

期权定价模型的有效性： 来自中国权证市场的证据

王茵田， 陈硕嵩

(清华大学 经济管理学院，北京 100084)

摘要：为寻找适合中国权证市场的定价理论，该文对传统的 Black-Scholes 期权定价模型进行了改进。由于实际中股票收益率的分布呈现出偏峰和厚尾的现象，并不服从 Black-Scholes 模型中的正态假设，该文对该模型从 2 方面修正：采用 NGARCH 模型刻画收益率的波动；在随机扰动项中引入跳跃项。该文对 53 支权证基础资产收益率序列分别用 3 种模型进行拟合，采用 Monte Carlo 模拟方法计算权证理论价格和定价偏差。该文发现 NGARCH-Normal 与 NGARCH-Jump 模型较 Black-Scholes 模型产生较小的定价偏差；带跳跃的模型 NGARCH-Jump 优于 NGARCH-Normal 模型。因而证实了采用动态波动率并引入跳跃能够显著提升期权定价准确性。

关键词：证券市场；权证；NGARCH 模型；波动率；跳跃；定价偏差

中图分类号：F830.91

文献标志码：A

文章编号：1000-0054(2015)02-0218-05

Efficiency of the options pricing model: Evidence from the Chinese warrant market

WANG Yintian, CHEN Shuosong

(School of Economics and Management, Tsinghua University,
Beijing 100084, China)

Abstract: The study applies the Black-Scholes option pricing model to the Chinese warrant markets. Empirical evidence shows that Chinese stocks have negative skewness and fat tails, which do not satisfy the assumptions of the Black-Scholes model. The paper improves the model by applying the NGARCH model and introducing jumps in returns. The paper fits three models to 53 warrants and compares their pricing errors. The results show that both NGARCH models outperform the Black-Scholes model but that the NGARCH-Jump model is even better. Thus, jumps are important to improving Chinese warrant pricing efficiency.

Key words: security market; warrant; NGARCH model; volatility; jump; pricing error

第一支认股权证宝钢权证正式发行。截至目前，共有 55 支认股权证在中国大陆发行。

权证本质是期权，而期权作为一种衍生性金融资产，从它出现起，学术界就试图探索合理的期权定价方法。虽然 Black-Scholes 公式得到广泛的应用，但通过该公式计算得到的理论价格与实际价格之间有一定的偏差，使得该理论的基本假设受到质疑。中国的权证市场由于起步较晚，尚未发展成熟，表现之一就是市场价格严重偏离理论价格。Xiong 等^[1]将这种价格偏差归咎于投资者非理性，却忽略了理论框架的局限。

Black 和 Scholes^[2]提出了 Black-Scholes 期权定价模型(BS 模型)，此后的实证研究证明该模型具有系统性的定价偏差，具体表现为“波动率微笑”，例如 BS 模型严重低估价外期权。对中国权证，唐勇和陈继祥^[3]以 2006 年 12 月 15 日为例，发现流通中大部分认沽期权的 BS 模型价值为 0 而实际价格却很高。

在 Black-Scholes 模型的基础上，学者们通过放宽原模型的各项假设，得出更为一般的期权定价模型，以期解释及修正定价偏差。Geske 和 Roll^[4]提出产生价格偏差的原因之一是模型对基础资产收益率服从正态分布的假设与实际不相符。Merton^[5]在 BS 模型中引入随机跳跃项，用复合 Poisson 过程刻画市场上出现的重大信息，并给出了相应的期权定价公式。Ball 和 Torous^[6-7]对 Merton 模型做了简化，用二项分布近似 Poisson 分布捕捉跳跃，利用纽交所收益率数据实证分析了股票收益率的动态过程中确实存在着跳跃。

另有不少学者借助 GARCH 模型进行期权定价。Christoffersen 和 Jacobs^[8]的研究表明，在一系

收稿日期：2014-03-09

基金项目：国家自然科学基金青年基金资助项目(71101080)

作者简介：王茵田(1976—)，女(汉)，山东，副教授。

E-mail: wangyt2@sem. tsinghua. edu. cn.

作为新型资本市场国家，中国权证市场的创立相较于西方国家晚上百余年。2005 年 8 月，中国大陆

列 GARCH 期权定价模型中,具有简单波动率聚集及杠杆效应的模型定价效率更高。Duan^[9]首次在 GARCH 模型中引入跳跃项,给出了相应的期权定价方法,并用标普 500 股指期货为样本做了实证分析,发现在收益率中引入跳跃项显著地提高了模型对数据的拟合效果,期权定价效率也更高。吴鑫育等^[10]利用香港期权市场的数据,发现 GARCH 扩散模型的定价效率远高于 Black-Scholes 模型。潘涛等^[11]将 GARCH 模型引入国内权证的定价。

中国权证定价文献尚没有引入跳跃项的 GARCH 模型对权证进行定价的研究。本文借鉴国外期权定价领域的理论成果,采用中国权证市场的相关数据,探讨更为适合中国权证市场的定价理论,从而从模型设定的角度解释权证理论价格与实际价格的偏差,以弥补研究空白。

1 模型设定

以往文献^[12]已证实中国股票收益率分布存在偏峰和厚尾现象,并非如 BS 模型所假设的服从正态分布。BS 模型假设标的资产的收益率受到正态随机项的冲击,围绕收益率的均值上下波动,波动率为常量。为克服 BS 模型的局限,更好地表示股票所服从的动态过程,对 BS 模型进行修正。

1) 引入随机波动率,即放宽股票波动率在存续期内恒为常数这一假设,采用非线性广义自回归条件异方差模型(NGARCH-Normal)对波动率进行表示;

2) 在资产收益率的动态过程中引入跳跃(NGARCH-Jump),放宽原模型中资产收益率服从正态分布的假设,以捕捉市场上重大信息对资产价格的冲击。

1.1 NGARCH-Normal 模型

采用 NGARCH 模型对波动率进行刻画。在真实测度 P 下,标的资产收益率 r_t 服从如下的动态过程:

$$r_t = r_f - \frac{1}{2}h_t - b\sqrt{h_t} + \sqrt{h_t}\bar{X}_t, \quad (1)$$

其中: r_f 代表无风险收益率; $\bar{X}_t \sim N(0,1)$ 且相互独立;而条件方差 h_t 服从动态过程如式(2)所示。

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-1} (\bar{X}_{t-1} - c)^2. \quad (2)$$

为确保序列为正,设: β_0 为正, β_1 和 β_2 非负。另外,当 $\beta_1 + \beta_2(1+c^2) \leq 1$ 时 h_t 过程严平稳;而当 $\beta_1 + \beta_2(1+c^2) < 1$ 时 h_t 的无条件均值存在且等于

$\beta_0/[1-\beta_1-\beta_2(1+c^2)]$ 。常数 c 表示资产价格的杠杆效应,即前一天资产价格的涨落会不同程度地影响第二天资产价格的波动率。

1.2 NGARCH-Jump 模型

标的资产收益率除了受到正态随机项的冲击,市场上还经常出现重大信息,尤其在尚未成熟且波动较大的中国证券市场上更是如此。为表示重大信息对资产价格的冲击,在资产收益率的动态过程中引入跳跃项,一段时间内发生了多少次跳跃,就意味着资产价格受到了多少次重大信息的冲击。在真实测度 P 下,模型的具体形式如下:

$$r_t = r_f - \frac{h_t}{2} - b\sqrt{h_t} + \lambda(1-K_t) + \sqrt{h_t}\bar{J}_t, \quad (3)$$

$$K_t = \exp\left(\sqrt{h_t}\bar{\mu} + \frac{1}{2}h_t\bar{\gamma}^2\right). \quad (4)$$

其中: \bar{J}_t 是一个标准正态随机变量和若干个同分布的正态随机变量的 Poisson 和,即

$$\bar{J}_t = \bar{X}_t^{(0)} + \sum_{j=1}^{N_t} \bar{X}_t^{(j)}. \quad (5)$$

其中: $\bar{X}_t^{(0)} \sim N(0,1)$,反映一般信息对股价影响; $\bar{X}_t^{(j)} \sim N(\bar{\mu}, \bar{\gamma}^2)$, $N_t \sim \text{Poisson}(\lambda)$, $j=1,2,\dots$,各随机变量之间均相互独立。Poisson 随机变量反映了 t 时期内股价发生跳跃的次数,参数 λ 表示发生跳跃的频率。当 $\lambda=0$ 时,模型退化到 NGARCH-Normal 模型。

条件方差序列 h_t 服从如下的动态过程

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-1} \left(\frac{\bar{J}_{t-1} - \lambda\bar{\mu}}{\sqrt{1+\lambda\bar{\gamma}^2}} - c \right)^2. \quad (6)$$

其中: $\hat{\gamma}^2 = \bar{\mu}^2 + \bar{\gamma}^2$ 。同 NGARCH-Normal 模型一样,这里须对结构参数施加限制: β_0 为正,而 β_1 和 β_2 非负;当 $\beta_1 + \beta_2(1+c^2) \leq 1$ 时 h_t 过程严平稳;当 $\beta_1 + \beta_2(1+c^2) < 1$ 时 h_t 的无条件均值存在且等于 $\beta_0/[1-\beta_1-\beta_2(1+c^2)]$ 。将 \bar{J}_{t-1} 进行标准化。在 $t-1$ 的信息集 \mathcal{F}_{t-1} 下 \bar{J}_t 的条件均值 $E(\bar{J}_t | \mathcal{F}_{t-1})$ 及条件方差 $\text{Var}(\bar{J}_t | \mathcal{F}_{t-1})$ 计算公式为

$$E(\bar{J}_t) = E(\bar{X}_t^{(0)}) + E\left[E\left(\sum_{j=1}^{N_t} \bar{X}_t^{(j)} \mid N_t\right)\right] = \bar{\mu}E(N_t), \quad (7)$$

$$\text{Var}(\bar{J}_t) = \text{Var}(\bar{X}_t^{(0)}) + E\left[\text{Var}\left(\sum_{j=1}^{N_t} \bar{X}_t^{(j)} \mid N_t\right)\right] + \text{Var}\left[E\left(\sum_{j=1}^{N_t} \bar{X}_t^{(j)} \mid N_t\right)\right] = 1 + \lambda\hat{\gamma}^2. \quad (8)$$

1.3 参数估计

首先用基础资产的日收益数据对模型的结构参

数进行估计,然后用估计所得的结构参数进行 Monte Carlo 模拟,计算权证的理论价格,并与权证实际价格进行比较,评价各模型的定价效率。采用极大似然估计法(MLE)对上述 3 种模型的结构参数进行估计。

1) NGARCH-Normal 模型中所需估计的参数为 $\theta = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, c\}$ 。条件概率密度函数在 r_t 的取值为

$$\phi(r_t; \alpha_t, h_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi h_t}} \exp\left\{-\frac{(r_t - \alpha_t)^2}{2h_t}\right\}. \quad (9)$$

其中 $\alpha_t = r_f - \frac{1}{2}h_t - b\sqrt{h_t}$ 表示条件均值。收益率序列 r_t 的对数似然函数为

$$l(\theta | r) = \sum_{t=1}^T \ln(\phi(r_t; \alpha_t, h_t)), \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (10)$$

2) NGARCH-Jump 模型中所需估计的参数为 $\theta = \{\beta_0, \beta_1, \beta_2, c, \lambda, \bar{\mu}, \bar{\gamma}\}$ 。定义序列 $y_t = r_t - \alpha_t, t = 1, 2, \dots, T$ 。由式(3)到(5)可知,给定 t 期资产价格发生跳跃的次数 $N_t = n$,在 $(t-1)$ 的信息 \mathcal{F}_{t-1} 下,观测值 y_t 的条件均值及条件方差计算公式为

$$E(y_t | N_t = n) = \sqrt{h_t} E(\bar{X}_t^{(0)} + \sum_{j=1}^n \bar{X}_t^{(j)}) = \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, \quad (11)$$

$$\text{Var}(y_t | N_t = n) = h_t \text{Var}(\bar{X}_t^{(0)} + \sum_{j=1}^n \bar{X}_t^{(j)}) = h_t (1 + n \bar{\gamma}^2). \quad (12)$$

因而条件概率密度函数在 y_t 的取值为:

$$\phi(y_t; \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, h_t (1 + n \bar{\gamma}^2)) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi h_t (1 + n \bar{\gamma}^2)}} \exp\left(-\frac{(y_t - \sqrt{h_t} n \bar{\mu})^2}{2h_t (1 + n \bar{\gamma}^2)}\right). \quad (13)$$

则在 $t-1$ 的信息 \mathcal{F}_{t-1} 下,无条件概率密度函数在 y_t 处的取值可由全概率公式计算得到

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(N_t = n) \phi(y_t; \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, h_t (1 + n \bar{\gamma}^2)) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \phi(y_t; \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, h_t (1 + n \bar{\gamma}^2)). \quad (14)$$

从而对收益率序列 $y_t, t = 1, 2, \dots, T$, 其对数似然函数为

$$l(\theta | y) = \ln\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \phi(r_t; \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, h_t (1 + n \bar{\gamma}^2))\right). \quad (15)$$

本文参照 Ball 和 Torous(1985)^[7] 中给出的误差上界及实验结果,结合实际估计过程中取不同截断点时参数估计值的差距,确定 $N=10$ 。即实际所需求极值的对数似然函数为

$$l_N(\theta | y) = \sum_{t=1}^T \ln\left(\sum_{n=0}^N \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \phi(r_t; \sqrt{h_t} n \bar{\mu}, h_t (1 + n \bar{\gamma}^2))\right). \quad (16)$$

自 2005 年 8 月 22 日至今,中国大陆权证市场共发行 55 支权证,基础资产均为股票。剔除数据缺失权证和美式权证后,共有 53 支权证。搜集 53 支权证在生命期内的基础资产数据,分别对 Black-Scholes 模型、NGARCH-Normal 模型和 NGARCH-Jump 进行拟合。限于篇幅,这里只在表 1 中列出五粮液股票的参数估计结果以供参考。

表 1 3 个模型的参数估计结果

模型	参数										似然值
	α	σ	β_0	β_1	β_2	c	b	λ	$\bar{\mu}$	$\bar{\gamma}$	
BS	0.0036	0.0351***	—	—	—	—	—	—	—	—	911.31
NGARCH-Normal	—	—	1.83×10^{-5}	0.924***	0.0665***	-0.099	-0.034***	—	—	—	921.97
NGARCH-Jump	—	—	6.20×10^{-6}	0.933***	0.0608***	-0.1087	-0.0627***	0.1881*	0.0888	1.8153***	933.06

注: * 表示估计值在 10% 的显著水平上显著; ** 表示估计值在 5% 的显著水平上显著; *** 表示估计值 1% 的显著水平上显著。

从表 1 中可以看出,在 NGARCH-Normal 和 NGARCH-Jump 模型中, β_1 和 β_2 均在 1% 的水平上显著,说明股票收益率的波动率存在着较强的序列相关性; c 项均不显著,说明波动率并不存在显著的杠杆效应。NGARCH-Jump 模型中的 Poisson 参数 λ 显著,说明股票收益率确实存在着跳跃; 0.1881 表示每天发生跳跃的可能性,或者平均每

5.3 d 发生一次跳跃;而跳跃项的均值不显著说明平均看来每次跳跃并没有对股价产生显著影响;跳跃项的标准差大于 1 且显著则意味着重大事件对股价造成的冲击比一般事件大。从最后一行的似然函数值可以看出,对 Black-Scholes 模型放宽假设后得到的 NGARCH-Normal 和 NGARCH-Jump 模型对样本数据的拟合效果更好。

2 实证结果和分析

2.1 数据整理

自2005年8月22日至今,中国大陆权证市场共发行55支权证,基础资产均为股票。本文所用到的基本信息主要来自锐思数据库。剔除了一支数据缺失权证和一支美式权证,本文所用样本包含53支认股权证共16368个日观测值,其中36支是认购权证,17支是认沽权证。模型估计中用到无风险收益率,是将3个月期中央银行票据的年化票面利率转化为日利率所得。

2.2 权证定价

首先得到在风险中性测度 Q 下,NGARCH-Normal和NGARCH-Jump模型的动态过程。Duan(2007)^[9]证明在风险中性测度 Q 下,NGARCH-Normal模型的资产收益率 r_t 服从

$$r_t = r_f - \frac{1}{2}h_t + \sqrt{h_t}\tilde{X}_t, \quad (17)$$

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-1} (\tilde{X}_{t-1} - c^*)^2, \quad (18)$$

$$c^* = c - b. \quad (19)$$

在 Q 测度下 $\tilde{X}_t \sim N(0, 1)$ 。

同样,风险中性测度 Q 下,NGARCH-Jump模型的资产收益率在一定假设下服从

$$r_t = r_f - \frac{h_t}{2} + \lambda(1 - K_t) + \sqrt{h_t}\tilde{J}_t, \quad (20)$$

$$K_t = \exp\left(\sqrt{h_t}\bar{\mu} + \frac{1}{2}h_t\bar{\gamma}^2\right), \quad (21)$$

$$h_t + \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-1} \left(\frac{\tilde{J}_{t-1} - \lambda\bar{\mu}}{\sqrt{1 + \lambda\bar{\gamma}^2}} - c^*\right)^2, \quad (22)$$

$$c^* = c - \frac{b}{\sqrt{1 + \lambda\bar{\gamma}^2}}. \quad (23)$$

在 Q 下, \tilde{J}_t 依然是一个标准正态随机变量和若干个同分布的正态随机变量的Poisson和。期权的理论价格可直接由测度 Q 下到期日的期望收入按无风险收益率折现得到。认购权证价值为:

$$C_t = \exp(-r_f(T-t))E_t^Q(\max(S_T - K, 0)).$$

认沽权证价值为

$$P_t = \exp(r_f(T-t))E_t^Q(\max(K - S_T, 0)).$$

其中: T 是权证到期日; r_f 是无风险收益率; K 为行权价; S_T 是当日基础资产价格。

S_T 是通过Monte Carlo模拟来得到。模拟步骤为:

Step 1 生成随机扰动项,分别是NGARCH-

Normal模型中的 \tilde{X}_t 以及NGARCH-Jump模型中 \tilde{J}_t ;

Step 2 代入表1中的估计参数模拟收益率序列 r_t :NGARCH-Normal模型按照式(17)~式(19)模拟,NGARCH-Jump模型按照式(20)~式(23)模拟;

Step 3 根据序列 r_t 和当前价格 S_t 计算 S_T ;

Step 4 重复过程1)至3)10000次,按照买权或卖权的定价公式,计算 C_t 或 P_t 。

2.3 实证结果

对每支权证每天的价格分别采用3种模型进行定价。为比较定价效率,定义如下的平均绝对定价偏差

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |C_{i0} - \hat{C}_i|. \quad (24)$$

其中: C_0 表示市场价格; \hat{C} 表示模型价格; N 表示权证总数量。按权证到期时间 T 及股价与行权价之比 S/K 对样本分成6组,分别计算每组内的MAE。为便于比较,对2个NGARCH模型的定价偏差进行标准化,除以BS模型的定价偏差,结果见表2。

从表2和表3可以看出:1)这2种NGARCH模型所显示的平均绝对定价偏差绝大多数情况下都小于Black-Scholes模型,说明引入动态条件方差的重要性。2)无论买权还是卖权,NGARCH-Jump在多数情况下优于NGARCH-Normal,说明对收益率和波动率同时引入跳跃的优越性。3)动态条件方差的引入对平价认沽权证(at-the-money, $0.85 < S/K < 1.25$)定价准确性的提升最明显,这是因为平价权证对于波动率的变化最为敏感,所以准确的描述波动率对平价权证最重要。4)权证的期限越长($T-t > 365$)越能体现引入动态条件方差以及跳跃的重要性。这是因为准确捕捉波动率的重要性需要长期的过程才能充分体现出来。

表2 NGARCH-Normal模型定价平均绝对误差比

期权类型	S/K	期限($T-t$)	
		<365 d	>365 d
买权	<0.85	0.956	0.846
	0.85~1.25	0.918	0.92
	>1.25	1.026	0.946
卖权	<0.85	1.636	1.169
	0.85~1.25	0.904	0.787
	>1.25	0.994	0.974

表3 NGARCH-Jump 模型定价平均绝对误差比

期权类型	S/K	期限(T-t)	
		<365 d	>365 d
买权	<0.85	0.947	0.751
	0.85~1.25	0.962	0.915
	>1.25	0.981	0.928
卖权	<0.85	1.158	1.043
	0.85~1.25	0.847	0.5
	>1.25	0.942	0.846

3 结 论

本文对传统 Black-Scholes 期权定价模型进行改进,寻找适合中国权证市场的定价理论,从而降低模型的定价偏差。

由于实际的股票收益率的分布往往呈现出偏峰和厚尾现象,并不服从 Black-Scholes 模型中的正态假设,因此对模型假设从 2 个角度进行修正:1) 采用 NGARCH 模型刻画收益率的波动;2) 在随机扰动项中引入跳跃项。采用这 2 种模型的意义是:NGARCH 模型中的参数 c 体现了收益率波动的杠杆效应,从而使分布呈现出偏峰的形态;在随机扰动项中引入跳跃项后,使得收益率出现较大幅度波动的可能性增大,增加了收益率出现极端值的概率,使分布呈现出厚尾形态。

本文对 53 支权证标的股票的收益率序列分别用 3 种模型进行拟合,用极大似然法估计模型的结构参数值,发现逐步放宽 Black-Scholes 模型假设后的一般性的模型对收益率序列的拟合效果更好。

为考察各模型的权证定价效率,本文用 Monte Carlo 模拟的方法计算 3 种模型下的权证理论价格,并与权证实际价格比较。发现 NGARCH-Normal 模型和 NGARCH-Jump 模型较 BS 模型在绝对定价偏差上有了大幅度的改进,尤其针对长期的价内权证上。而 2 种 NGARCH 模型之间的差异并不显著。相对于 BS 模型,定价效率的改进说明原定定价偏差并非全部来源于中国权证市场的非理性,模型风险是重要原因。

尽管模型修正后的定价效率有所提升,但是权证理论价格与实际价格之间仍然存在偏差,需要进一步修正模型缩小定价偏差。

参考文献 (References)

- [1] Xiong W, Yu J. The Chinese warrants bubble [J]. *American Economic Review*, 2009, **101**(6): 2723-2753.
- [2] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities [J]. *Journal of Political Economy*, 1973, **81**(3): 637-654.
- [3] 唐勇, 陈继祥. 我国权证市场定价效率较低的原因及对策探析 [J]. *价格理论与实践*, 2007(3): 69-70.
TANG Yong, CHEN Jixiang. Causes and solutions for the low efficiency of Chinese warrants pricing [J]. *Price Theory and Practice*, 2007 (03): 69-70. (in Chinese)
- [4] Geske R, Roll R. On valuing American call options with the Black-Scholes European formula [J]. *Journal of Finance*, 1984, **39**(2): 443-455.
- [5] Merton R. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous [J]. *Journal of Financial Economics*, 1976, **3**(1): 125-144.
- [6] Ball C, Torous W. A simplified jump process for common stock returns [J]. *Journal of Financial and Quantitative analysis*, 1983, **18**(1): 53-65.
- [7] Ball C, Torous W. On jumps in common stock prices and their impact on call option pricing [J]. *The Journal of Finance*, 1985, **40**(1): 155-173.
- [8] Christoffersen P, Dorion C, Jacobs K, et al. Volatility components, affine restrictions, and nonnormal innovations [J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2010, **28**(4): 483-502.
- [9] Duan J, Ritchken P, Sun Z. Jump starting GARCH: Pricing options with jumps in returns and volatilities [J]. *Risk Management Institute Working Paper*, 2007, **7**(35): 1-49.
- [10] 吴鑫育, 周海林, 汪寿阳, 等. 基于 GARCH 扩散模型的权证定价 [J]. *系统工程理论与实践*, 2012, **32**(03): 449-457.
WU Xinyu, ZHOU Hailin, WANG Shouyang, et al. Warrants pricing based on GARCH diffusion model [J]. *Systems Engineering: Theory and Practice*, 2012, **32**(03): 449-457. (in Chinese)
- [11] 潘涛, 邢铁英. 中国权证定价方法的研究: 基于经典 B-S 模型及 GARCH 修正模型比较的分析框架 [J]. *世界经济*, 2007(06): 75-80.
PAN Tao, XING Tieying. On Chinese warrants pricing methods: A comparison between B-S model and GARCH model [J]. *World Economy*, 2007(06): 75-80. (in Chinese)
- [12] 陈收, 曹雪平. 基于 EGARCH 和 C-F 扩展的 VaR 模型及应用 [J]. *系统工程*, 2004, **22**(10): 29-34.
CHEN Shou, CAO Xueping. EGARCH and C-F extended VaR model and their applications [J]. *Systems Engineering*, 2004, **22**(10): 29-34. (in Chinese)