

## 提出課題 IV：グラフィカルモデル

問題文中の空欄に入る数式を選択，または数値を計算せよ．選択した解答 ((A)–(D))，または計算した数値は「機械学習 2024 KA240201-teams」の「一般」チャンネルに出現する課題へのリンクから提出すること．

### 問題 1, 2

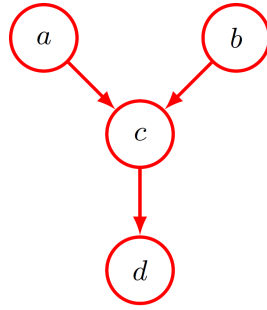


図 1

すべての変数が観測されていない図 1 に示される有向グラフを考える．はじめに， $a \perp\!\!\!\perp b \mid \emptyset$  を示す．次に， $d$  を観測したとする．このとき，一般に  $a \not\perp\!\!\!\perp b \mid d$  であることを示す．

図 1 から

$$p(a, b, c, d) = \boxed{(1)}$$

であることがわかる． $a$  と  $b$  とが独立かどうかは上式を  $c$  と  $d$  に関して周辺化すれば調べられる．

$$\begin{aligned} p(a, b) &= \sum_c \sum_d p(a, b, c, d) \\ &= \sum_c \sum_d \boxed{(1)} \\ &= p(a)p(b). \end{aligned}$$

同様に，一般には，

$$\begin{aligned} p(a, b|d) &= \frac{\sum_c p(a, b, c, d)}{\sum_a \sum_b \sum_c p(a, b, c, d)} \\ &= \boxed{(2)} \\ &\neq p(a|d)p(b|d). \end{aligned}$$

となる．この結果は図 1 のグラフにおいて有向分離の考え方を適用することによっても得られる．

---

問題 1. 空欄 (1) に入る数式を選択せよ．

- (A)  $p(a)p(b)p(c|a,b)p(d|c)$
- (B)  $p(a|c)p(b|c)p(c|d)p(d)$
- (C)  $p(a)p(b)p(c|a,b)p(d|a,b,c)$
- (D)  $p(a|c,d)p(b|c,d)p(c|d)p(d)$

問題 2. 空欄 (2) に入る数式を選択せよ．

- (A)  $p(a)p(b)p(d|a,b)/p(d)$
- (B)  $p(a)p(b)p(d|c)/p(d)$
- (C)  $p(a|c)p(b|c)p(d|c)/p(d)$
- (D)  $p(a|c,d)p(b|c,d)p(d|c)/p(d)$

問題 3, 4

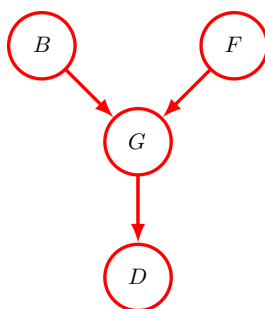


図 2

図 2 に示される，車の燃料装置と運転手に関する 4 つの 2 値確率変数をもつ問題に対応するグラフを考える．このモデルのもつ変数は，バッテリーの状態を示す  $B$ （充電されているとき  $B = 1$ ，切れているとき  $B = 0$ ），燃料タンクの状態を示す  $F$ （満タンのとき  $F = 1$ ，空のとき  $F = 0$ ），電動燃料計の状態を示す  $G$ （満タンを指すとき  $G = 1$ ，空を指すとき  $G = 0$ ），および運転手による燃料系の読みに関する報告の状態を示す  $D$ （満タンと報告するとき  $D = 1$ ，空と報告するとき  $D = 0$ ）である．バッテリーは以下の事前確率

に従って、燃料タンクが満タンであるか空きであるかは独立に、充電されていたり切れていたりする。

$$p(B = 1) = 0.9$$

$$p(F = 1) = 0.9.$$

燃料タンクとバッテリーの状態が与えられたとき、燃料系が満タンを指す確率は以下であるとし、

$$p(G = 1|B = 1, F = 1) = 0.8$$

$$p(G = 1|B = 1, F = 0) = 0.2$$

$$p(G = 1|B = 0, F = 1) = 0.2$$

$$p(G = 1|B = 0, F = 0) = 0.1$$

燃料系の信頼性は甚だ低い。運転手からの報告もいささか信頼性に欠け、以下の確率に従うとする。

$$p(D = 1|G = 1) = 0.9$$

$$p(D = 0|G = 0) = 0.9.$$

残りのすべての場合の確率は、確率の和が1になるという制約に従って定められる。

今、運転手が燃料系が空を指していることを報告したとする。すなわち我々は  $D = 0$  を観測した。この観測値だけが与えられたときのタンクが空である確率  $p(F = 0|D = 0)$  は (3) である。同様に、バッテリーが切れているという観測も得られたときのタンクが空である確率  $p(F = 0|D = 0, B = 0)$  は (4) である。

---

問題 3. 空欄 (3) に入る数値を計算せよ。解は四捨五入して小数点以下 3 桁まで表示せよ。

問題 4. 空欄 (4) に入る数値を計算せよ。解は四捨五入して小数点以下 3 桁まで表示せよ。