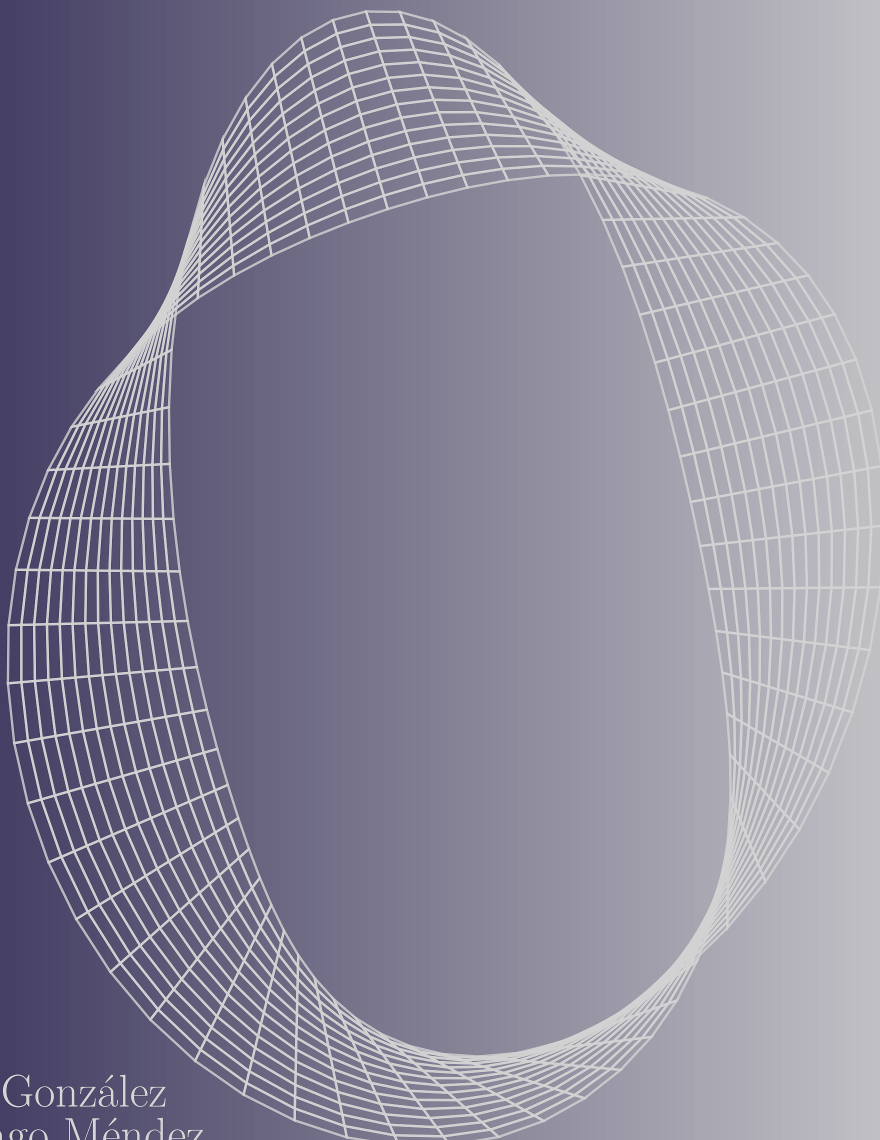
NOTAS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL:

Un trabajo en colaboración.



Adiel González
Santiago Méndez
Obed Leyva

Índice general

1

Fundamentos de la geometría euclidiana

§ Espacios vectoriales euclidianos

Definición 1.1: Sea E un espacio vectorial real de dimensión finita. E se llamará un *espacio vectorial euclidiano* si está dada una transformación $E \times E \longrightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto \langle x, y\rangle$ llamada **producto escalar** que goza de las siguientes propiedades:

(a) **(Bilinealidad)**:

$$\langle \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, y\rangle = \alpha_1 \langle x_1, y\rangle + \alpha_2 \langle x_2, y\rangle \quad \forall x_1, x_2, y \in E \text{ y } \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}.$$

$$\langle x, \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2\rangle = \beta_1 \langle x, y_1\rangle + \beta_2 \langle x, y_2\rangle \quad \forall y_1, y_2, x \in E \text{ y } \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}.$$

(b) **(Simetría)**:

$$\langle x, y\rangle = \langle y, x\rangle \quad \forall x, y \in E.$$

(c) $\langle x, x\rangle \geq 0 \quad x \in E$.

(d) $\langle x, x\rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.

§ Transformaciones ortogonales

§ Producto volúmico y vectorial

§ Cálculo diferencial e integral de funciones vectoriales y puntuales de una variable real