1 拟合 RAA 分母参数

用 Levy 函数猜测**分母** pp 碰撞中 B 粒子 p_T 分布，并带入 `PYTHIA8` 中产生 B0→e 的事例，与实验数据 b→e [1] 对比。

1. 首先检查 `PYTHIA8`,FONLL 与实验数据符合情况。第二行使用 FONLL 的 B 分布 $\mathrm{d}N/\mathrm{d}p_T$,带入程序中调用 PYTHIA8,得到 B0→ e 的 $\mathrm{d}^2N/2\pi p_T\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y(|y|<0.7)$. 第三行使用 FONLL 直接计算 b→e 的子粒子 $\mathrm{d}^2N/2\pi p_T\mathrm{d}p_T\mathrm{d}y$，第 4 行是相对误差。

pT	fonll B 数据 +PYTHIA8 B→e	fonll e 数据	相对误差
1.1	4.39E-06	4.5138E-06	-0.028485976339227
1.2	3.94E-06	4.0204E-06	-0.019560988956323
1.3	3.50E-06	3.5573E-06	-0.014982430495038
1.4	3.08E-06	3.1207E-06	-0.013734739000865
1.5	2.70E-06	2.7109E-06	-0.003983068353683
1.6	2.35E-06	2.3455E-06	-1.24493711360564E-05
1.7	2.02E-06	2.0196E-06	0.000619875222816
1.8	1.74E-06	1.728E-06	0.006375347222222
1.9	1.49E-06	1.4736E-06	0.012432206840391
2	1.27E-06	1.2538E-06	0.015408358589887
2.1	1.08E-06	1.0645E-06	0.01645016439643
2.2	9.20E-07	9.0241E-07	0.019024944315777
2.3	7.78E-07	7.6381E-07	0.018595462222281
2.4	6.57E-07	6.4636E-07	0.016364874063989
2.5	5.59E-07	5.4668E-07	0.021683617472745
2.6	4.73E-07	4.6245E-07	0.02192020759001
2.7	4.02E-07	3.913E-07	0.026131101456683
2.8	3.39E-07	3.316E-07	0.023472255729795
2.9	2.89E-07	2.8109E-07	0.028584190117044
3	2.45E-07	2.3841E-07	0.027183842959607
3.1	2.09E-07	2.0236E-07	0.032720794623443
3.2	1.77E-07	1.7196E-07	0.028005931612003
3.3	1.50E-07	1.4629E-07	0.025248000546859
3.4	1.28E-07	1.2461E-07	0.028309525720247

3.5	1.09E-07	1.0635E-07	0.024464598025388
3.6	9.36E-08	9.0946E-08	0.029607349416137
3.7	7.99E-08	7.7959E-08	0.024703626265088
3.8	6.89E-08	6.6817E-08	0.030445245970337
3.9	5.92E-08	5.7387E-08	0.032295990381097
4	5.08E-08	4.9366E-08	0.029825993598833
4.1	4.36E-08	4.2553E-08	0.023774586985642
4.2	3.75E-08	3.6748E-08	0.021501306193534
4.3	3.25E-08	3.1777E-08	0.024101079397048
4.4	2.83E-08	2.7539E-08	0.02918628127383
4.5	2.46E-08	2.3908E-08	0.027296595281914
4.6	2.13E-08	2.0794E-08	0.022078243724151
4.7	1.86E-08	1.8112E-08	0.026525894434629
4.8	1.61E-08	1.581E-08	0.020662049335863
4.9	1.42E-08	1.3823E-08	0.026796064530131
5	1.22E-08	1.2105E-08	0.008560346964064
5.1	1.08E-08	1.0615E-08	0.015965049458314
5.2	9.56E-09	9.3195E-09	0.026167712860132
5.3	8.40E-09	8.1919E-09	0.024804013720871
5.4	7.33E-09	7.2119E-09	0.016800704391353
5.5	6.48E-09	6.3629E-09	0.018919832152006
5.6	5.64E-09	5.6212E-09	0.003585711236035
5.7	5.03E-09	4.9735E-09	0.012288730270433
5.8	4.46E-09	4.4064E-09	0.012119417211329
5.9	3.96E-09	3.9097E-09	0.012963654500345
6	3.52E-09	3.4734E-09	0.0125367075488
6.1	3.12E-09	3.0888E-09	0.010738150738151
6.2	2.79E-09	2.7515E-09	0.012843830637834
6.3	2.47E-09	2.4542E-09	0.006704751039035
6.4	2.20E-09	2.1918E-09	0.002897207774432
6.5	1.96E-09	1.9595E-09	-0.000152589946415
6.6	1.76E-09	1.7542E-09	0.002255843119371
6.7	1.57E-09	1.5716E-09	-0.003120005090354

6.8	1.40E-09	1.4098E-09	-0.009870194353809
6.9	1.27E-09	1.2662E-09	-5.53625019744211E-05
7	1.13E-09	1.138E-09	-0.004093321616872
7.1	1.01E-09	1.0242E-09	-0.017198594024605
7.2	9.10E-10	9.2255E-10	-0.013241450327896
7.3	8.20E-10	8.3194E-10	-0.014462821838113
7.4	7.40E-10	7.5106E-10	-0.014287540276409
7.5	6.58E-10	6.7824E-10	-0.029669143665959
7.6	6.04E-10	6.1347E-10	-0.015800283632451
7.7	5.46E-10	5.5507E-10	-0.016733204821013
7.8	4.93E-10	5.0272E-10	-0.019638765117759
7.9	4.45E-10	4.5574E-10	-0.023932285952517
8	4.01E-10	4.1379E-10	-0.032068440513304
8.1	3.63E-10	3.7553E-10	-0.034631587356536
8.2	3.29E-10	3.4164E-10	-0.035534773445732
8.3	2.99E-10	3.1059E-10	-0.036285424514633
8.4	2.70E-10	2.827E-10	-0.045855146798727
8.5	2.44E-10	2.5757E-10	-0.051947820010095

进一步，将 FONLL 数据与实验数据 [1] 对比知，FONLL 误差较大。

pT	实验数据	FONLL 数据	误差
1.1	1.05E-05	4.39E-06	-0.58236
1.3	7.34E-06	3.50E-06	-0.522615395095368
1.5	5.22E-06	2.70E-06	-0.482739022988506
1.7	3.72E-06	2.02E-06	-0.456760241935484
1.9	2.65E-06	1.49E-06	-0.437011283018868
2.1	1.90E-06	1.08E-06	-0.430520421052632
2.3	1.35E-06	7.78E-07	-0.423693777777778
2.5	9.69E-07	5.59E-07	-0.423597523219814
2.7	6.95E-07	4.02E-07	-0.422266043165468
2.9	5.01E-07	2.89E-07	-0.422904730538922
3.1	3.62E-07	2.09E-07	-0.422703370165746
3.3	2.63E-07	1.50E-07	-0.429720418250951
3.5	1.92E-07	1.09E-07	-0.43254265625
3.7	1.40E-07	7.99E-08	-0.429393785714286
3.9	1.03E-07	5.92E-08	-0.424850776699029
4.25	6.20E-08		
4.75	2.99E-08		
5.5	1.11E-08	6.48E-09	-0.41592027027027
6.5	3.04E-09	1.96E-09	-0.355525986842105
7.5	9.20E-10	6.58E-10	-0.284655217391304
8.5	3.03E-10	2.44E-10	-0.194093069306931

2. 定义误差 $x = \left(\frac{o-e}{e}\right)^2$[1]。其中 o 是 MonteCarlo 算出来的，e 是实验数据。使用模拟退火法，得到 Levy 函数三个参数值, 如图 2所示。[2]

$$p_1 = 3.615\,58 \times 10^{-5} \quad p_2 = 0.669\,567 \quad p_3 = 9.740\,049 \quad x = 1.304\,34 \times 10^{-1}$$

Levy 函数有三个参数，设为 $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, p_3)$。模拟退火法算法为 (假设上一步输出的参数 $\boldsymbol{p}$', x' 已经算出)

1. 初始化，设定步长 $\boldsymbol{\epsilon}$，设定温度与步数的函数 $T = 0.95^{-i}$，i 是步数。

[1]实际上应该使用统计量 $\chi^2 = \frac{(o-e)^2}{e}$，使用 x 是事前未发现，只是需要让相对误差平方和最小。

[2]□ 是由于 ROOT 出现问题无法显示，实际上是 −

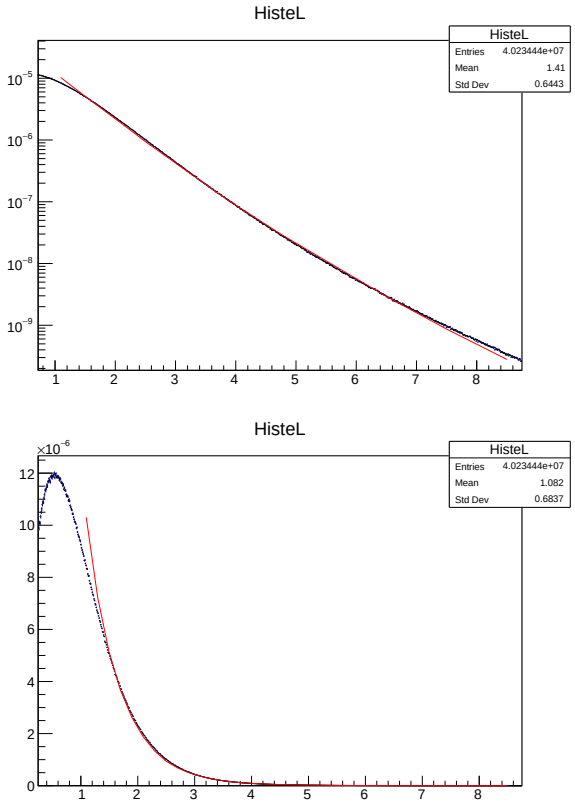

图 1: B0→e 实验测出的结果（红线）和模拟结果（蓝线）的比较, 纵坐标是 $\mathrm{d}\sigma/2\pi p_T \mathrm{d}p_T \mathrm{d}y$

2. 产生一个分布在 $[-1,1]^3$ 的随机向量 $\boldsymbol{\xi}$。参数 $\boldsymbol{p}$' 变为 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}' + \boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{\epsilon}$。计算 $x(\boldsymbol{p})$。这里 $\times$ 是对应参数相乘。
   (a) 使用 condor，提交 50 个任务，每个任务读取参数 $\boldsymbol{p}$，随机数种子，计算产生 50 个文件
   (b) 将 50 个文件的直方图合并
   (c) 计算直方图相应元素与实验值（TGraph）相应元素之差，求出 x
3. 以 $r = \min(1, \exp(-(x - x')/T))$ 的概率接受这一参数的变化。即如果随机数 $\xi \sim U[0,1) < r$，则输出参数为 $\boldsymbol{p}$，否则输出参数为 $\boldsymbol{p}'$

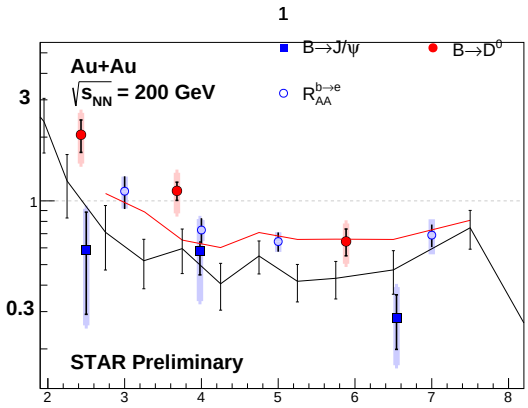

图 2: b→e RAA 数据不匹配的情况。黑线是用 [2]Fig1 除以 [1] 得到的，红线是 [2]Fig3 的数据，背景数据点是 [3]

2 求 Raa

1. 可以通过相同的方法求出贡献 Raa 分子的 B 粒子的分布。但是出现数据不匹配的情况，司凡的文章 [2] 的 Fig.1 是分子的谱，使用该数据与 [1] 的分母的谱相除（经过归一化，分子要除以 Ncollisions=297, 分母要除以截面 30），可以得到 e 的 RAA（如黑线所示）。而该结果与 [2]Fig.3 的结果（如红线所示）不符。据司凡的解释，Fig.3 是用（c+b）→e 的 RAA 乘以比例 $\frac{b\to e}{b\to e+c\to e}$ 算出来的，方法不同。怀疑不同方法算出的结果不同是由误差所致。2. 由 1 说明，[2] 分子 pT 的结论不准确，现在正在做的是用 1的参数作为分母，用拟设的参数作为分子，算出 Raa 与实验 [3] 比较，接着用模拟退火法，求出分子最优的参数。仍然使用统计量 $\chi=\frac{(o-e)^2}{e}$ 使它最小。现在做到的较好结果是 $\chi^2=1.524\,698$. 使用默认参数（司凡提供的）的结果是 $\chi^2=2.197\,755$. 其图像如图 2,2所示。

附注 2.1. 背景的数据点以 *TCanvas* 形式存储在 *root* 文件中，现暂未找到调整坐标轴以及调整图表标题的方法。

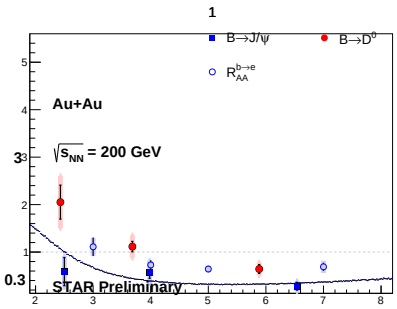

图 3: B2e

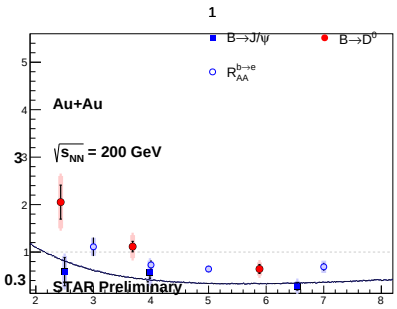

图 4: B2D0

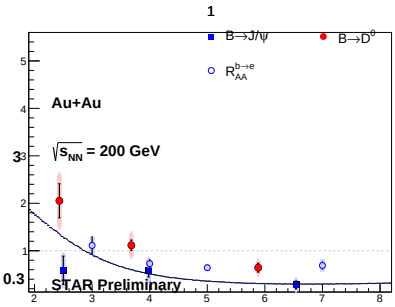

图 5: B2Jpsi

图 6: 默认参数，$\chi^2 = 2.197\,755$

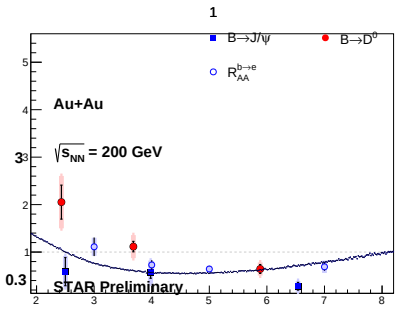

图 7: B2e

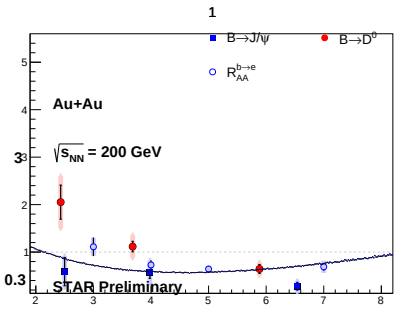

图 8: B2D0

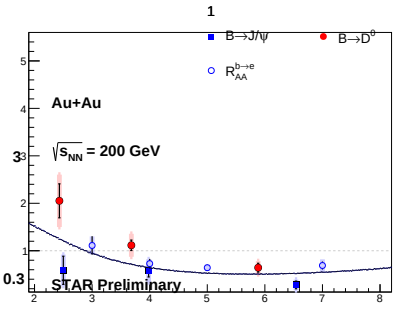

图 9: B2Jpsi

图 10: 默认参数，$\chi^2 = 2.197\,755$

参考文献

[1] C. Aidala et al. Measurement of charm and bottom production from semileptonic hadron decays in $p + p$ collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Phys. Rev. D*, 99(9):092003, 2019.

[2] Fan Si, Xiao-Long Chen, Long Zhou, Yi-Fei Zhang, Sheng-Hui Zhang, Xin-Yue Ju, Xiu-Jun Li, Xin Dong, and Nu Xu. Charm and beauty isolation from heavy flavor decay electrons in au+au collisions at snn = 200 gev at rhic. *Physics Letters B*, 805:135465, 2020.

[3] Ze-Bo Tang, Wang-Mei Zha, and Yi-Fei Zhang. An experimental review of open heavy flavor and quarkonium production at RHIC. *Nucl. Sci. Tech.*, 31(8):81, 2020.