

# 中国科学技术大学

## 大学生研究计划结题报告

### 高能核物理实验中 B 介子横动量谱及核修正因子的研究

Study of B meson transverse momentum spectrum and its nuclear modification factors in high energy nuclear physics experiment.

作者姓名: 周鹏宇  
学号: PB18000165  
院系: 少年班学院 近代物理系  
导师姓名: 张一飞 教授  
日期: 二〇二一年三月

#### 摘要

研究夸克解禁闭的新物质相——夸克胶子等离子体 (QGP), 是高能核物理领域最前沿最重要的根本科学问题。底夸克被认为是研究 QGP 理想的探针。但是在实验上, 只能探测 B 介子衰变子粒子的动量谱。我们从已有的实验数据中分析, 通过衰变产物产生谱及底强子的衰变运动学, 首次提取了底强子的横动量谱。通过上述横动量谱计算了相关的核修正因子 ( $R_{AA}$ ), 在误差范围内与 RHIC-STAR 观测的实验数据一致。

#### Abstract

The properties of the quark-gluon plasma(QGP) is an unsolved problem in physics. Formed in the initial collision, the bottom quark is regarded as the ideal probe of the QGP. However, in real experiments, only the decayed daughter particles of B meson can be detected. We present the work of obtaining the transverse momentum spectrum of B meson using a data-driven method. Moreover, we used such spectrum to calculate the relevant nuclear modification factor( $R_{AA}$ ). Compared to the results observed in RHIC-STAR, these results are within error range.

目录	1
<b>目录</b>	
<b>1 简介</b>	<b>1</b>
1.1 研究背景	1
1.2 研究思路	2
<b>2 B 介子谱的确定</b>	<b>2</b>
2.1 抽样	2
2.2 Monte Carlo 模拟	3
2.3 无约束最优化问题	3
2.4 结论	4
<b>3 核修正因子</b>	<b>4</b>
3.1 分母的分布	5
3.2 计算	5
3.3 结论	6
<b>4 结论</b>	<b>7</b>
<b>5 下一步工作展望</b>	<b>7</b>
<b>6 致谢</b>	<b>8</b>

## 1 简介

### 1.1 研究背景

高重子数密度或者高温是产生 QGP 的条件。后者在高能重离子碰撞实验中可以实现。重味夸克在高能重离子碰撞的初期产生，它可以经历 QGP 的整个演化过程，因此重味（底夸克）被认为是研究 QGP 理想的探针。除此以外，因为底夸克质量远大于轻夸克和 QCD 能标，可由微扰 QCD 精确计算，测量底夸克产生谱和截面对检验 QCD 理论有重要的科学意义。

另一方面，底夸克在热核介质中与介质相互作用目前尚不清楚，理论预言底夸克能损在 QGP 中相较于其它轻夸克和粲夸克要小，这种质量效应在底夸克衰变产物的测量中被发现，但是 STAR 的数据在不同的衰变道中子粒子核修正因子 ( $R_{AA}$ ) 似乎有「不一致」的情况。[1] 但是，目前为止，还未有对底强子的直接测量，原因是底夸克产生截面极低，强子道衰变分支比都在千分之一甚至更低，因此要实现底强子产生谱与底夸克产生截面的测量具有极大的挑战性。

本课题的目的主要解决两个问题：1) 检验 STAR 数据在不同衰变道的结果的一致性；2) 实现底强子产生谱和产生截面的首次测量。

## 1.2 研究思路

我们用 B 介子代表底夸克。我们得到 B 介子产生谱（横动量谱  $\frac{d^2N}{dp_T dy}$ ）的主要思路是，以猜测的 Lévy 函数分布进行抽样，通过对 B 介子衰变运动学的 Monte Carlo 模拟来得到其衰变子粒子的横动量谱  $\frac{d^2N}{2\pi p_T dp_T dy}$ ，将该数据与实验进行比较，计算描述误差的统计量并通过算法减小误差。此时，问题转换为无约束最优化问题，该问题可以用模拟退火法解决。优化参数后，给出拟合结果的同时我们就得到了 B 介子的产生截面。

接下来，我们将得到拟合结果结合 FONLL[2] 的数据用于计算核修正因子 ( $R_{AA}$ )，与实验数据 [3] 比较，证实在误差范围内，同一种 B 粒子的分布也会导致不同衰变道  $R_{AA}$  的不一致，最终得到结论。

## 2 B 介子谱的确定

我们需要确定 AuAu 碰撞下 B 介子的横动量谱。现有的数据是  $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$ ，RHIC 观测到的  $b \rightarrow e$  的谱  $\frac{d^2N}{2\pi p_T dp_T}$  [1]，我们用这个谱作为数据来拟合母粒子的谱。

### 2.1 抽样

我们以  $B^0$  介子来模拟 b 的衰变。由统计力学的分析 [4]，可以用 Lévy-Tsallis 函数来拟合 B 介子的横动量分布  $\frac{d^2N}{dp_T dy}$ ，其具体形式为

$$\frac{d^2N}{dp_T dy} \equiv f(p_T) = \frac{dN}{dy} \frac{(n-1)(n-2)}{2\pi n C [nC + m_0(n-2)]} \times \left(1 + \frac{\sqrt{p_T^2 + m_0^2} - m_0}{nC}\right)^{-n} \quad (1)$$

其中  $dy$  取为 2，表示 B 粒子的快度区间长度， $n, C, \frac{dN}{dy}$  是未知自由参数， $m_0$  表示 B 介子的静止质量 ( $\text{GeV}/c^2$ )。抽样时，指定  $B^0$  介子的各个参数。为了提高抽样效率，令其  $p_T$  均匀分布而在填充直方图时，选取权重为 Levy 函数在相应  $p_T$  的值，表示实际对应的粒子数 (式. (2))。

$$p_T \sim U[0, 20], \quad \text{weight} = f(p_T) \quad (2)$$

在实际模拟时，需按照式. (3) to (5) 指定 [5] 母粒子 ( $B^0$  粒子) 动量  $p_x, p_y, p_z$ ，能量  $E$ 。

$$\varphi \sim U[0, 2\pi], \quad p_x = p_T \sin \varphi, \quad p_y = p_T \cos \varphi \quad (3)$$

$$y \sim N(0, 1.2) \quad p_z = \sqrt{m^2 + p_T^2} \sinh y \quad (4)$$

$$P = \sqrt{p_T^2 + p_z^2} \quad E = \sqrt{P^2 + m^2} \quad (5)$$

## 2.2 Monte Carlo 模拟

我们使用 PYTHIA8[6] 来模拟  $B^0$  粒子衰变的动力学过程。对每次抽样, 仅仅打开  $B^0 \rightarrow e+X$  ( $X$  是任意其他粒子) 的衰变道, 提取子粒子的横动量填充直方图  $\frac{d^2N}{2\pi p_T dp_T dy}$ 。其中, 为保持与实验一致, 筛选  $|y| < 0.7$  的  $e$  进行填充。

在抽样完成后, 直方图需归一化, 归一化系数为

$$\frac{BR \times N}{\sum \text{weight}} = \frac{BR \times \int_{-1}^1 dy \int_0^{20} dp_T \frac{d^2N}{dp_T dy}}{\sum \text{weight}} \quad (6)$$

其中  $\sum \text{weight}$  表示参与抽样的粒子数,  $BR$  是分支比 (选用 PYTHIA8 的数据, 为 0.106 198 4),  $N$  是在实验中 B 介子的产量。

在实际抽样过程中, 为提高抽样速度, 采取并行算法, 用 HTCondor 同时运行 100 个程序产生 100 个直方图, 最后对直方图进行合并得到模拟结果。

## 2.3 无约束最优化问题

通过 Lévy 函数 (式. (1)) 的三个参数 (记为  $\mathbf{p}$ ), 定义统计量

$$x^2(\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^N \frac{(f_{\text{cal}} - f_{\text{exp}})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(N-1) \quad (7)$$

其中  $f_{\text{cal}}$  是 Monte Carlo 模拟得到的电子谱,  $f_{\text{exp}}$  是实验上测得的电子谱,  $\sigma^2$  是统计误差,  $N$  是采用的数据点个数。

采用模拟退火法寻找其极小值, 算法如下:

---

### 算法 1: 模拟退火法

---

**Result:** 参数  $\mathbf{p}$  及其对应的  $x^2(\mathbf{p})$

设定步长  $\epsilon = (2 \times 10^{-4}, 0.002, 0.05)$ , 设定温度与步数  $i$  的函数  $T = 0.95^{-i}$ ;

**while** 步数 < 设定最大步数 **do**

    计算  $x^2(\mathbf{p})$ ;

    产生一个随机向量  $\boldsymbol{\xi} \sim U[-1, 1]^3$ 。计算  $x^2(\mathbf{p} + \boldsymbol{\xi} \times \epsilon)$ , 这里乘法是逐项相乘;

    产生随机数  $\xi \sim U[0, 1]$ ;

**if**  $\xi < \min(1, \exp(-(x^2 - x'^2)/T))$  **then**

$\mathbf{p} = \mathbf{p} + \boldsymbol{\xi}$ ;

---

目前结果是

$$\frac{dN}{dy} = 1.50 \times 10^{-2}, C = 0.276, n = 5.40, x^2 = 19.897\,402 \quad (8)$$

我们使用的数据点是 19 个, 根据  $\chi^2$  检验方法

$$CDF(\chi^2(18), 19.897\,402) = 0.661\,38 \quad (9)$$

在  $P = 0.34$  内不能否定原假设。

模拟结果如图. 1所示, 在误差范围内, Monte Carlo 模拟结果和实验结果相符。

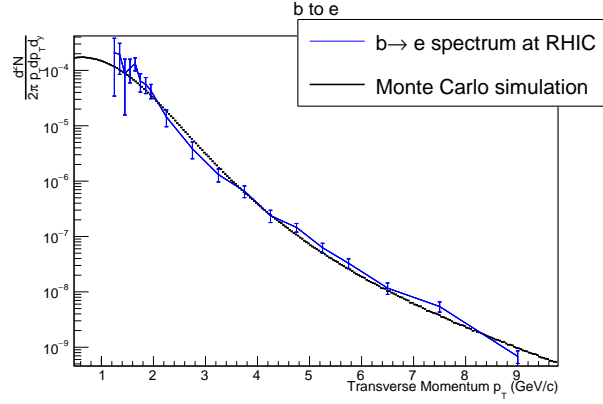


图 1:  $b \rightarrow e$  RHIC 测量的结果和 Monte Carlo 模拟结果的比较

## 2.4 结论

通过 PYTHIA8[6] 的 Monte Carlo 模拟和模拟退火算法, 可以定下用于拟合 B 介子横动量谱的 Lévy 函数的三个参数, 并在误差范围内和实验数据相符。

通过式. (8) 定下的参数, 我们可以算出底夸克的产生截面。单位快度内, 从产量  $\frac{dN}{dy}$  换算为截面  $\frac{d\sigma}{dy}$  的公式为

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{dN}{dy} \times \frac{d\sigma_{\text{inel}}^{pp}}{dN_{\text{bin}}} = 2.16 \mu\text{b} \quad (10)$$

其中  $\sigma_{\text{inel}}^{pp} = 42 \text{ mb}$  表示 pp 碰撞截面,  $N_{\text{bin}} = 291.90194$  表示平均二夸克碰撞的次数 [7]。

但是观察图. 1发现, RHIC 的  $p_T$  谱测量结果在较低横动量有很大的误差, 甚至存在较大波动。我们认为, 测量误差是导致算出的  $\chi^2$  最小也有 19, 拟合不会达到更优的主要原因。

## 3 核修正因子

核修正因子定义为重离子碰撞的产额除以质子碰撞的产额后, 用碰撞数归一化后得到的结果

$$R_{AA} = \frac{d^2 N_{AA} / (2\pi p_T dp_T dy)}{N_{\text{bin}} d^2 N_{pp} / (2\pi p_T dp_T dy)} = \frac{dN_{AA} / dp_T}{N_{\text{bin}} dN_{pp} / dp_T} \quad (11)$$

其中  $N_{\text{bin}}$  为核子-核子碰撞数, 取为 291.90194。  $R_{AA}$  与 1 的偏离用于表示粒子在核碰撞中与 QGP 作用的能量变化情况。

在实验上, 已获取了测得 B 介子衰变到 e,  $D^0$ ,  $J/\psi$  子粒子的  $R_{AA}$ , 我们用上一节确定的母粒子谱的数据抽样分子, 计算子粒子的  $R_{AA}$  并与实验数据比较。

### 3.1 分母的分布

需要用 pp 碰撞产生的 B 介子分布抽样分母。FONLL 模型 [2] 已经计算了分母的分布, 我们使用该模型的数据, 用 Levy 函数拟合, 结果为

$$\frac{dN}{dy} = 1.804 \times 10^{-5} \quad C = 0.6897 \quad N = 10.00 \quad (12)$$

然而, 我们在调研文献中发现, FONLL 模型与实验测量值 [8] 相差较大。因此, 我们采用与上一节同样的算法, 找到 pp 碰撞中  $b \rightarrow e$  的 e 的谱<sup>1</sup>, 拟合得到 B 介子分布的 Levy 函数的三个参数为

$$\frac{dN}{dy} = 3.616 \times 10^{-5} \quad C = 0.6696 \quad N = 9.740 \quad x^2 = 1.30434 \times 10^{-1} \quad (13)$$

我们使用了 21 组数据

$$CDF(\chi^2(20), 1.30434 \times 10^{-1}) \approx 4 \times 10^{-19} \quad (14)$$

因此, 在  $P = 1.000$  内不能否定原假设 (图. 2)。但是, 考虑到实验测量上仍存

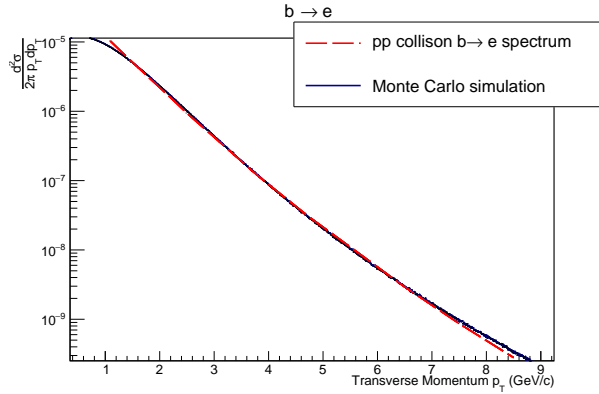


图 2: pp 碰撞  $b \rightarrow e$  测量的结果和 Monte Carlo 模拟结果的比较

在一定误差, 我们保留这两种参数用于计算  $R_{AA}$ 。

### 3.2 计算

按照式. (11), 计算步骤为

**算法 2:** 计算  $R_{AA}$ 

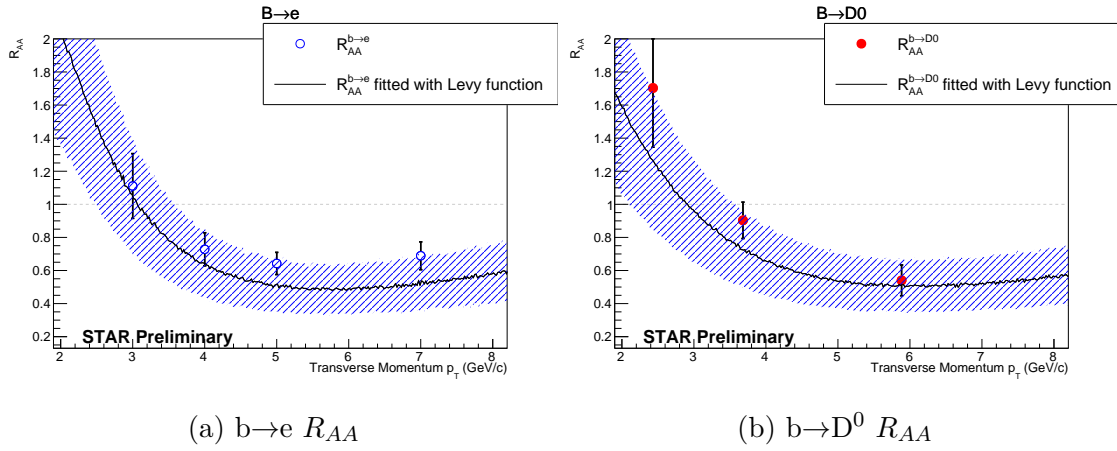

---

```

for 子粒子 in  $e, D^0, J/\psi$  do
    打开子粒子衰变道;
    初始化分母  $B^0$  粒子分布 (按分子 Levy 函数参数初始化);
    Monte Carlo 模拟 AA 碰撞子粒子的  $p_T$  直方图;
    初始化分子  $B^0$  粒子分布 (按分母 Levy 函数参数初始化);
    Monte Carlo 模拟 pp 碰撞子粒子的  $p_T$  直方图;
    两个直方图分别归一化;
    直方图相除, 绘制  $R_{AA}$ ;

```

---

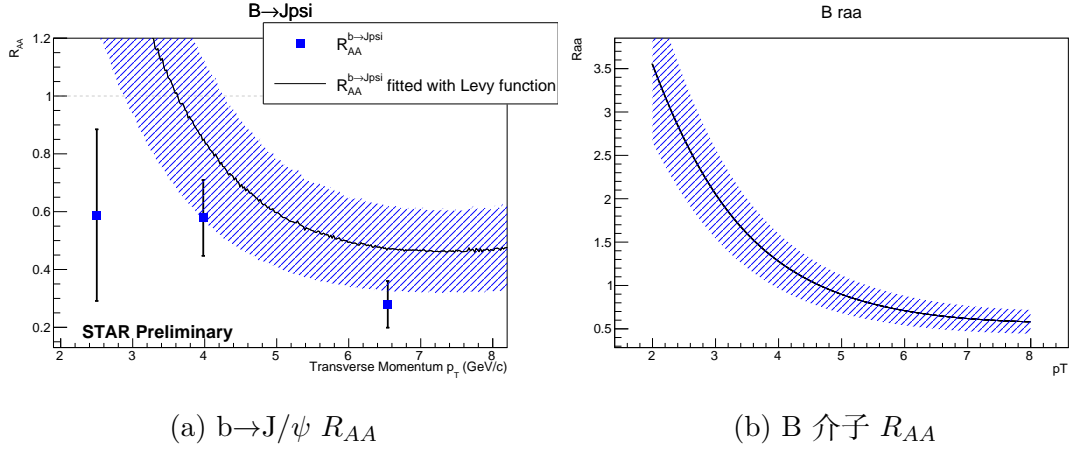
图 3:  $R_{AA}$  的计算结果**3.3 结论**

保留两种 pp 参考的参数计算出的  $R_{AA}$ , 计算结果如图. 3a, 3b, 4a and 4b. 在误差范围内, Monte Carlo 模拟的数据与 STAR 实验数据  $B \rightarrow e$ ,  $B \rightarrow D$ ,  $B \rightarrow J/\psi$   $R_{AA}$  可由同一母粒子分布衰变分析得到, 基本验证了数据的可靠性, 虽然与  $B \rightarrow J/\psi$  分布有一定的偏离。但是, 这主要是因为实验处理时  $B \rightarrow J/\psi$   $R_{AA}$  的 pp 参考采用的是与 FONLL 上限相当的测量结果, 导致数据偏低。我们还发现, 无论是实验数据还是 Monte Carlo 数据, pp 参考的较大不确定度将导致  $R_{AA}$  的不确定度较大, 说明为提高计算  $R_{AA}$  的精度, pp 参考需要更准确的数据。

得到了 AA 碰撞和 pp 碰撞 B 介子谱, 我们还首次计算了 B 的  $R_{AA}$ 。利用定义式. (11) 将两个 Lévy 函数相除, 图. 4b 可以看到, 其在所研究的范围内单调递减, 符合夸克在 QGP 内存在能损的基本结论。

---

<sup>1</sup>我们使用的数据是  $b \rightarrow e$  的截面  $d\sigma$  的谱, 产量  $dN$  谱需要乘以 30 转化为截面 (利用式. (12))。

图 4:  $R_{AA}$  的计算结果

## 4 结论

1. 在 RHIC 能区因底夸克产率极低，强子道衰变分支比都在千分之一左右，导致目前为止都没有直接观测的实验结果，我们的工作从已有的实验数据中分析，通过衰变产物产生谱及底强子的衰变运动学，首次提取了底强子的横动量谱。
2. 我们通过数据驱动 (Data Driven) 和衰变运动学，提取了底介子的核修正因子  $R_{AA}$ ，实现了首次测量，并给出底夸克在重离子中的产生截面为  $2.16 \mu\text{b}$ 。
3. 通过底强子谱的衰变产物分析，我们计算了底强子衰变产物的  $R_{AA}$ ，且在误差范围内与 RHIC-STAR 观测的实验数据一致。
4. 我们的得到的结果仍然存在一些误差，其原因可归结为 AA 实验数据的误差和计算  $R_{AA}$  时，分母 pp 碰撞的参考的误差。

## 5 下一步工作展望

下一步将对 B 介子的  $R_{AA}$  以及底夸克在 AA 里的产生截面进行理论分析，与其他粒子的  $R_{AA}$  进行比较，得到关于重夸克在 QGP 中演化的物理结论。

我们发现， $R_{AA}$  的 pp 参考部分对整个计算过程的误差贡献最大 [8]。为了进一步减小误差，我们期望，能够通过更多实验或者通过更精确的 QCD 微扰理论的算法减小 pp 参考 ( $R_{AA}$  分母分布) 不确定度，使得其更加准确。除此以外，不同衰变道低横动量区域测量值的误差均较大，为能够更好地拟合数据，下一步实验工作期望提升该能区的分辨率。



## 6 致谢

首先感谢张一飞教授提供的研究思路和对本次大研工作总体的指导。其次，感谢司凡学长、陈小龙博士提供的帮助和提供的具体数据。最后，感谢杨承熹同学对笔者安装，调试实用统计软件 ROOT 及 Monte Carlo 模拟软件 PYTHIA8[6] 的帮助。

## 参考文献

- [1] Fan Si, Xiao-Long Chen, Long Zhou, Yi-Fei Zhang, Sheng-Hui Zhang, Xin-Yue Ju, Xiu-Jun Li, Xin Dong, and Nu Xu. Charm and beauty isolation from heavy flavor decay electrons in au+au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  gev at rhic. *Physics Letters B*, 805:135465, 2020.
- [2] Matteo Cacciari, Stefano Frixione, Nicolas Houdeau, Michelangelo L Mangano, Paolo Nason, and Giovanni Ridolfi. Theoretical predictions for charm and bottom production at the lhc. *Journal of High Energy Physics*, 2012(10):1–24, 2012.
- [3] Ze-Bo Tang, Wang-Mei Zha, and Yi-Fei Zhang. An experimental review of open heavy flavor and quarkonium production at RHIC. *Nucl. Sci. Tech.*, 31(8):81, 2020.
- [4] Constantino Tsallis. Nonextensive statistics: theoretical, experimental and computational evidences and connections. *Brazilian Journal of Physics*, 29(1):1–35, 1999.
- [5] 实际上  $y$  的分布和  $\phi$  的分布并不会影响我们感兴趣的系统的动力学过程，只是为了模拟实验情况，对探测到的粒子的  $y$  进行筛选。
- [6] Torbjörn Sjöstrand, Stefan Ask, Jesper R. Christiansen, Richard Corke, Nishita Desai, Philip Ilten, Stephen Mrenna, Stefan Prestel, Christine O. Rasmussen, and Peter Z. Skands. An introduction to pythia 8.2. *Computer Physics Communications*, 191:159–177, Jun 2015.
- [7] Yifei Zhang. *Measurement of charm production cross-section and leptons from its semileptonic decay at RHIC*. PhD thesis, Hefei, CUST, 2007.
- [8] C. Aidala et al. Measurement of charm and bottom production from semileptonic hadron decays in  $p + p$  collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV. *Phys. Rev. D*, 99(9):092003, 2019.