



第三章 測邊

內 容

- 3.1 前 言
- 3.2 Laplacian 測邊器
- 3.3 Sobel/Prewitt 測邊器
- 3.4 Canny 測邊器
- 3.5 作 業

3.1 前言

- 在影像的前置處理 (Preprocessing) 中，如何做好測邊 (Edge Detection) 的工作是非常重要的。

3.2 Laplacian 測邊器

■ 灰階的突然變化 (Abrupt Change)

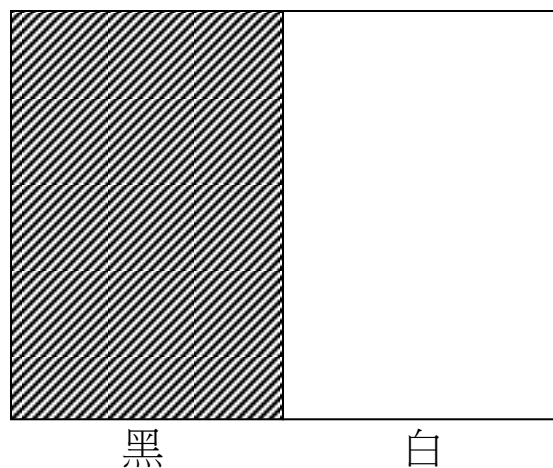


圖3.2.1

兩個同質但不同色的區域

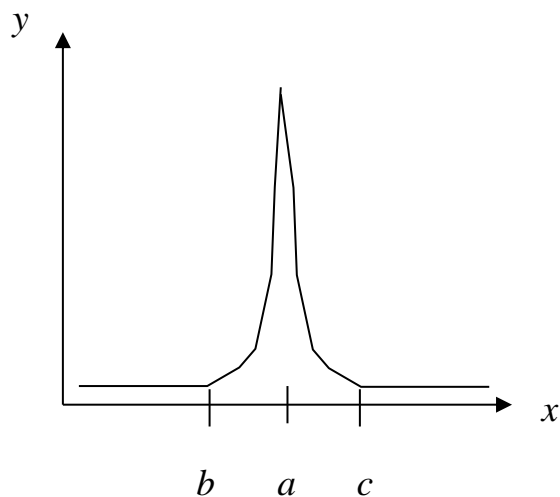


圖3.2.2

圖 3.2.1 的一次微分結果

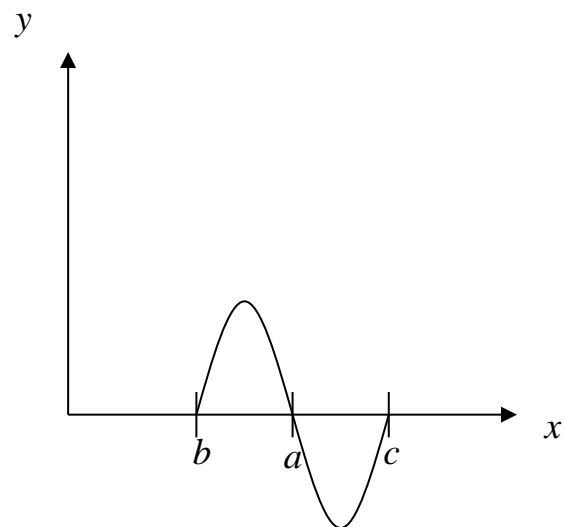


圖3.2.3

通過零點 (Zero Crossing) 示意圖

$$\nabla_x f = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$\begin{aligned}\nabla_x^2 f &= f(x+2, y) - f(x+1, y) - [f(x+1, y) - f(x, y)] \\ &= f(x+2, y) - 2f(x+1, y) + f(x, y)\end{aligned}$$

令 $x=x+1$,

$$\nabla_x^2 f = f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)$$

同理 ,

$$\nabla_y^2 f = f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1)$$

可得拉普拉斯算子如下 :

$$\begin{aligned}\nabla^2 f &= \nabla_x^2 f + \nabla_y^2 f \\ &= f(x, y+1) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x-1, y) - 4f(x, y)\end{aligned}\tag{3.2.1}$$

■ 使用 Laplacian 算子來測邊：

如果滿足 $\nabla^2 f(x-1, y)$ 和 $\nabla^2 f(x+1, y)$ 的值呈現一個是正數另一個為負數，且 $|\nabla^2 f(x+1, y) - \nabla^2 f(x-1, y)|$ 大於門檻值 T 的情況，我們就宣稱 (x, y) 的位置上有一個邊點。相同的，若是 $\nabla^2 f(x, y-1)$ 和 $\nabla^2 f(x, y+1)$ 滿足上述條件，我們也可以將位置 (x, y) 上的像素視為一個邊點。

3.3 Sobel/Prewitt 測邊器

- 合成的量(Magnitude)為 $\sqrt{(\nabla_x f)^2 + (\nabla_y f)^2}$ ，而角度 $\theta = \tan^{-1} \frac{\nabla_y f}{\nabla_x f}$ 。

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

(a) 測 y 方向的灰階變化 (b) 測 x 方向的灰階變化

圖3.3.1 Sobel 測邊算子

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

(a) 測 y 方向的灰階變化 (b) 測 x 方向的灰階變化

圖3.3.2 Prewitt 算子

範例 3.3.1：

給一影像，試問對同一門檻值 T 而言，利用 $|\nabla_x f| + |\nabla_y f|$ 的運算和 $\sqrt{(\nabla_x f)^2 + (\nabla_y f)^2}$ 的運算，何者所得到的邊圖具有更多的邊點數？

解答：

因為 $|\nabla_x f| + |\nabla_y f| \geq \sqrt{(\nabla_x f)^2 + (\nabla_y f)^2}$ ，所以利用 $|\nabla_x f| + |\nabla_y f|$ 運算所得到的邊圖具有更多的邊點數。

範例 3.3.2：

可否舉個模擬例子以說明 Sobel 測邊算子？

解答：

給定一 3×3 子影像如下所示

10	10	100
10	100	100
100	100	100

利用圖 3.3.1(a) 和 (b)，得到的反應值皆為 270。合成量為 540(=270+270)，而角度為 $\theta = \tan^{-1} \frac{270}{270} = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$ 。若門檻值為 50，該像素為邊點且方向性為 45° 。

3.4 Canny 測邊器

- 得出梯度值

$$MG = \sqrt{(\nabla_x f(x, y))^2 + (\nabla_y f(x, y))^2}$$

算出方向值

$$AG = \tan^{-1} \left(\frac{\nabla_y f(x, y)}{\nabla_x f(x, y)} \right)$$

依照 AG 值分類成四種梯度方向：

$$S(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{當 } -\frac{\pi}{8} < AG(x, y) \leq \frac{\pi}{8} \\ 1, & \text{當 } \frac{\pi}{8} < AG(x, y) \leq \frac{3\pi}{8} \\ 2, & \text{當 } -\frac{3\pi}{8} < AG(x, y) \leq -\frac{\pi}{8} \\ 3, & \text{其他情形} \end{cases}$$

- 假若在這梯度方向上，該像素的梯度量大於二個鄰居的量，則該像素為邊點。



圖3.4.1 測試的灰階影像

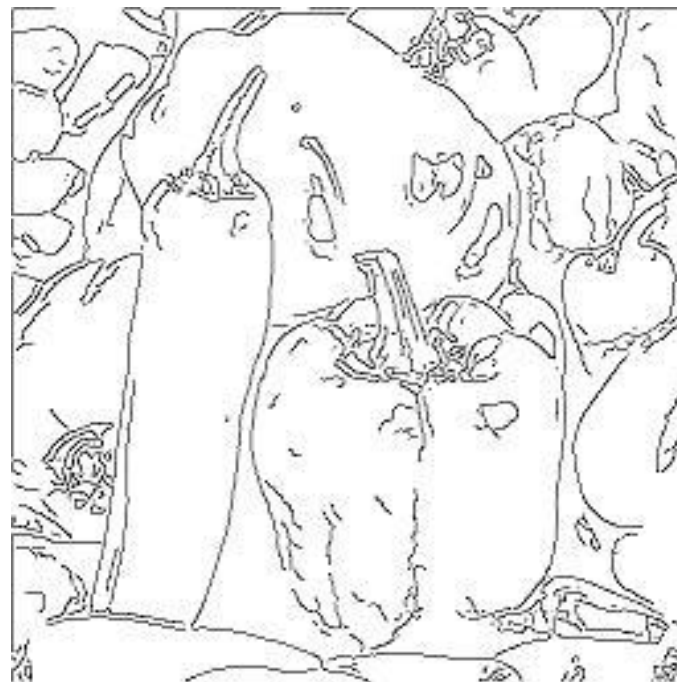


圖3.4.2

圖 3.4.1 經過 Canny 測邊法所得到的結果

3.5 作業

- 作業一：寫一 C 程式以完成 Canny 測邊器的實作。
- 作業二：探討本章介紹的三種不同測邊法之優缺點。