一．填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1．设 A与B 是两个随机事件，$P(B)=0.4$，$P(A|\overline{B})=0.5$，则概率 $P(A-B)=$________.

2．X 的分布律为$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & \alpha & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$，其中$\alpha$ 为待定常数，则概率 $P(X^2\le 1)=$________.

3．某人独立重复地做某试验，每次成功的概率为 $p\ (0<p<1)$，则此人第 4 次试验时恰第 2 次成功的概率为________.

4．设 $X\sim N(0,1)$，则随机变量 $Y=X^2$ 服从的分布为_________ **(需写出自由度).**

5．设随机变量 X 的 $EX=m>0, EX^2=m(m+1)$，则由切比雪夫不等式得 $P\{0<X<2m\}\ge$________.

二．选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1．口袋中有 3 个红球与 2 个白球，每次从中任取一球，不再放回，则首次取得红球前已取出的白球数 X 的数学期望 $E(X)=$(　　)

(A) 1　　(B) 2　　(C) 1/3　　(D) 1/2

2．设随机变量 X 分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\lambda x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0. \end{cases}(\lambda>0)$，则 $(A,B)=$(　　)

(A) $(-1,1)$　　(B) $(1,-1)$　　(C) $(1,1)$　　(D) $(-1,-1)$

3．对任意两个随机变量 X，Y，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则 (　　)

(A) X与Y 相互独立　　(B) X与Y 不独立

(C) $D(XY)=D(X)D(Y)$　　(D) $D(2X+Y)=D(2X-Y)$

4．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2),\sigma>0$，记 $p=P(X>\mu-\sigma^2)$，则（　　）

(A) p 随 σ 的增大而增大　　(B) p 随 σ 的增大而减小

(C) p 随 μ 的增大而增大　　(D) p 随 μ 的增大而减小

5．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 X 的样本，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，若 $\hat{\sigma}^2=k\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为σ^2 的无偏估计，则 $k=$(　　)

(A) $\frac{1}{2n}$　　(B) $\frac{1}{n}$　　(C) $\frac{1}{2(n-1)}$　　(D) $\frac{1}{n-1}$

三. (本题满分 12 分)设有一批产品分别由甲乙两台机床生产，其中 30% 由甲机床生产，70% 由乙机床生产，甲机床的次品率为 0.03，乙机床的次品率为 0.02；

(1) 求从中任意取一件产品是次品的概率；

(2) 若任取一件产品是次品，则为哪一台机床生产的可能性大？

四．(本题满分 12 分) 设随机变量 X 服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布，求 $Y=1-e^{-2X}$ 的密度

函数 $f_Y(y)$.

五．(本题满分 14 分)设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数 $f(x,y)=\begin{cases} cxy, & 0<y<x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，

求 (1)常数 c； (2) $P(X+Y<1)$； (3)边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，并判断 X 与 Y 是否独立？

六．(本题满分 12 分) 设随机变量 $X \sim B(1,\frac{1}{2})$，$Y \sim \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$，若 $P\{XY \neq 0\}=\frac{1}{4}$；

（1）求 (X,Y) 的联合分布律; （2） 问 X 与 Y 是否相关？若相关，求其相关系数.

七．**本题满分 12 分)** 设总体 X 的密度函数 $f(x,\theta)=\begin{cases} \dfrac{2\theta^2}{x^3}, x \geq \theta, \\ 0, \quad x<\theta, \end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数，

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为其样本，试求参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}_M$ 与极大似然估计 $\hat{\theta}_{\mathrm{L}}$.

八．(本题满分 8 分)设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，μ，σ^2 均未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为其简单随机样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，在 $1-\alpha$ 置信水平下，

（1）求样本容量 n 多大时，才能使 μ 的置信区间长度不大于 L？

（2）当 $\alpha=0.05, n=5, s=0.8$ 时，求 σ^2 的置信区间;

($\chi^2_{0.025}(4)=11.143$, $\chi^2_{0.975}(4)=0.484$，$\chi^2_{0.025}(5)=12.833$，$\chi^2_{0.975}(5)=0.831$).