3546$$

Obs.: Dependendo do posicionamento, o dígito terá peso. Quanto mais próximo da extrema esquerda do número estiver o dígito, maior será a potência de dez que estará multiplicando o mesmo, ou seja, mais significativo será o dígito.

2.2 Sistemas Binário

É o sistema de numeração mais utilizado em processamento de dados digitais, pois utiliza apenas dos algarismos (0 e 1), sendo portanto mais fácil de ser representado por circuitos eletrônicos (os dígitos binários podem ser representados pela presença ou não de tensão).

- Base: 2. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0 e 1.

Os dígitos binários chamam-se **BITS** (Binary Digit). Assim como no sistema decimal, dependendo do posicionamento, o algarismo ou bit terá um peso. O da extrema esquerda será o **bit mais significativo** e o da extrema direita será o **bit menos significativo**.

O Conjunto de 8 bits é denominado **Byte**.

2.3. Sistemas Octal

O Sistema Octal foi criado com o propósito de minimizar a representação de um número binário e facilitar a manipulação humana.

- Base: 8. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

O Sistema Octal (base 8) é formado por oito símbolos ou dígitos, para representação de qualquer dígito em octal, necessitamos de três dígitos binários.

Os números octais têm, portanto, um terço do comprimento de um número binário e fornecem a mesma informação.

2.4. Sistemas Hexadecimal

- Base: 16. (quantidade de símbolos)
- Elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F.

O Sistema Hexadecimal (base 16) fo criado com o mesmo propósito do Sistema Octal, o de minimizar a representação de um número binário.

Se considerarmos quatro dígitos binários, ou seja, quatro bits, o maior número que se pode expressar com esses quatro bits é 1111, que é, em decimal 15. Como não existem símbolos dentro do sistema arábico, que possam representar os números decimais entre 10 e 15, sem repetir os símbolos anteriores, foram usados símbolos literais: A, B, C, D, E e F.

Conversões Entre os Sistemas de Numeração

Teorema Fundamental da Numeração

Relaciona uma quantidade expressa em um sistema de numeração qualquer com a mesma quantidade no sistema decimal

$$N = d_{n-1} \times b^{n-1} + \dots + d_1 \times b^1 + d_0 \times b^0 + d_{-1} \times b^{-1} + d_{-2} \times b^{-2} + \dots$$

Onde:

d é o dígito,

n é a posição e

b é a base.

Exemplos

$$128_{(\text{base}10)} = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

$$54347_{(\text{base}10)} = 5 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10_1 + 7 \times 10_0$$

$$100_{(\text{base}2)} = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$$

$$101_{(\text{base}2)} = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5$$

$$24_{(\text{base}8)} = 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 16 + 4 = 20$$

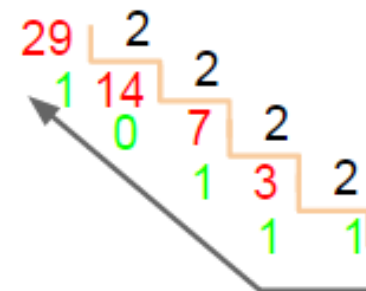
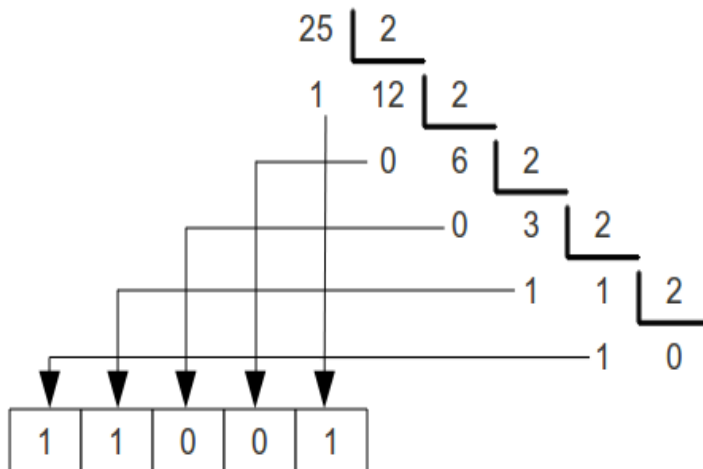
$$16_{(\text{base}8)} = 1 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 8 + 6 = 14$$

Tabela de conversão de números

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Conversão Decimal-Binário

- Dividir sucessivamente por 2 o número decimal e os quocientes que vão sendo obtidos, até que o quociente de uma das divisões seja 0.
- O resultado é a seqüência de baixo para cima de todos os restos obtidos.



29 Decimal = 11101 Binário

Conversão Binário-Decimal

Em qualquer conversão pode-se aplicar a formula da notação posicional ($x * b^{n-1}$)

$$1101\textcolor{red}{1} = 1 * 2^{1-1} = 1$$

$$110\textcolor{red}{1}1 = 1 * 2^{2-1} = 2$$

$$11\textcolor{red}{0}11 = 0 * 2^{3-1} = 0$$

$$1\textcolor{red}{1}011 = 1 * 2^{4-1} = 8$$

$$\textcolor{red}{1}1011 = 1 * 2^{5-1} = 16$$

$$101\textcolor{red}{1} = 1 * 2^{1-1} = 1$$

$$10\textcolor{red}{1}1 = 1 * 2^{2-1} = 2$$

$$1\textcolor{red}{0}11 = 0 * 2^{3-1} = 0$$

$$\textcolor{red}{1}011 = 1 * 2^{4-1} = 8$$

$$\text{Soma} = 1 + 2 + 8 + 16 = 27_{10}$$

$$\text{Soma} = 1 + 2 + 8 = 11_{10}$$

Conversão Binário-Decimal

Método mais prático usando a tabela de conversão

Tabela de Conversão

16	8	4	2	1
0	8	4	0	1

1101 = Soma: $8+4+1 = 13$

1101 =

Atenção: é muito importante compreender esta tabela

Conversão Binário-Decimal

- Tabela de conversão binária

128	64	32	16	8	4	2	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	255

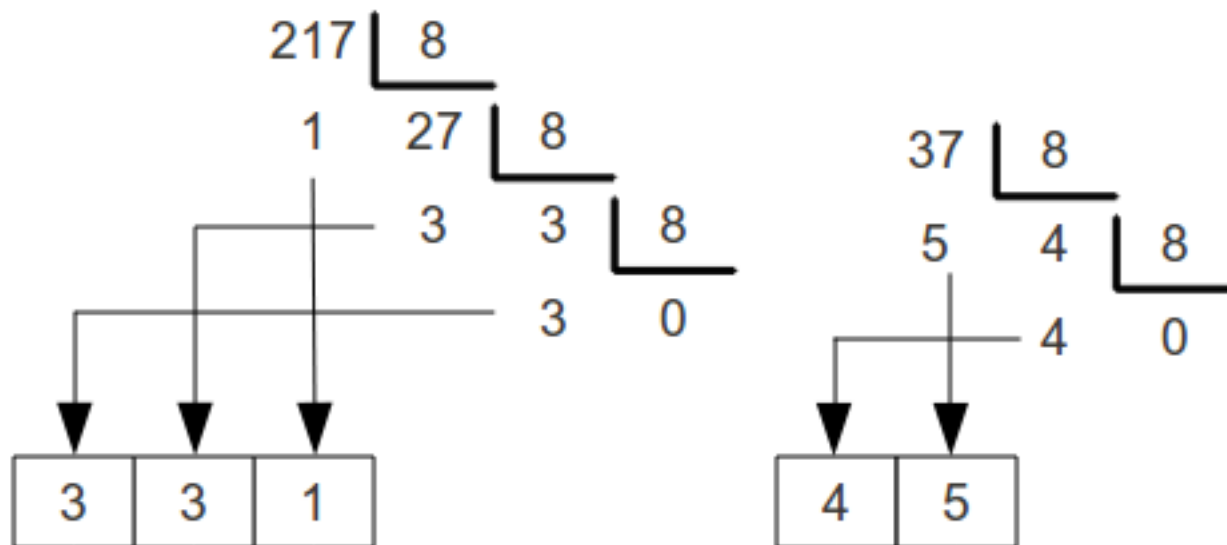
128	64	32	16	8	4	2	1	
0	1	0	1	0	1	0	1	85

128	64	32	16	8	4	2	1	
0	0	1	1	0	0	1	1	51

128	64	32	16	8	4	2	1	
1	1	1	0	0	0	0	0	224

Conversão Decimal-Octal

- Divisões sucessivas por 8.
- Multiplicações sucessivas por 8 (parte fracionária).



➤ O resultado é a seqüência de baixo para cima de todos os restos obtidos.

Conversão Octal-Decimal

Em qualquer conversão pode-se aplicar a formula da notação posicional ($x * b^{n-1}$)

$$437_8 = ?_{10}$$

$$43\color{red}{7} = 7 * 8^{1-1} = 7$$

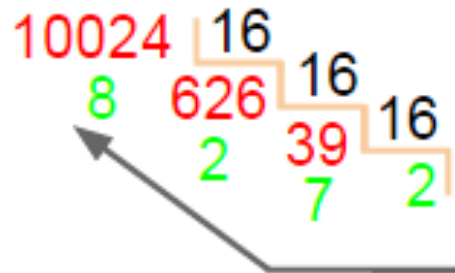
$$4\color{red}{3}7 = 3 * 8^{2-1} = 24$$

$$\color{red}{4}37 = 4 * 8^{3-1} = 256$$

$$\text{Soma} = 7 + 24 + 256 = 287_{10}$$

Conversão Decimal-Hexa

- Divisões sucessivas por 16.
- Multiplicações sucessivas por 16 (parte fracionária).



10024 Decimal = 2728 Hexadecimal

Conversão Hexa-Decimal

- Observe a tabela de conversão

Hexadecimal	1	A	8	2
Valor de Posição	16^3	16^2	16^1	16^0
Calculo	$1 \times 16^3 = 4096$	$A \times 16^2 = 2560$	$8 \times 16^1 = 128$	$2 \times 16^0 = 2$
Valor Final	$4096 + 2560 + 128 + 2 = 6786$ (Decimal)			

Conversão Hexa-Binário

- Agrupamento de 4 bits
- Usar a tabela (Tabela).

Hexadecimal	1	A	6	0
Binário	0001	1010	0110	0000
Valor Final	101001100000 (Binário)			

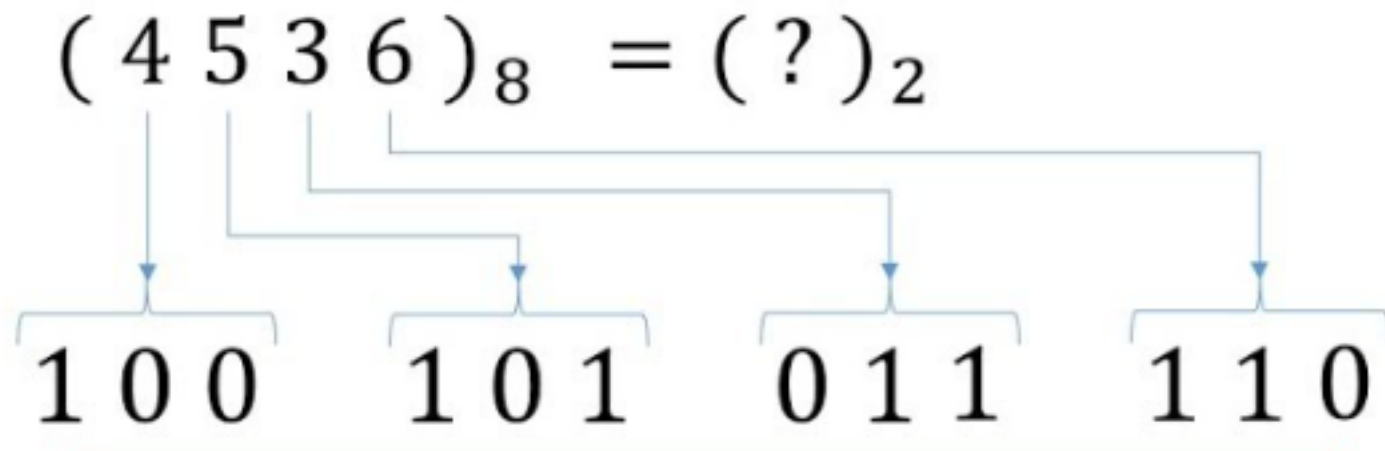
Conversão Binário-Hexa

- Usar a tabela (Tabela)

Hexadecimal	Binário		Hexadecimal	Binário
0	0000		8	1000
1	0001		9	1001
2	0010		A	1010
3	0011		B	1011
4	0100		C	1100
5	0101		D	1101
6	0110		E	1110
7	0111		F	1111

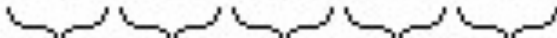
Conversão Octal-Binário

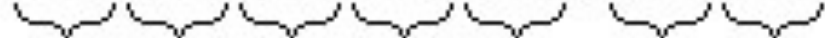
- Agrupamento de 3 bits.



Conversão Binário-Octal

- Pega de 3 em 3 binários e o valor deles é o valor em octal

Binary	011	100	110	100	010
					
Octal	3	4	6	4	2

Binary	010	101	110	000	001	.	100	110
								
Octal	2	5	6	0	1	.	3	6

Operações

Sistema Binário

▪ Adição:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ e vai } 1$$

▪ Subtração:

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ e empresta } 1$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1101 + 1011 = ?$$

$$1001 + 011 = ?$$

$$1101 - 1010 = ?$$

$$1111 - 1001 = ?$$

Atividade em Sala

- Resolva as operações abaixo:
 - A) $11101 + 11010$
 - B) $10111 + 1010$
 - C) $11011 - 10101$
 - D) $9A2_{16} \rightarrow ?_2$