XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bài giảng này !

- Xử lý tín hiệu số
- Xử lý tín hiệu số và lọc số...

Chương 1

TÍN HIỆU VÀ HỆ THỐNG RỜI RẠC

Những nội dung cần nắm vững: Chương 1

- Các tín hiệu rời rạc đặc biệt (xung đơn vị, bậc đơn vị, hàm mũ, tuần hoàn)
- Các phép toán với tín hiệu rời rạc (nhân với hệ số, cộng, phép dịch)
- Quan hệ vào-ra với hệ TT-BB:
  - Tín hiệu vào (tác động), tín hiệu ra (đáp ứng), đáp ứng xung
  - Cách tính tổng chập $y(n) = x(n) * h(n)$
- Các tính chất của hệ TT-BB
  - … nhân quả, ổn định
- Quan hệ vào-ra thông qua PT-SP-TT-HSH
- Hệ TT-BB xét trong miền tần số:
  - Đáp ứng tần số (đáp ứng biên độ, đáp ứng pha)
  - Phổ tín hiệu (phổ biên độ, phổ pha)

Những nội dung cần nắm vững: Chương 2

- Định nghĩa biến đổi z (1 phía, 2 phía)
- Miền hội tụ của biến đổi z
- Các tính chất của biến đổi z
- Phương pháp tính biến đổi z ngược (phân tích thành các phân thức hữu tỉ đơn giản…)
- Cách tra cứu bảng công thức biến đổi z
- Ứng dụng biến đổi z 1 phía để giải PT-SP
- Xét tính nhân quả và ổn định thông qua hàm truyền đạt H(z).

Những nội dung cần nắm vững: Chương 3

- Phân loại bộ lọc số (FIR, IIR)
- Phương pháp thực hiện bộ lọc số (phần cứng, phần mềm):

  - Sơ đồ khối

  - Lập trình để giải PT-SP

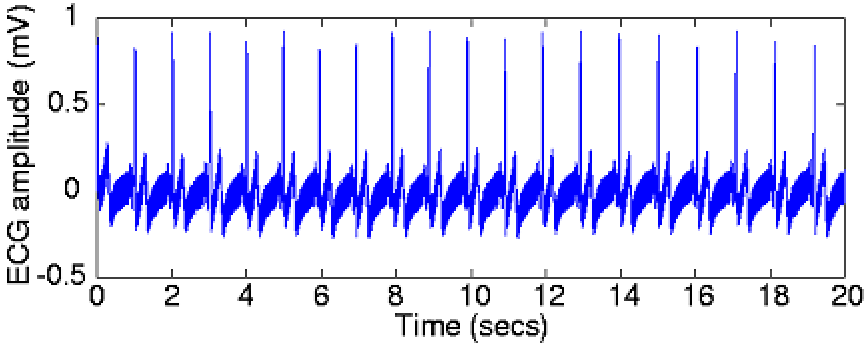
Các thuộc tính của bộ lọc:

Nhân quả, ổn định, hàm truyền đạt, đáp ứng xung, đáp ứng tần số (biên độ, pha), tính chất lọc (thông cao, thông thấp, thông dải, chắn dải)

Miền thời gian	Mặt phẳng z	Miền tần số
T.h. vào x(n) T.h. ra y(n) Đáp ứng xung h(n) y(n) = x(n) * h(n) Nhân quả Ổn định (thể hiện qua đáp ứng xung)	X(z)= Z[x(n)] Y(z)= Z[y(n)] H(z)=Z[h(n)]= Y(z)/X(z) Y(z) = X(z). H(z) Nhân quả: Ổn định: (Vị trí của điểm cực của H(z) so với đường tròn đơn vị)	Phổ $X(e^{jw})$=F[x(n)] Phổ $Y(e^{jw})$=F[y(n)] Đáp ứng tần số $H(e^{jw})= Y(e^{jw})/ X(e^{jw})$ =F[h(n)] $Y(e^{jw})= X(e^{jw}). H(e^{jw})$

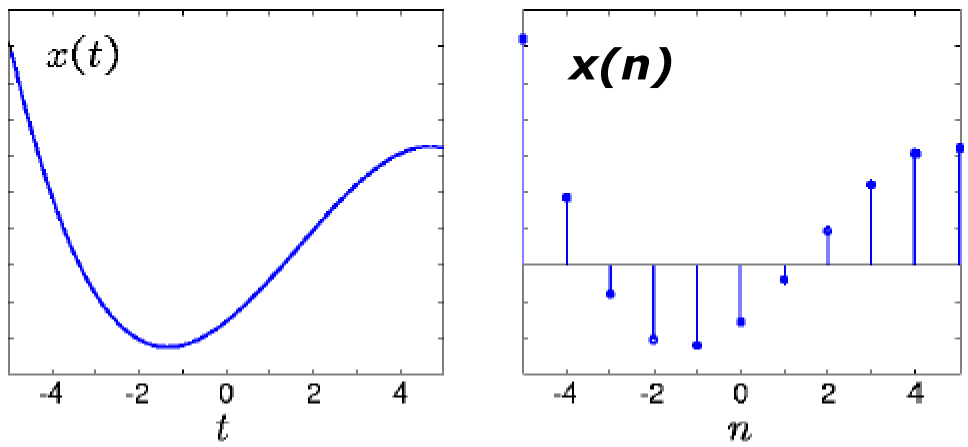
1.1 Khái niệm và phân loại

- Tín hiệu là biểu hiện vật lý của thông tin
- Về mặt toán, tín hiệu là hàm của một hoặc nhiều biến độc lập. Các biến độc lập có thể là: thời gian, áp suất, độ cao, nhiệt độ…
- Biến độc lập thường gặp là thời gian. Trong giáo trình sẽ chỉ xét trường hợp này.
- Một ví dụ về tín hiệu có biến độc lập là thời gian: tín hiệu điện tim.



- Phân loại:

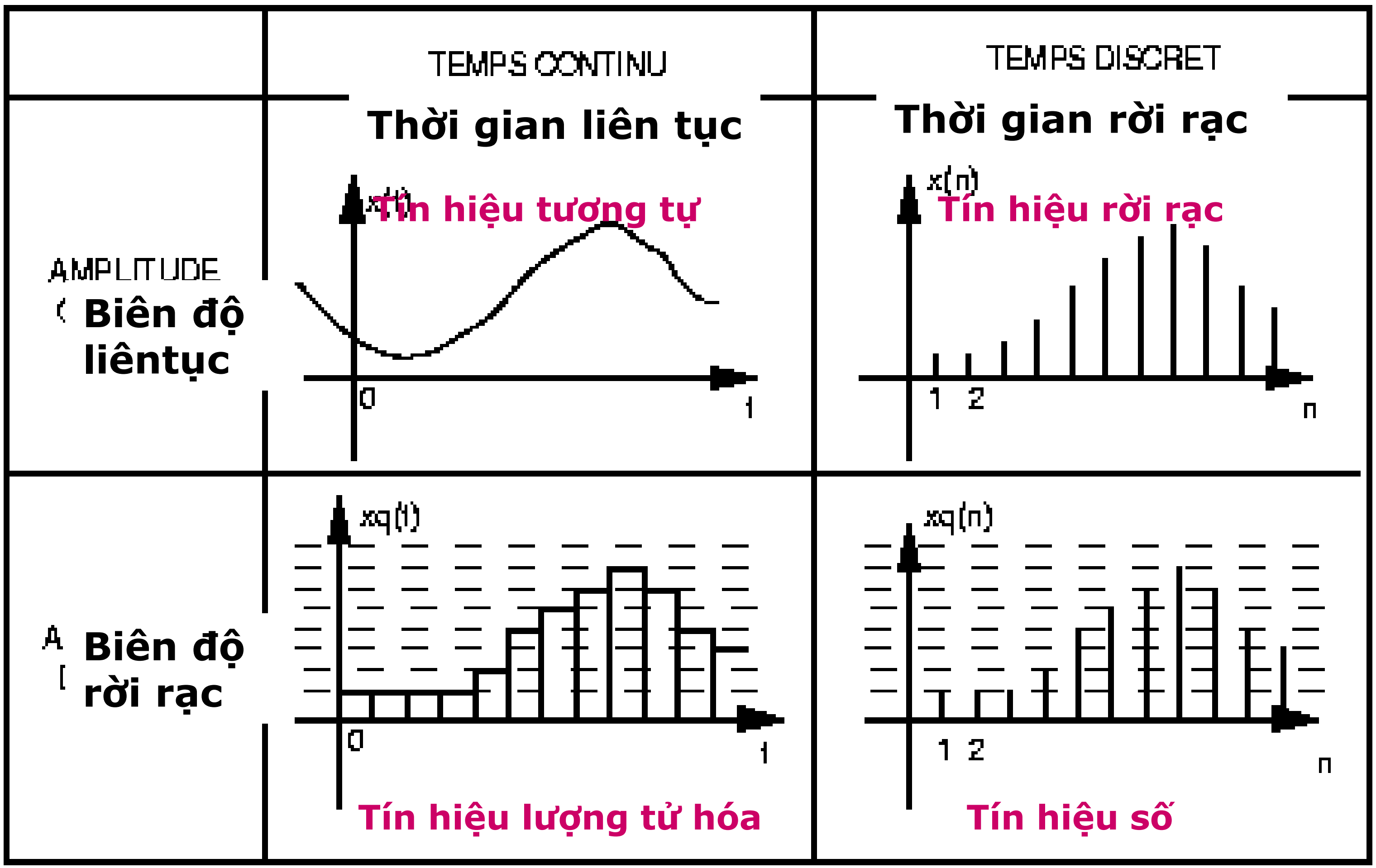
Xét trường hợp tín hiệu là hàm của biến thời gian



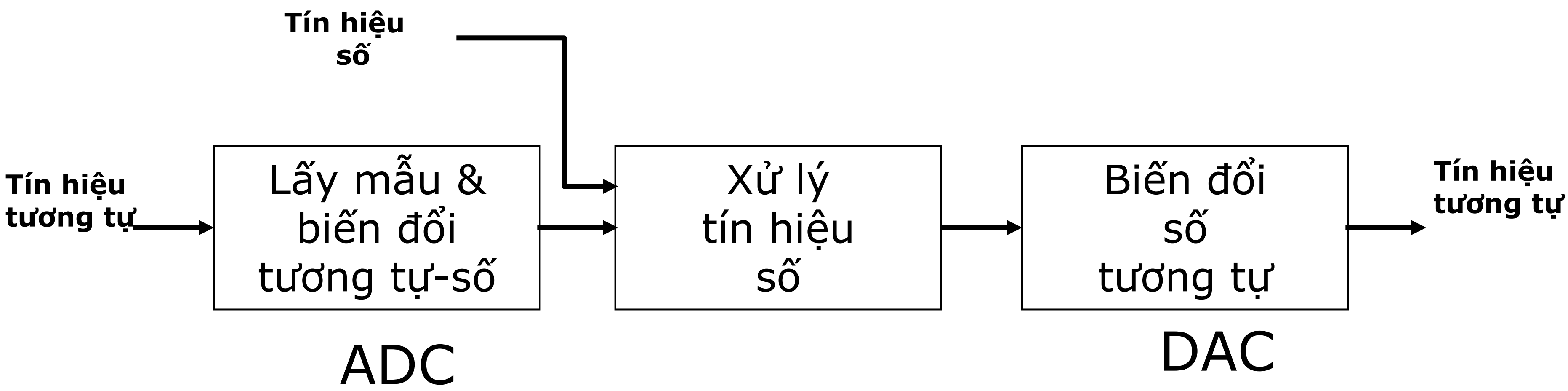
Tín hiệu tương tự: biên độ (hàm), thời gian (biến) đều liên tục. Ví dụ: *x(t)*

Tín hiệu rời rạc: biên độ liên tục, thời gian rời rạc. Ví dụ: x(n)

Phân loại tín hiệu



Xử lý số tín hiệu



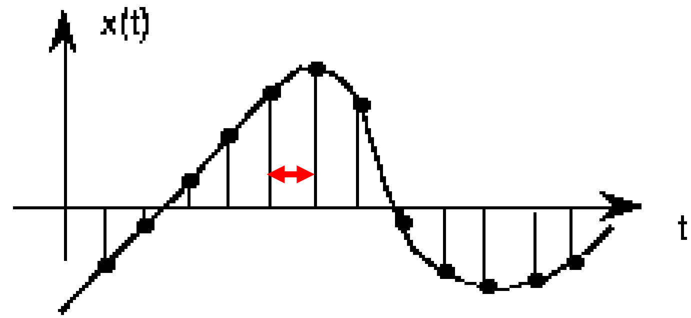
Tại sao lại tín hiệu số ?

- Để có thể xử lý tự động (bằng máy tính)
- Giảm được nhiễu
- Cho phép sao lưu nhiều lần mà chất lượng không thay đổi
- Các bộ xử lý tín hiệu số (DSP) khi được chế tạo hàng loạt có chất lượng xử lý đồng nhất và chất lượng xử lý không thay đổi theo thời gian

Biến đổi tương tự-số

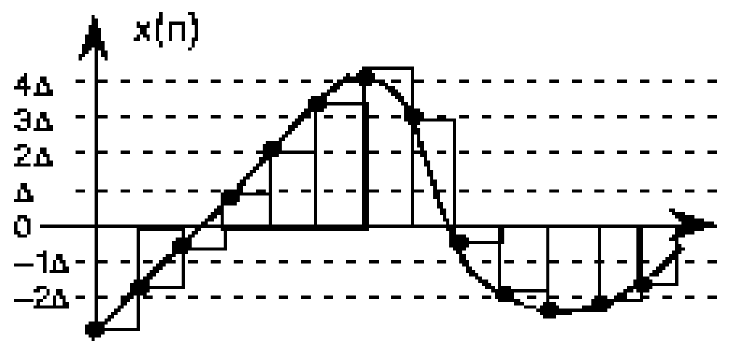
- Lấy mẫu sau đó lượng tử hóa

Lấy mẫu
(rời rạc hóa thời gian)



Chu kỳ lấy mẫu Ts
Tần số lấy mẫu Fs = 1/Ts

Lượng tử hóa
(rời rạc hóa biên độ)



Fs >= 2Fmax (Fmax: tần số lớn nhất của tín hiệu)
Định lý Shannon (lấy mẫu)

1.2 Ký hiệu tín hiệu rời rạc

- Dãy giá trị thực hoặc phức với phần tử thứ n là x(n), $-\infty < n < +\infty$
- n lấy giá trị nguyên
- Quá trình lấy mẫu đều (Ts = hằng số), giả thiết Ts = 1 -> Fs = 1

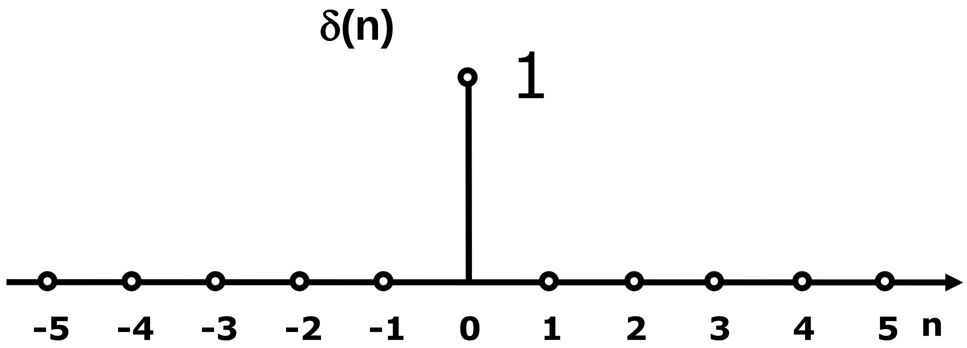
$\omega_s = 2\pi Fs$.

$$x(n) = x(nTs)$$

Một số tín hiệu rời rạc đặc biệt

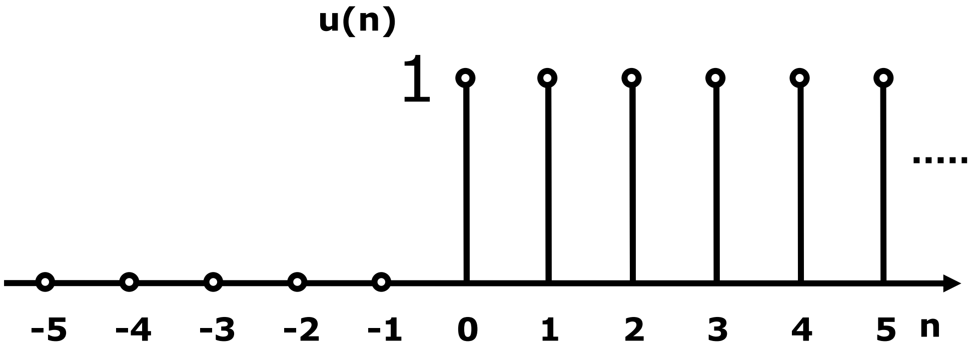
- Xung đơn vị

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



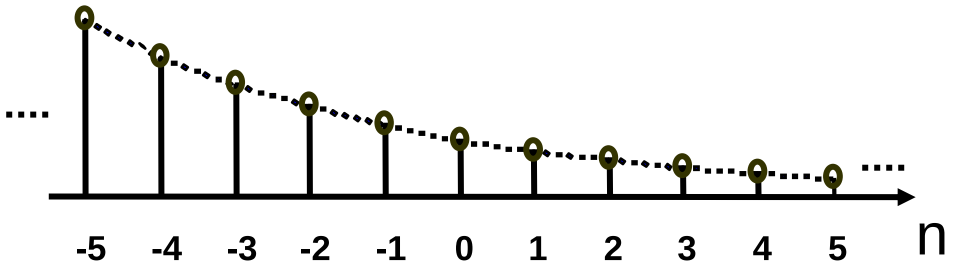
- Tín hiệu bậc đơn vị

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$



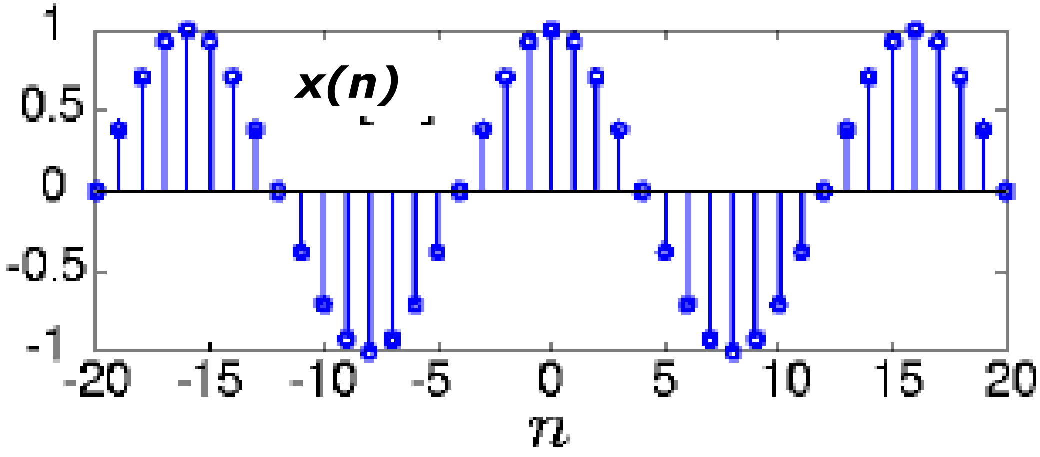
- Tín hiệu hàm mũ

$$x(n)=a^n$$



- Tín hiệu tuần hoàn

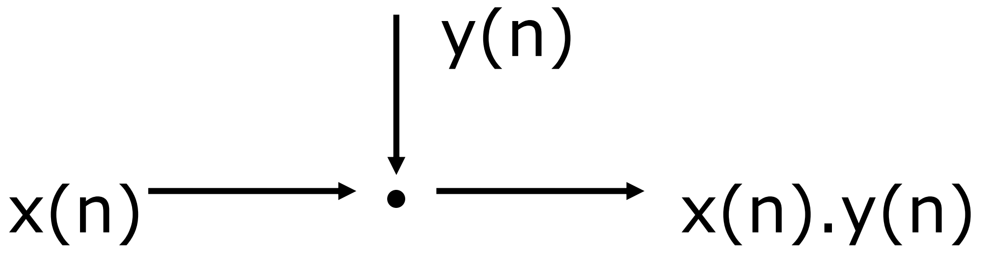
$$x(n)=x(n+N),\ N>0: \text{chu kỳ}$$



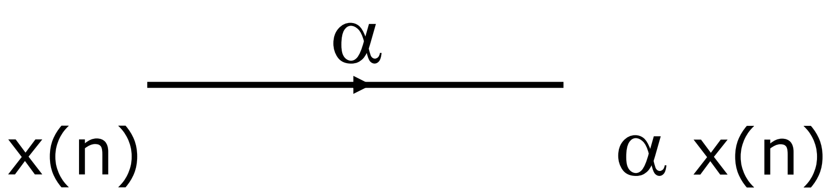
$$x(n)=\sin[(2\pi/N)(n+n_0)]$$

1.3. Các phép toán với tín hiệu rời rạc

- Phép nhân 2 tín hiệu rời rạc

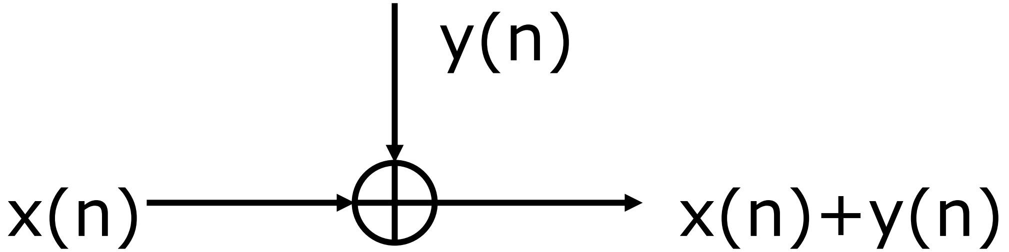


- Phép nhân tín hiệu rời rạc với hệ số



1.3. Các phép toán với tín hiệu rời rạc

- Phép cộng 2 tín hiệu rời rạc



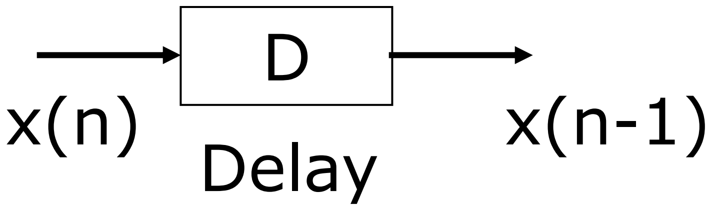
- Phép dịch

  nếu dịch phải n_0 mẫu, x(n) trở thành y(n)

$$y(n) = x(n-n_0)$$

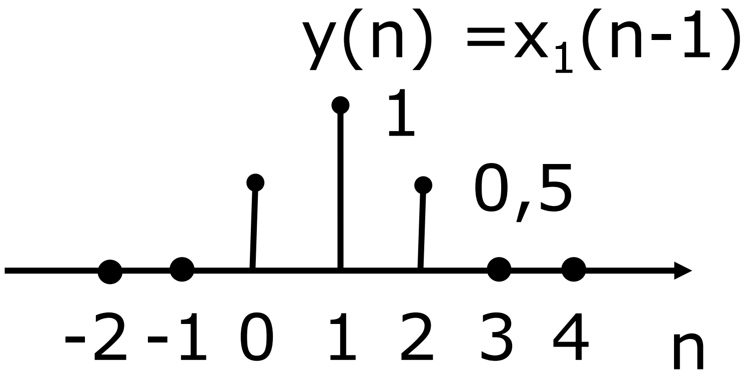
1.3. Các phép toán với tín hiệu rời rạc

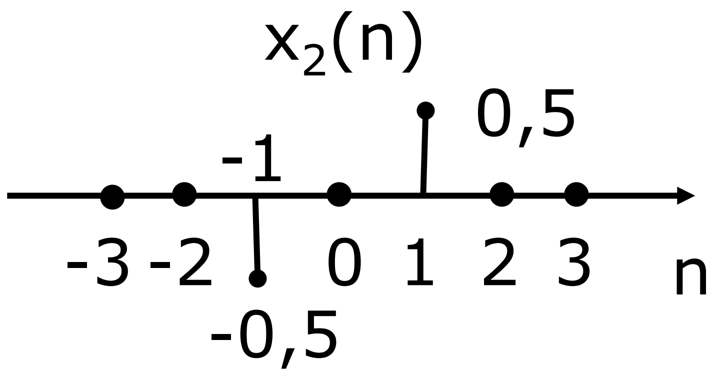
Trễ 1 mẫu



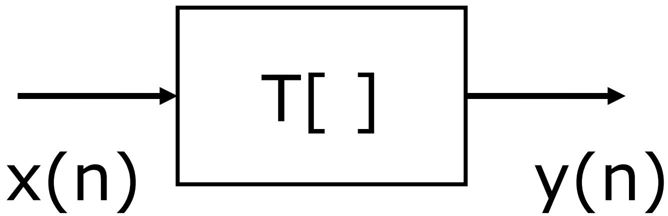
Một tín hiệu rời rạc bất kỳ x(n) luôn có thể được biểu diễn

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)$$


y(n) =x1(n-1)
1
0,5
-2 -1 0 1 2 3 4
n


x2(n)
0,5
-1
-3 -2 0 1 2 3
n
-0,5

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc



$y(n)=T[x(n)]$

x(n): tín hiệu vào (tác động)
y(n): tín hiệu ra (đáp ứng)
Phân loại dựa trên các điều kiện ràng buộc đối với phép biến đổi T

Hệ tuyến tính nếu thỏa mãn nguyên lý xếp chồng

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

$$x_1(n) \longrightarrow y_1(n)$$

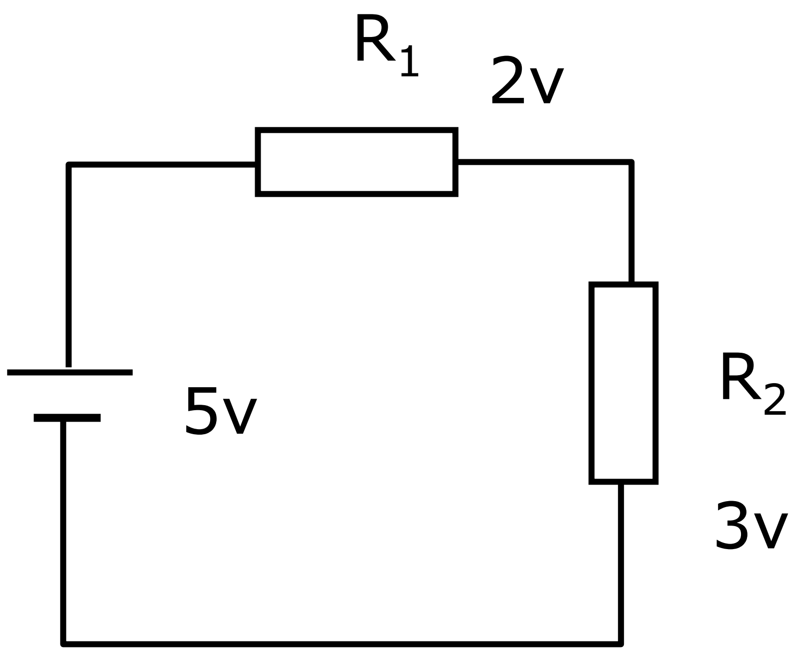
$$x_2(n) \longrightarrow y_2(n)$$

$$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$$
$$= a\,y_1(n) + b\,y_2(n)$$

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \qquad y(n) = T[x(n)]$$

Nếu hệ tuyến tính: $$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)T[\delta(n-k)]$$

$$h_k(n) = T[\delta(n-k)]$$


R1
2v
5v
R2
3v

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

Nếu hệ bất biến theo thời gian

Tác động $\delta(n)$ cho đáp ứng $h(n)$
Tác động $\delta(n-k)$ cho đáp ứng $h(n-k)$

Với hệ tuyến tính bất biến (TTBB):

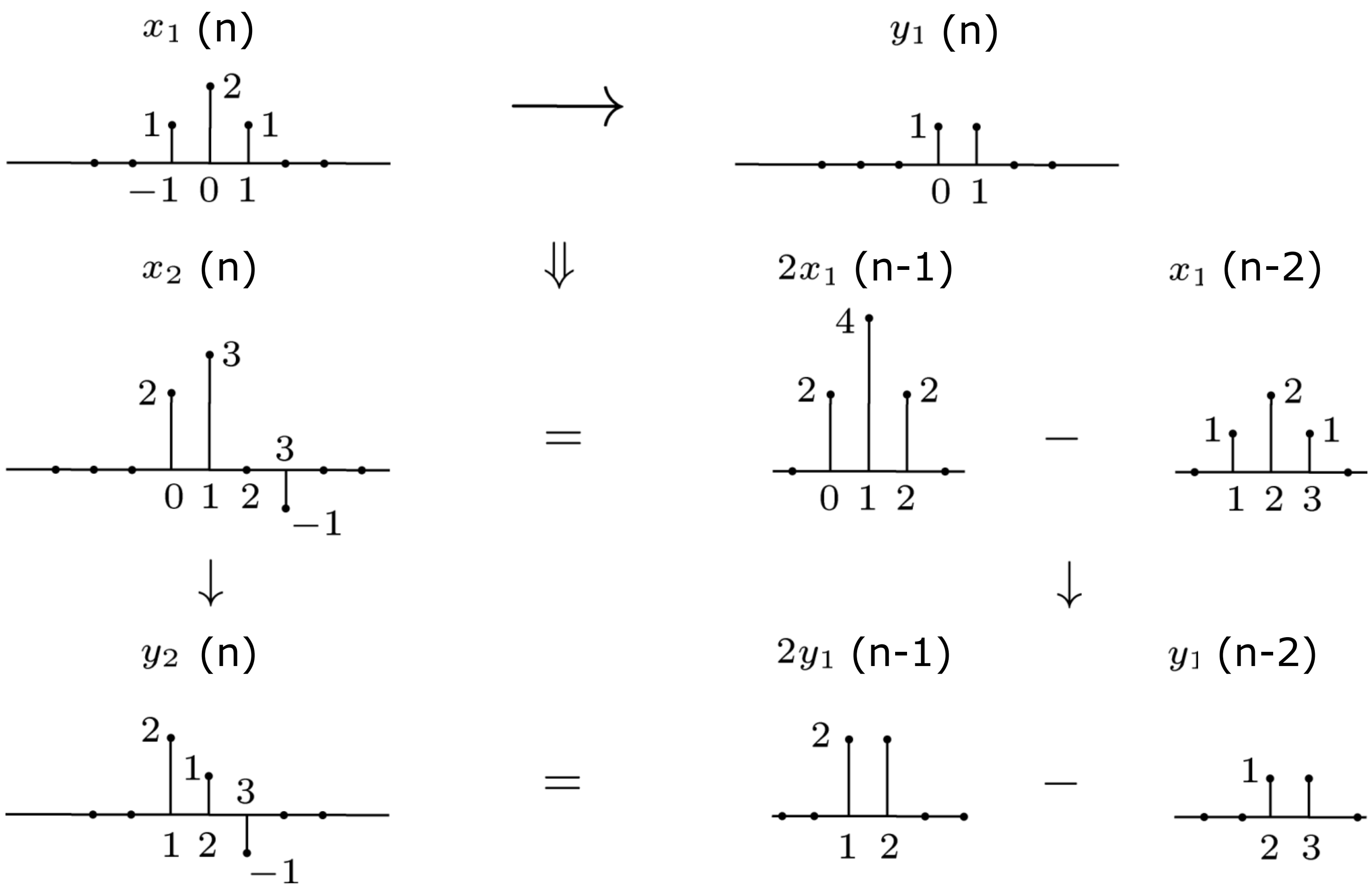
$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\, h(n-k)$$

h(n) là đáp ứng xung của hệ

$$y(n) = x(n) * h(n)$$ *: Phép tổng chập

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

Ví dụ Hệ TTBB



1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

Độ dài tín hiệu: Số lượng mẫu khác 0 của tín hiệu đó

Phân biệt các hệ TTBB dựa trên chiều dài của đáp ứng xung

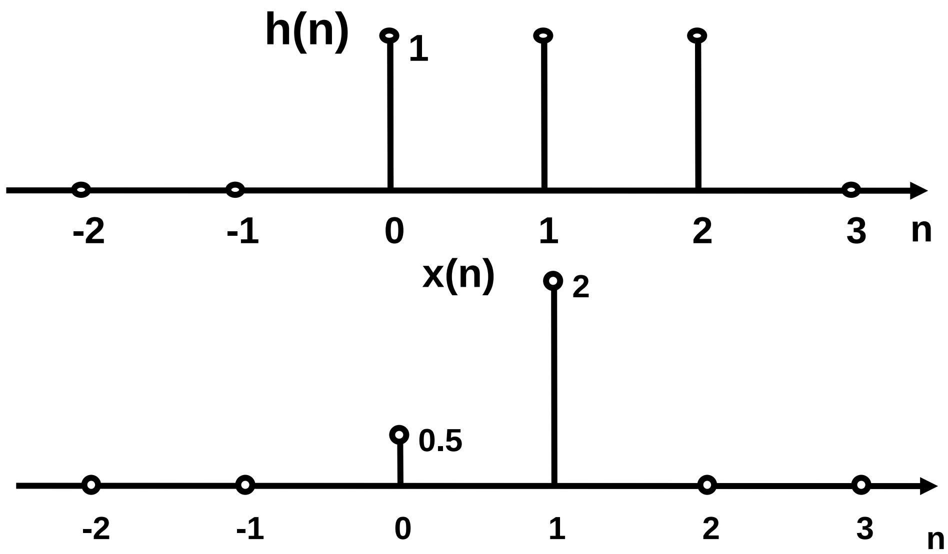
- FIR: Hệ có đáp ứng xung hữu hạn
(Finite Impulse Response)
- IIR: Hệ có đáp ứng xung vô hạn
(Infinite Impulse Response)

- Năng lượng tín hiệu $W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

Tính tổng chập

Ví dụ 1 Tín hiệu vào và đáp ứng xung của hệ TTBB như hình vẽ. Hãy tính tín hiệu ra

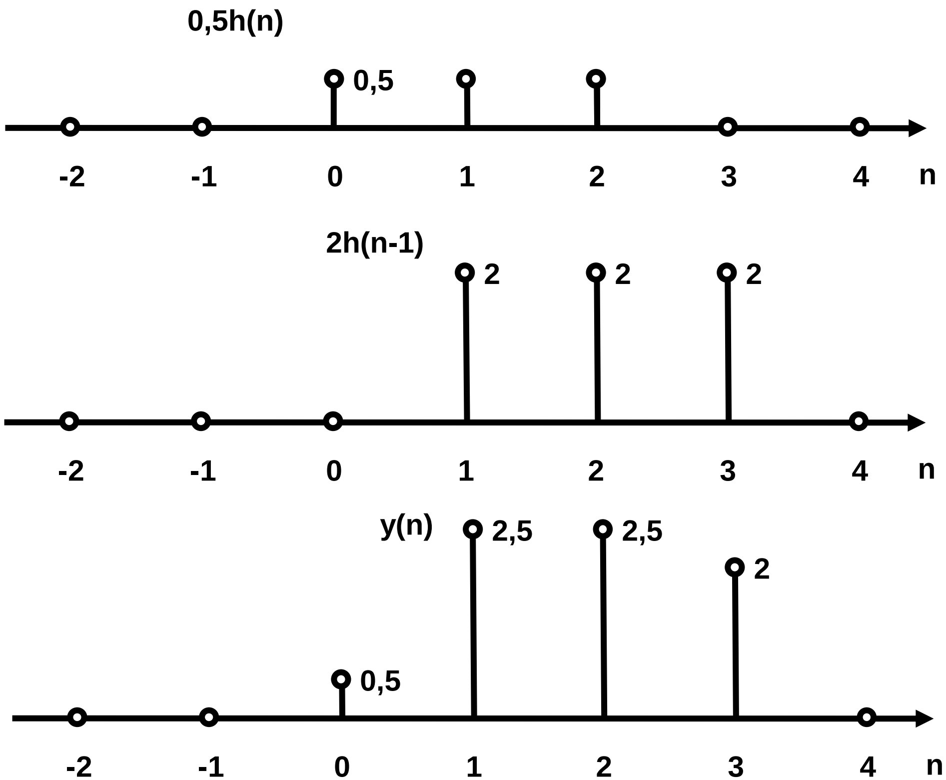


$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=0}^{1} x(k)h(n-k)$$

1.4. Phân loại các hệ xử lý tín hiệu rời rạc

Tính tổng chập

Ví dụ 1 $y(n)=x(0)h(n-0)+x(1)h(n-1)=0,5h(n)+2h(n-1)$

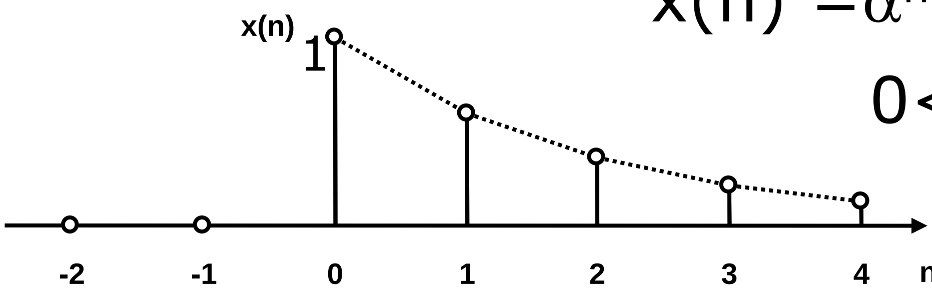


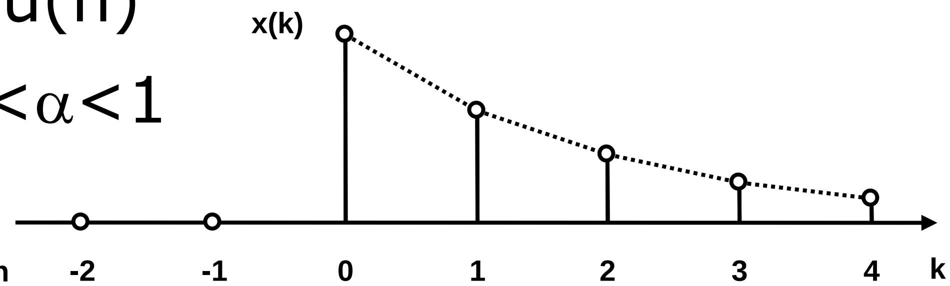
Ví dụ 2

Cho x(n) và h(n) như hình vẽ. Hãy tính y(n)

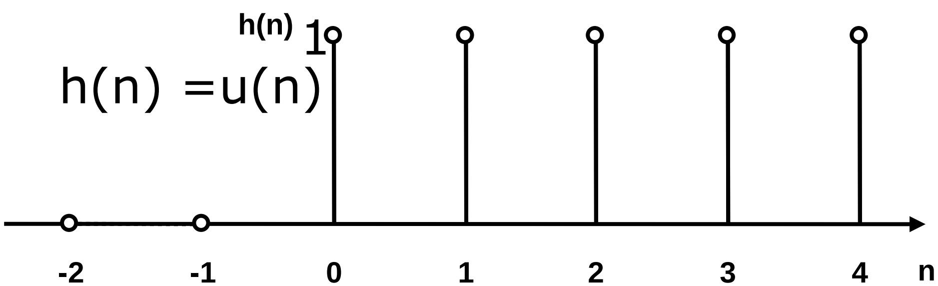
$$x(n) = \alpha^n u(n)$$

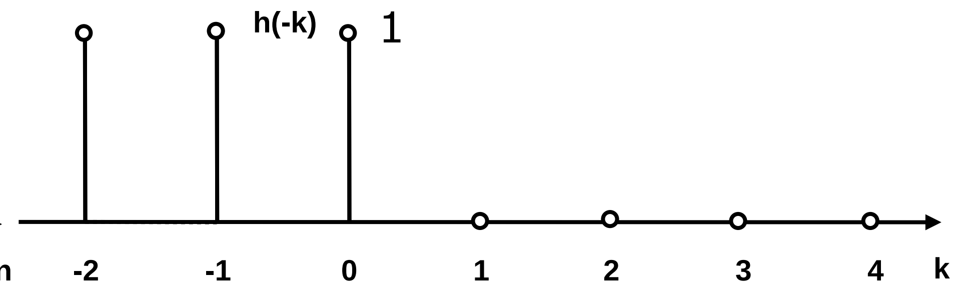
$$0 < \alpha < 1$$

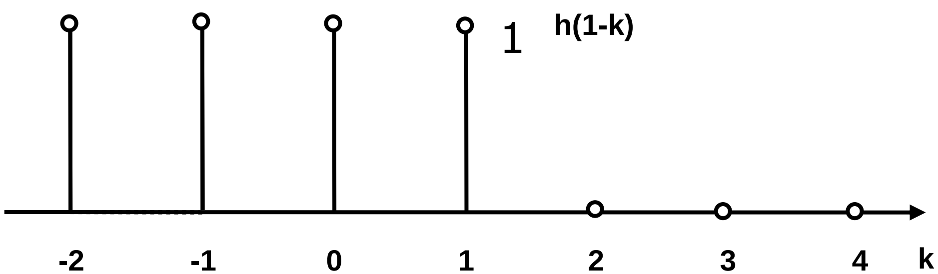


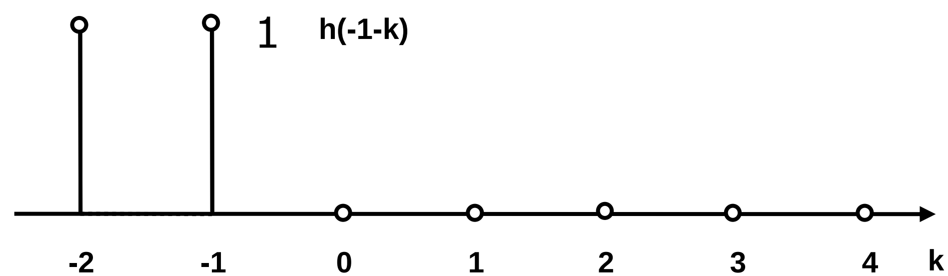


$$h(n) = u(n)$$





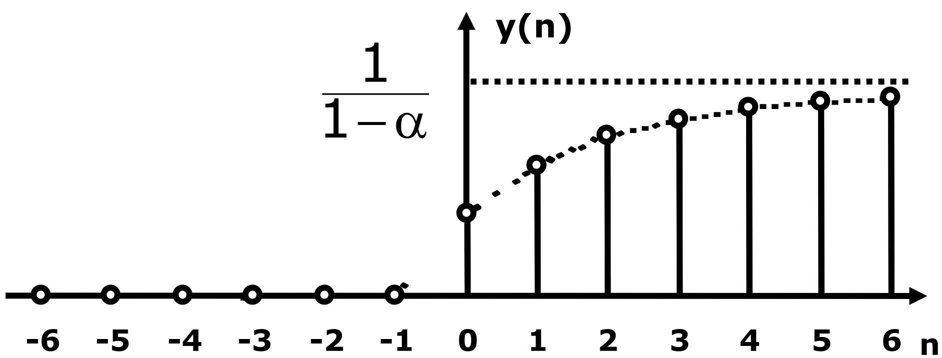




Ví dụ 2

- $n < 0: \ y(n) = 0$
- $n = 0: \ y(n) = 1$
- $n > 0: \ y(n) = \sum_{k=0}^{n} \alpha^k = \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$

Với mọi giá trị của n: $y(n) = \left(\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}\right) u(n)$



1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Giao hoán

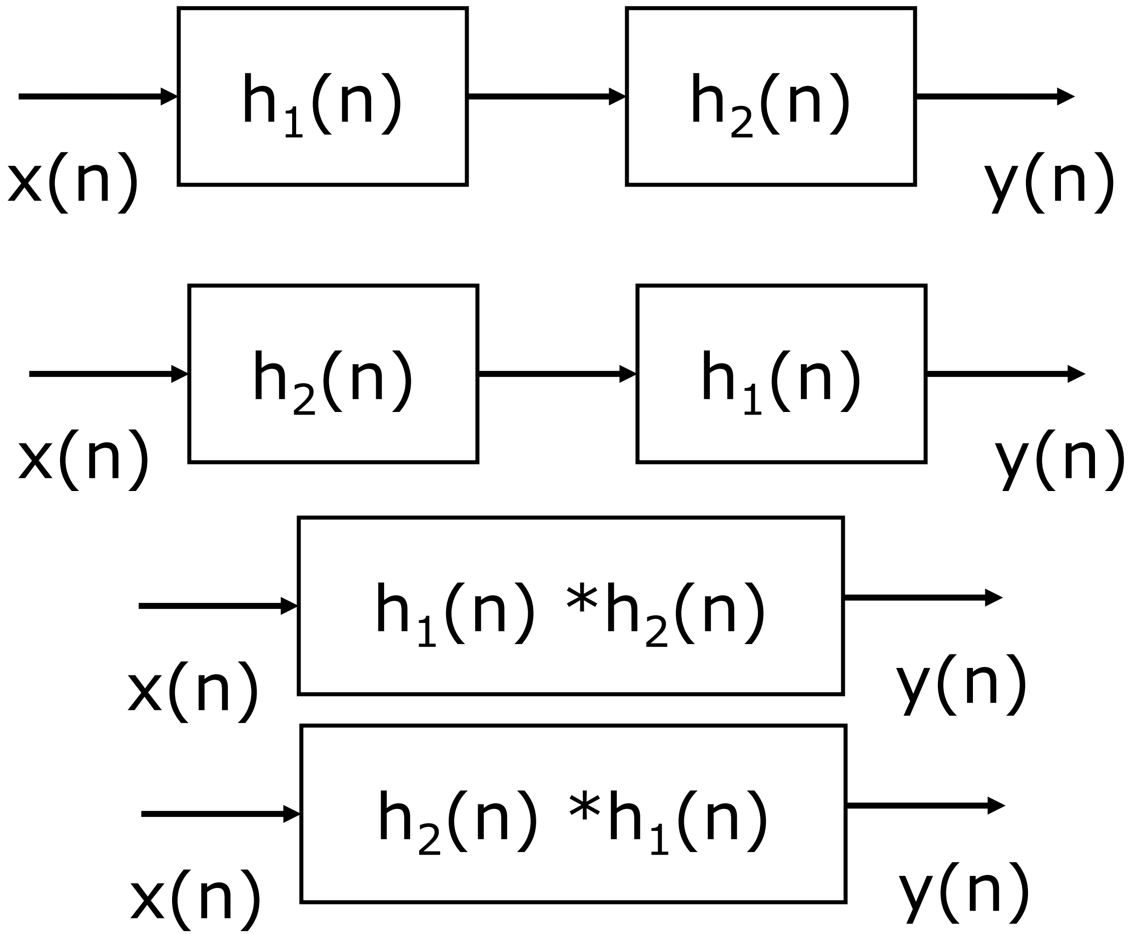
$$y(n)=x(n)*h(n)=h(n)*x(n)$$

- Kết hợp

$$[y(n)*x(n)]*z(n)=y(n)*[x(n)*z(n)]$$

1.5.Tính chất của hệ TTBB

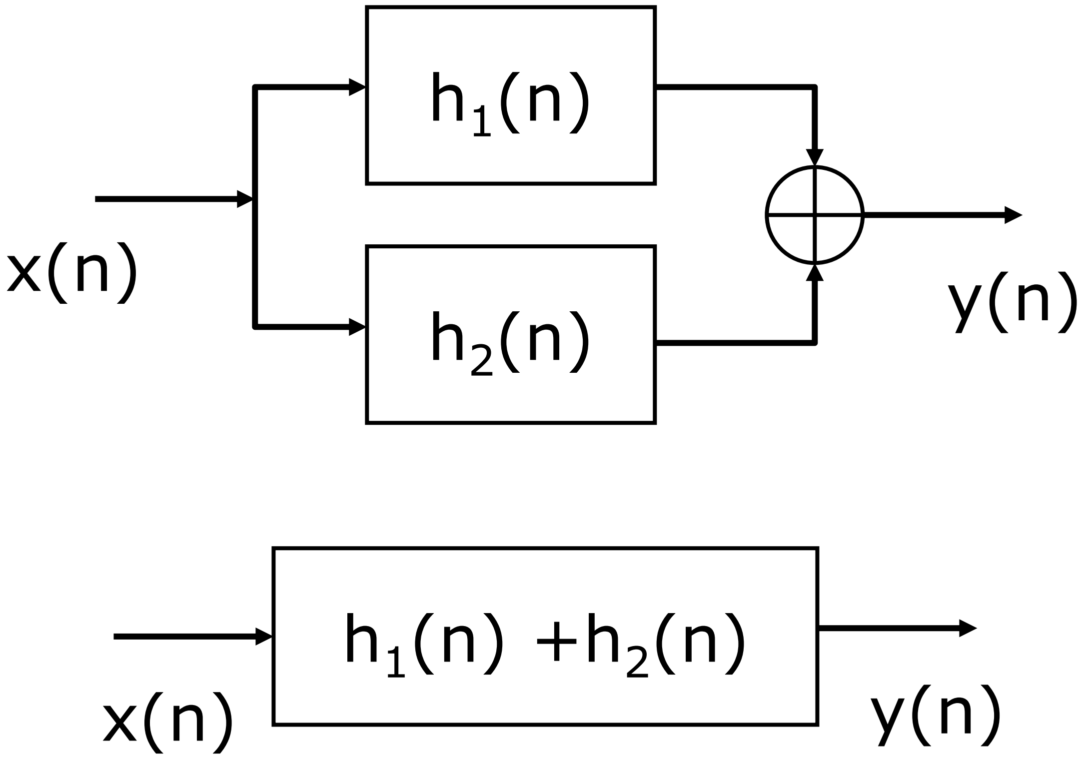
Các hệ tương đương



1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Phân phối

$$x(n)*(h_1(n)+h_2(n))=x(n)*h_1(n)+ x(n)*h_2(n)$$



1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Hệ có nhớ và không nhớ
  - Không nhớ: tín hiệu ra phụ thuộc tín hiệu vào ở cùng thời điểm.

Ví dụ $y(n)=A.x(n)$

  - Có nhớ: tín hiệu ra phụ thuộc tín hiệu vào ở nhiều thời điểm

Ví dụ $y(n) = x(n) - x(n-1)$

1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Hệ đồng nhất

  Tín hiệu ra bằng tín hiệu vào

$$y(n) = x(n)$$

- Hệ A là đảo của hệ B nếu mắc nối tiếp 2 hệ này ta được 1 hệ đồng nhất

1.5.Tính chất của hệ TTBB

Hệ đảo(A) và hệ khả đảo (B)

$$x(n) \longrightarrow \boxed{\text{Hệ A}} \xrightarrow{\;y(n)\;} \boxed{\text{Hệ B}} \longrightarrow z(n)$$

$$x(n) = z(n)$$

$$\longrightarrow \boxed{h_A(n)*h_B(n)} \longrightarrow$$

$$h(n) = h_A(n)*h_B(n) = \delta(n)$$

$$H(z) = H_A(z).H_B(z) = 1$$

1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Hệ nhân quả

  ✓Tín hiệu ra chỉ phụ thuộc tín hiệu vào ở hiện tại và quá khứ
  ✓Chưa có tác động thì chưa có đáp ứng
  ✓Đáp ứng không xảy ra trước tác động

Nếu $x(n) = 0$ với $n < n_0$ thì $y(n) = 0$ với $n < n_0$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

Nếu hệ nhân quả thì $y(n)$ không phụ thuộc $x(k)$ với $k > n$

⇒ $h(n-k) = 0$ với $k > n$ tức là $h(n) = 0$ với $n < 0$

1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Hệ nhân quả

Với hệ nhân quả công thức tính tín hiệu ra trở thành

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k)h(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k)$$

Chỉ có hệ nhân quả thì mới thực hiện được trên thực tế.

Tín hiệu nhân quả: $x(n) = 0$ với $n < 0$

1.5.Tính chất của hệ TTBB

- Hệ ổn định

Với tín hiệu vào có giá trị hữu hạn thì tín hiệu ra cũng có giá trị hữu hạn

Giả thiết $|x(n)|<B$

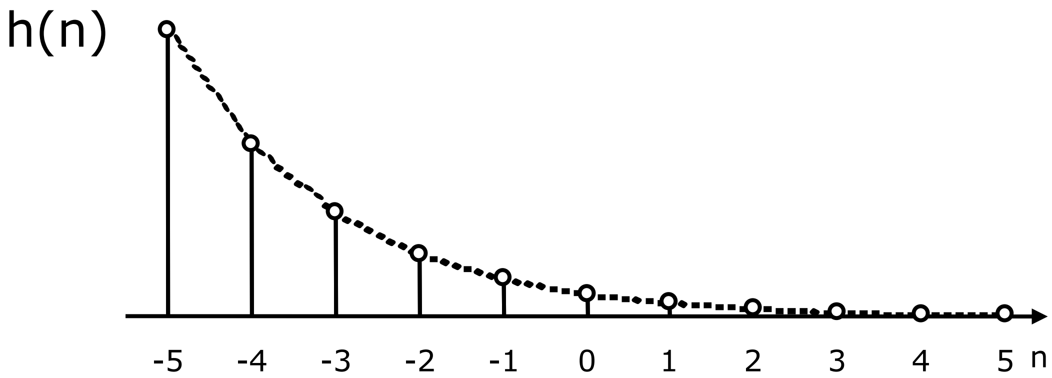
$$|y(n)| = \left|\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)\right|$$

$$|y(n)| \le \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)||x(n-k)|$$

$$|y(n)| \le B \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)|$$

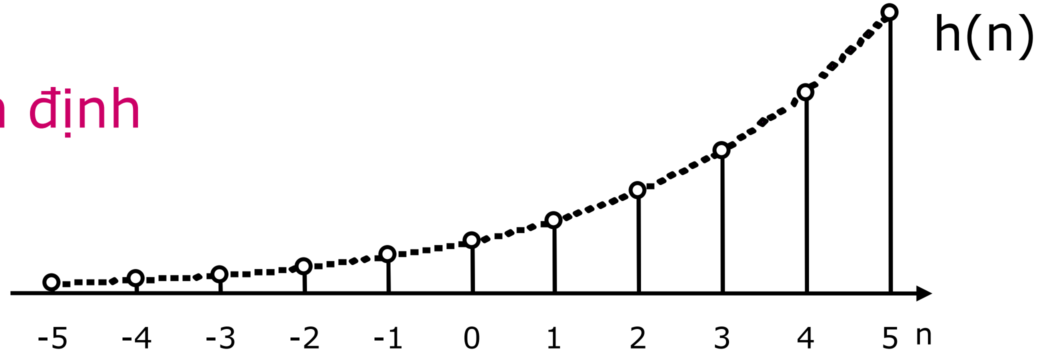
Để y(n) có giá trị hữu hạn: $\Rightarrow$ $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$

Ví dụ đáp ứng xung của hệ ổn định và không ổn định



Ổn định

Không ổn định



Ví dụ Xét tính nhân quả và ổn định của hệ có đáp ứng xung $h(n) = a^n u(n)$

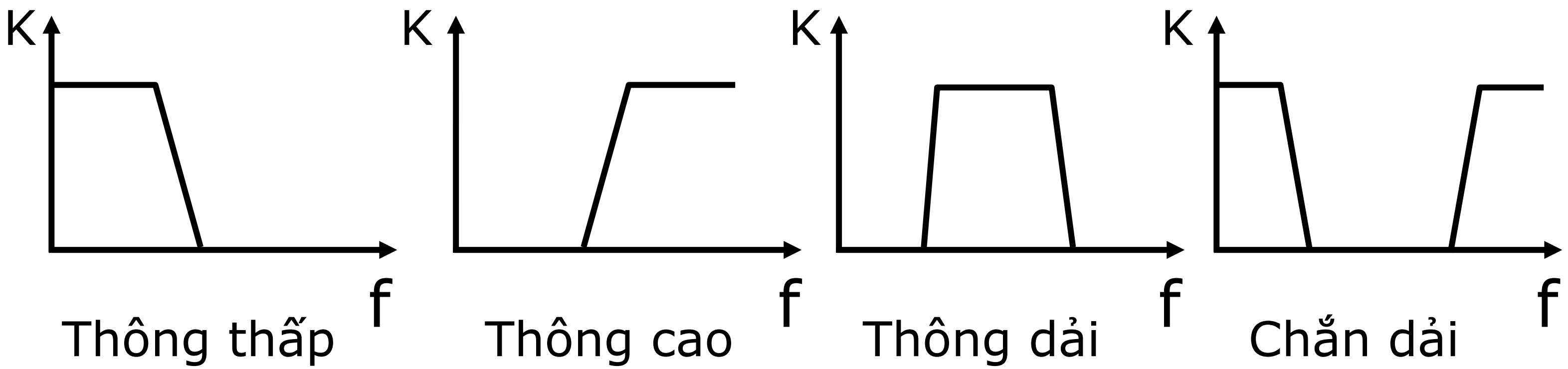
- Đây là hệ nhân quả vì $h(n) = 0$ với $n < 0$
- Xét tính ổn định $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |a|^n$

Đây là chuỗi lũy thừa, chuỗi này
- hội tụ nếu $|a|<1$
- phân kỳ nếu $|a|\geq 1$

⇒ Hệ chỉ ổn định nếu $|a|<1$

1.6. Đáp ứng tần số của hệ TTBB

Đáp ứng tần số: cho biết tính chất truyền đạt của hệ đối với các thành phần tần số khác nhau của tín hiệu vào



Để xét biểu diễn tần số của hệ TTBB, tác động của hệ có dạng:

$$x(n) = e^{j\omega n} \qquad -\infty < n < \infty$$

Hệ có đáp ứng xung h(n)

1.6. Đáp ứng tần số của hệ TTBB

Đáp ứng của hệ:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)\, e^{j\omega(n-k)}$$

$$= e^{j\omega n} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-j\omega k} = x(n).\, H(e^{j\omega})$$

$$\boxed{H(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-j\omega k}}$$

$H(e^{j\omega})$ cho biết sự truyền đạt của hệ đối với mỗi tần số ω nên $H(e^{j\omega})$ là đáp ứng tần số của hệ.

1.6. Đáp ứng tần số của hệ TTBB

$H(e^{j\omega})$ là hàm phức nên có thể được biểu diễn theo phần thực, phần ảo:

$$H(e^{j\omega}) = H_R(e^{j\omega}) + jH_I(e^{j\omega})$$

hoặc theo biên độ-pha:

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\arg[H(e^{j\omega})]}$$

$|H(e^{j\omega})|$: đáp ứng biên độ

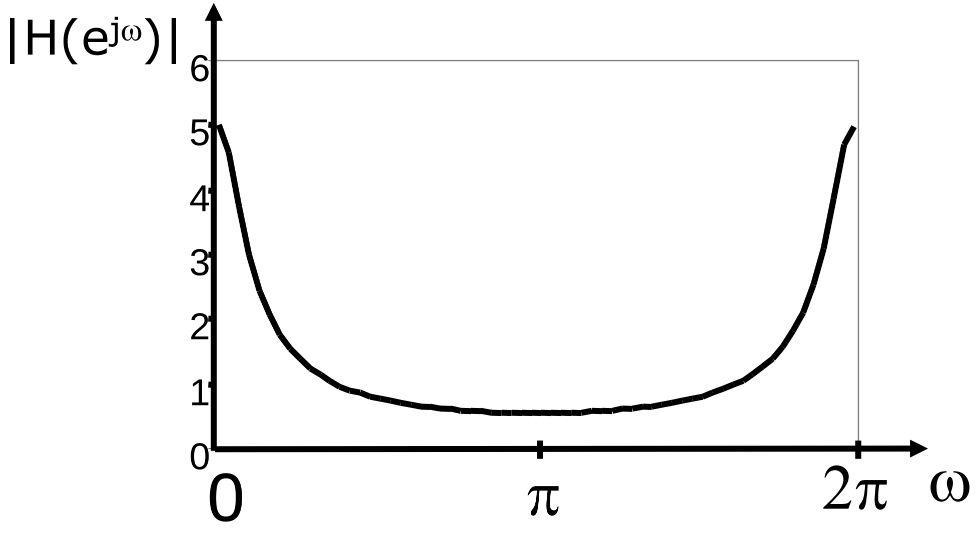
$\arg[H(e^{j\omega})]$: đáp ứng pha

Ví dụ Hệ TTBB có đáp ứng xung $h(n)=a^n u(n)$, $|a|<1$

Xác định đáp ứng tần số của hệ.

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} (ae^{-j\omega})^n$$

Tổng cấp số nhân lùi vô hạn: $H(e^{j\omega}) = \dfrac{1}{1-ae^{-j\omega}}$



Nhận xét

- $H(e^{j\omega})$ là hàm liên tục theo ω và tuần hoàn theo ω với chu kỳ 2π.
- Nếu h(n) là thực, đáp ứng biên độ đối xứng trong khoảng $0 \le \omega \le 2\pi$.
- Nếu đáp ứng xung là thực, chỉ cần xét khoảng tần số $0 \le \omega \le \pi$.

1.7. Phép biến đổi Fourier của tín hiệu rời rạc

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} \quad (1)$$

(1) có thể được xem là biểu diễn chuỗi Fourier của $H(e^{j\omega})$

Các hệ số của chuỗi là h(n)

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega \quad (2)$$

(1), (2) là cặp biến đổi Fourier của h(n)

(1) là công thức biến đổi Fourier thuận (phân tích)

(2) là công thức biến đổi Fourier ngược (tổng hợp)

- Pulse
- Tone

Ví dụ Xét mạch lọc thông thấp lý tưởng

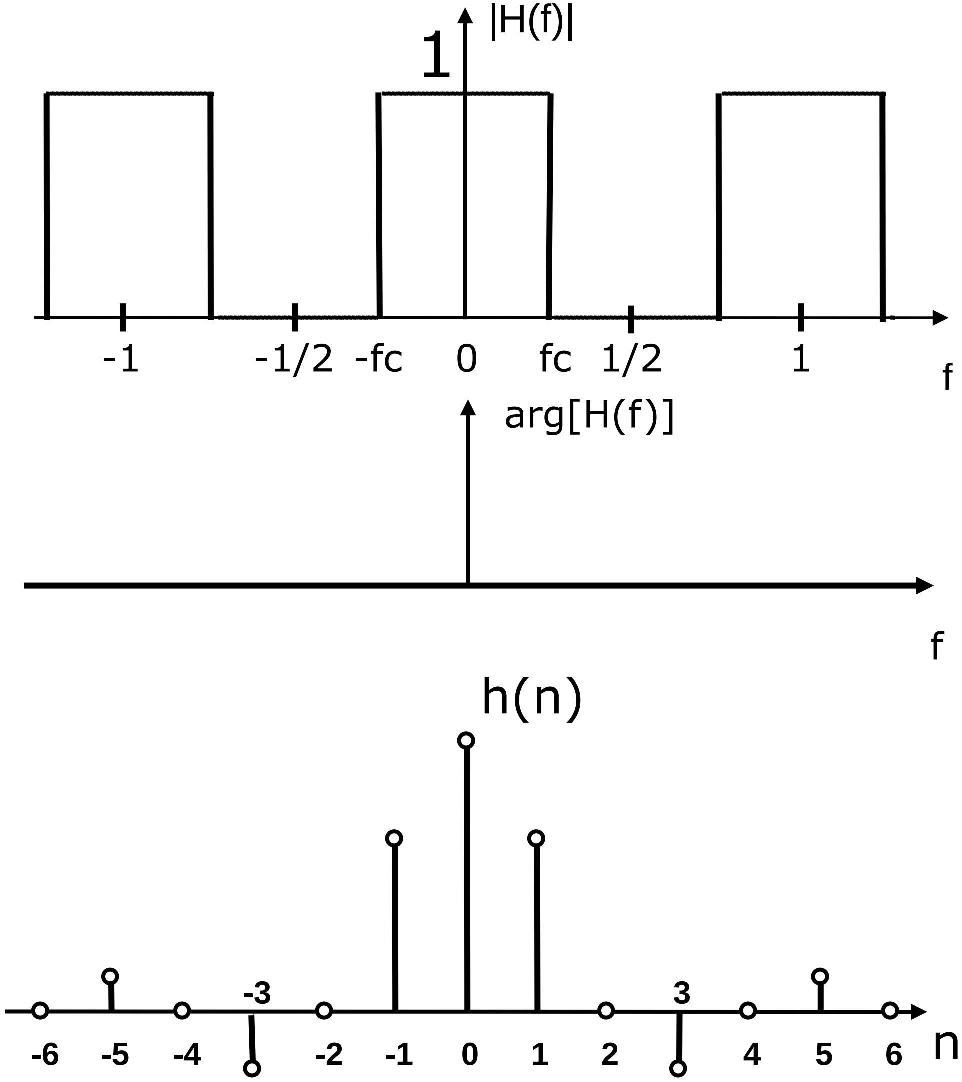
$$H(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_C\\ 0 & \omega_C<|\omega|\le\pi\end{cases}$$

Hãy xác định đáp ứng xung h(n)

$$h(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_C}^{\omega_C}e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi jn}e^{j\omega n}\Big|_{-\omega_C}^{\omega_C}$$

$$=\frac{1}{2\pi jn}\left(e^{j\omega_C n}-e^{-j\omega_C n}\right)=\frac{\sin\omega_C n}{\pi n}$$

Trường hợp $\omega_C = \pi/2$, fc = 1/4



Các công thức (1),(2) đúng cho bất kỳ dãy nào có thể lấy tổng theo (1). Vậy với tín hiệu x(n) bất kỳ ta có:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$

Theo tần số f:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j2\pi fn}$$

$$x(n) = \int_{-1/2}^{1/2} X(f)e^{j2\pi fn}df$$

X(f) là hàm phức của biến thực f, tuần hoàn theo f với chu kỳ = 1. X(f) = X(f+1)

Phổ biên độ và phổ pha

$$X(f) = |X(f)| e^{j\arg[X(f)]}$$

$|X(f)|$: Phổ biên độ, $\arg[X(f)]$: Phổ pha

đáp ứng xung $h(n) \underset{F^{-1}}{\overset{F}{\rightleftarrows}} H(e^{j\omega})$ đáp ứng tần số

tín hiệu $x(n) \underset{F^{-1}}{\overset{F}{\rightleftarrows}} X(e^{j\omega})$ phổ

1.8. Một số tính chất cơ bản của phép biến đổi Fourier

- Tính tuyến tính

$$ax_1(n)+bx_2(n) \xrightarrow{F} aX_1(e^{j\omega})+bX_2(e^{j\omega})$$

- Tính tuần hoàn

  $X(e^{j\omega})$ tuần hoàn chu kỳ 2π

  $X(f)$ tuần hoàn chu kỳ là 1

- Biến đổi Fourier của tín hiệu trễ

$$x(n) \xrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$x(n-n_0) \xrightarrow{F} ?$$

1.8. Một số tính chất cơ bản của phép biến đổi Fourier

$$F\{x(n-n_0)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-n_0)e^{-j\omega n}$$

Đặt $n\text{-}n_0 = m$

$$F\{x(m)\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)e^{-j\omega(m+n_0)}$$

$$= e^{-j\omega n_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)e^{-j\omega m}$$

$$= e^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega})$$

Nhận xét

Tín hiệu trễ có phổ biên độ không thay đổi còn phổ pha dịch đi 1 lượng ωn_0

1.8. Một số tính chất cơ bản của phép biến đổi Fourier

- Nếu x(n) thực:

Đáp ứng biên độ là hàm chẵn theo ω

$$|X(e^{j\omega})| = |X(e^{-j\omega})|$$

Đáp ứng pha là hàm lẻ theo ω

$$\arg[X(e^{j\omega})] = -\arg[X(e^{-j\omega})]$$

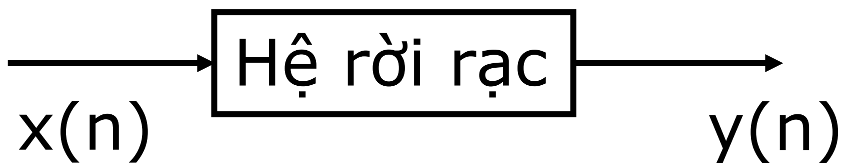
c = a.b -> |c| = |a|.|b|

arg[c] = arg[a] + arg[b]

d = a/b -> |d| = |a|/|b|, arg[d] = arg[a] – arg[b]

1.9. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng (PT-SP-TT-HSH)

- Hệ tương tự có quan hệ vào-ra theo phương trình vi phân



- Hệ rời rạc có quan hệ vào-ra theo PT-SP-TT-HSH

1.9. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng (PT-SP-TT-HSH)

- Dạng tổng quát

$$\boxed{\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)}$$

a_k, b_k: các hệ số của PT-SP

- Trường hợp N = 0

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M} \frac{b_k}{a_0} x(n-k)$$

So sánh với công thức tổng quát: $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$

$$h(k) = \begin{cases} \dfrac{b_k}{a_0} & 0 \le k \le M \\ 0 & \text{k cßn l}^{1}\text{ i} \end{cases}$$

Hệ có đáp ứng xung hữu hạn (FIR), hay hệ không truy hồi

1.9. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng (PT-SP-TT-HSH)

- Trường hợp N > 0

$$y(n) = \frac{1}{a_0}\left\{\sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)\right\}$$

Hệ có đáp ứng xung vô hạn (IIR), hay hệ truy hồi

1.10. Đáp ứng tần số của hệ biểu diễn bằng PT-SP-TT-HSH

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

Lấy biến đổi Fourier cả 2 vế:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k)\, e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)\, e^{-j\omega n}$$

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n-k)\, e^{-j\omega n} = \sum_{k=0}^{M} b_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-k)\, e^{-j\omega n}$$

$$Y(e^{j\omega}) \sum_{k=0}^{N} a_k e^{-j\omega k} = X(e^{j\omega}) \sum_{k=0}^{M} b_k e^{-j\omega k}$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k e^{-j\omega k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k e^{-j\omega k}}$$

$\Rightarrow$ Đáp ứng tần số xác định bởi các hệ số của PT-SP

Bài tập chương 1 (1/3)

1. Giả sử $x(n) = 0$ với $n < -2$ và $n > 4$. Với mỗi tín hiệu sau đây, hãy xác định giá trị n để cho tín hiệu đó tương ứng bằng 0.
   a) $x(n-3)$
   b) $x(n+4)$
   c) $x(-n)$
   d) $x(-n+2)$
   e) $x(-n-2)$

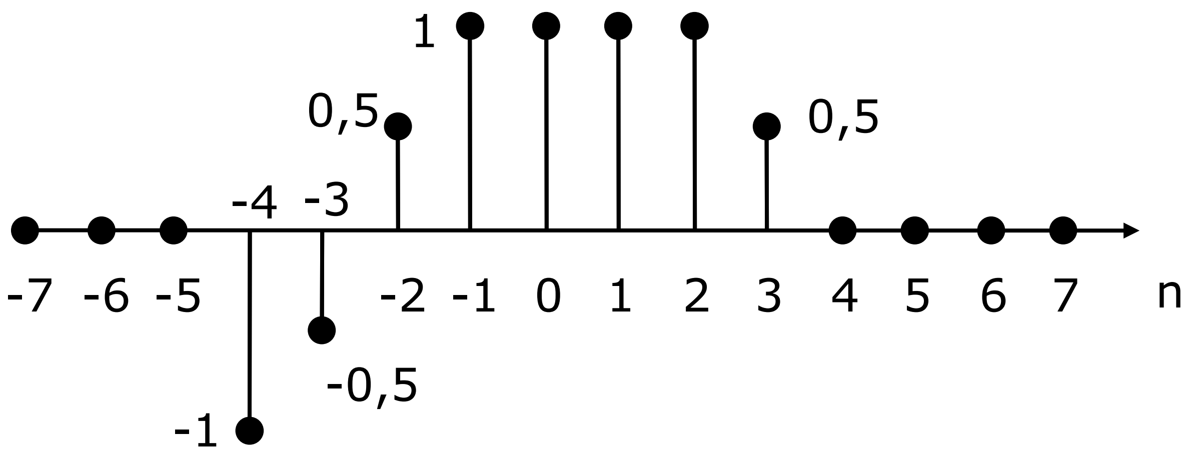
2. Xét hệ S có tín hiệu vào x(n) và tín hiệu ra y(n). Hệ này có được bằng cách mắc hệ S_1 nối tiếp với hệ S_2 theo sau. Quan hệ vào–ra đối với 2 hệ S_1 và S_2 là:

$$S_1: \quad y_1(n) = 2x_1(n) + 4x_1(n-1)$$
$$S_2: \quad y_2(n) = x_2(n-2) + (1/2)x_2(n-3)$$

   với $x_1(n)$, $x_2(n)$ ký hiệu tín hiệu vào.
   a) Hãy xác định quan hệ vào–ra cho hệ S
   b) Quan hệ vào ra của hệ S có thay đổi không nếu thay đổi thứ tự S_1 và S_2 (tức là S_2 nối tiếp với hệ S_1 theo sau).

Bài tập chương 1(2/3)

3. Tín hiệu rời rạc x(n) cho như hình vẽ sau. Hãy vẽ các tín hiệu:
   a) $x(n-4)$ b) $x(3-n)$ c) $x(2n)$
   d) $x(2n+1)$ e) $x(n)u(3-n)$
   f) $x(n-1)u(3-n)$ g) $x(n-2)\,\delta(n-2)$
   h) $(1/2)x(n)+(1/2)(-1)^n x(n)$
   i) $x((n-1)^2)$



Bài tập chương 1(3/3)

4. Cho $x(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) - \delta(n-3)$ và

   $h(n) = 2\delta(n+1) + 2\delta(n-1)$

   Hãy tính và vẽ kết quả của các tổng chập sau:

   a) $y_1(n) = x(n) * h(n)$

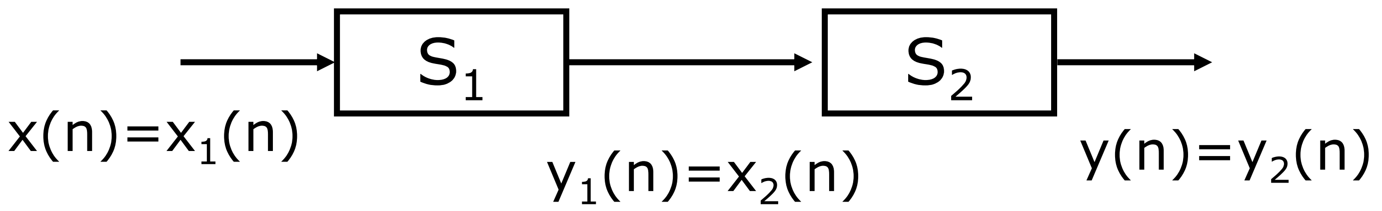
   b) $y_2(n) = x(n+2) * h(n)$

5. Hệ TT-BB có PT-SP: $y(n)=(1/2)[x(n)-x(n-1)]$
   a) Xác định đáp ứng xung của hệ
   b) Xác định đáp ứng tần số và vẽ dạng đáp ứng biên độ

Giải bài tập chương 1 (1/8)

1. a) n-3 < -2 và n-3 >4. Vậy n<1 và n > 7

2.



$y_1(n) = 2x_1(n) + 4x_1(n-1) \rightarrow x_2(n) = 2x(n) + 4x(n-1)$

$y_2(n) = x_2(n-2) + (1/2)x_2(n-3) \rightarrow y(n) = x_2(n-2) + (1/2)x_2(n-3)$

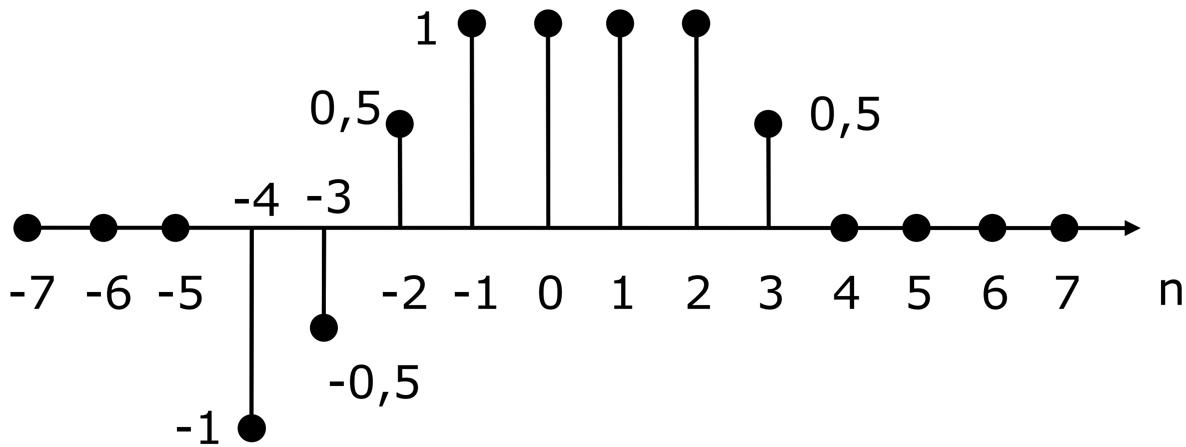
$x_2(n) = 2x(n) + 4x(n-1) \rightarrow x_2(n-2) = 2x(n-2) + 4x(n-3)$

$\rightarrow (1/2)x_2(n-3) = x(n-3) + 2x(n-4)$

$\rightarrow \boxed{y(n) = 2x(n-2) + 5x(n-3) + 2x(n-4)}$

Giải bài tập chương 1 (2/8)

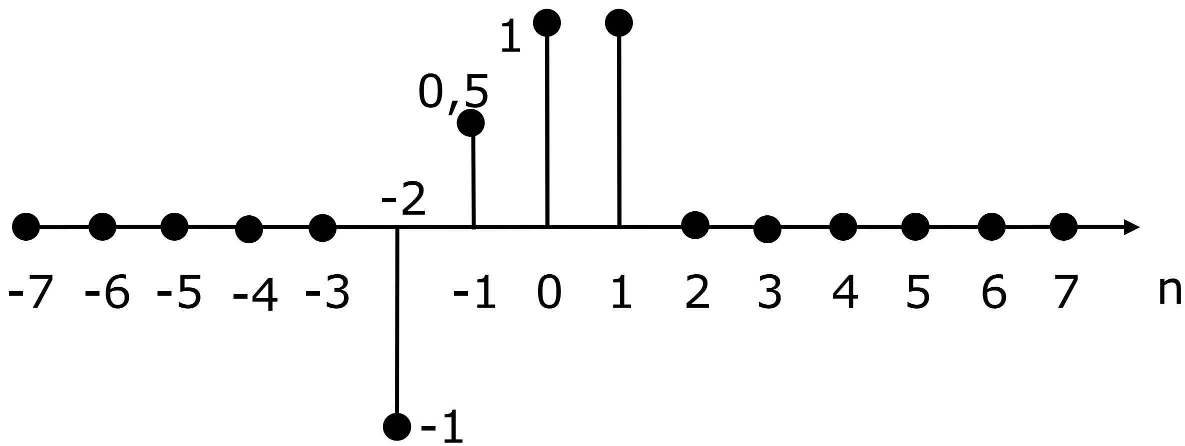
3.



a) x(n–4) do x(n) trễ (dịch phải) 4 mẫu

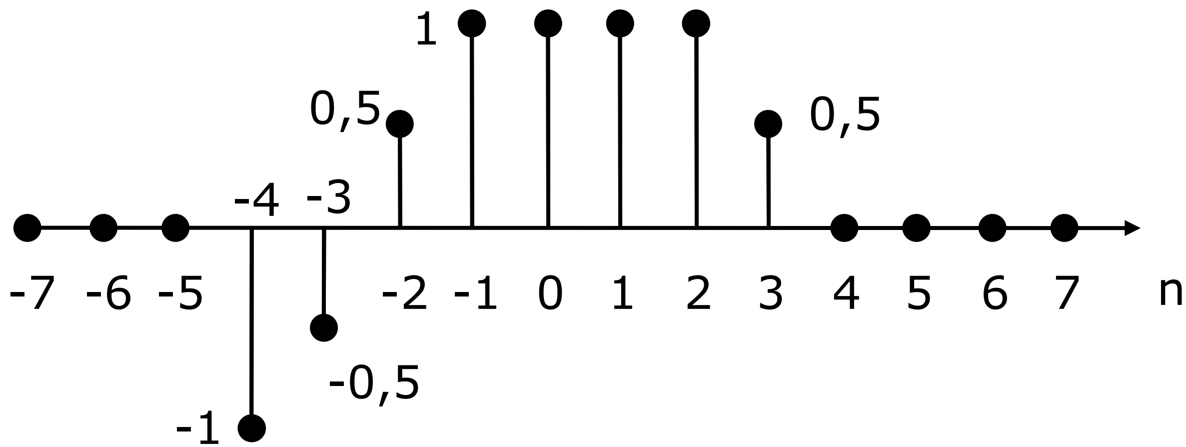
b) x(3–n): lấy đối xứng x(n) qua n=0 để có x(-n), sau đó dịch x(-n) sang phải 3 mẫu để có x(3-n)

c) x(2n) là x(n) lấy tại các thời điểm 2n



Giải bài tập chương 1 (3/8)

3.



d) x(2n+1) là x(n) lấy tại các thời điểm 2n+1 (chứ không phải do x(2n) dịch trái 1 mẫu)

e) x(n)u(3–n): u(3-n) = 1 nếu 3-n $\geq$ 0 tức là n $\leq$ 3

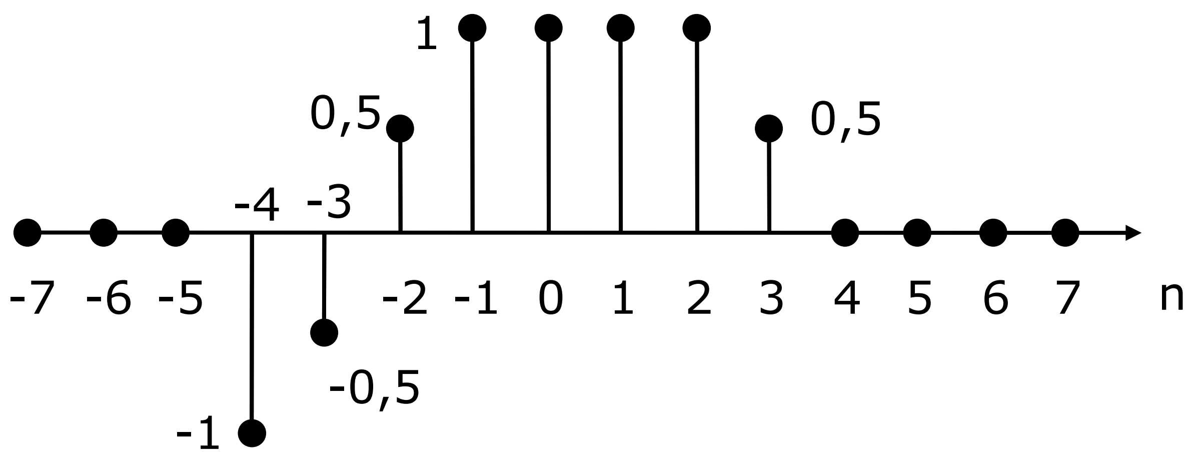
u(3-n) = 0 nếu 3-n <0 tức là n > 3

Vậy x(n)u(3–n) = x(n) nếu n $\leq$ 3

x(n)u(3–n) = 0 nếu n > 3

Giải bài tập chương 1 (4/8)

3.



f) x(n-1)u(3-n) là tích của 2 tín hiệu x(n-1) và u(3-n)

g) x(n–2) δ(n–2) là tích của 2 tín hiệu x(n–2) và δ(n–2)

h) $(1/2)x(n)+(1/2)(-1)^n x(n) = y(n)$
Nếu n chẵn hoặc n = 0: $(-1)^n = 1$ nên y(n) = x(n)
Nếu n lẻ : $(-1)^n = -1$ nên y(n) = 0

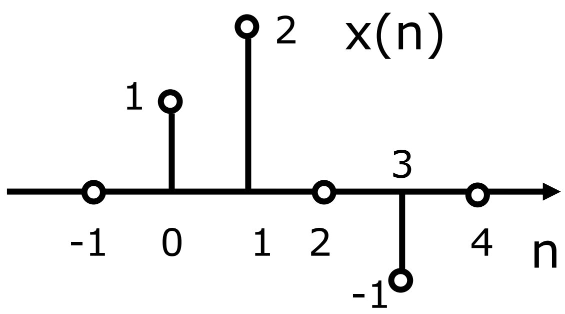
i) $x((n-1)^2)$ là x(n) lấy tại các thời điểm $(n-1)^2$

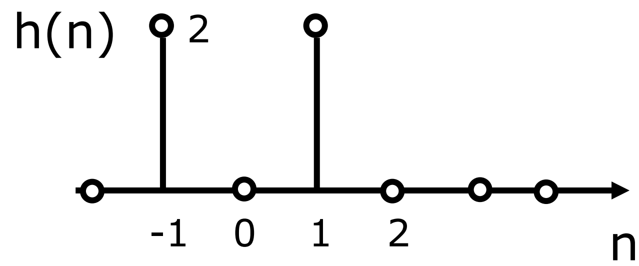
$x(n-n_0)$ do x(n) dịch phải n_0 mẫu (trễ)
$x(n+n_0)$ do x(n) dịch trái n_0 mẫu

Giải bài tập chương 1 (5/8)

4.

$$x(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) - \delta(n-3)$$
$$h(n) = 2\delta(n+1) + 2\delta(n-1)$$





a) $$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-1}^{1} h(k)x(n-k)$$

$$y(n)=h(-1)x(n+1)+h(1)x(n-1)=2x(n+1)+2x(n-1)$$

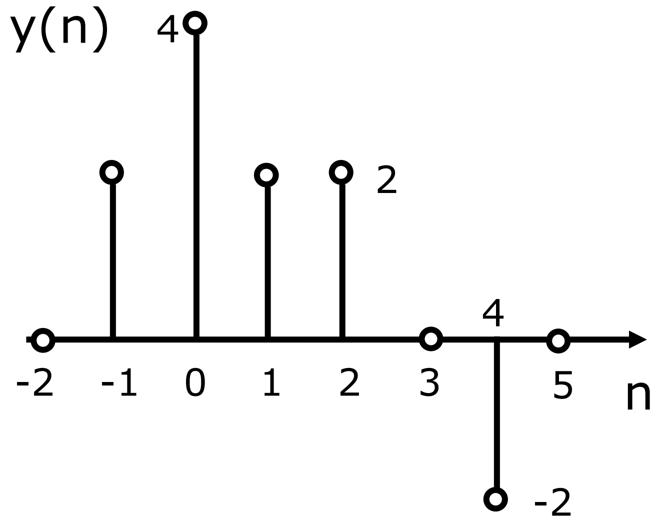
$$2x(n+1) = 2\delta(n+1) + 4\delta(n) - 2\delta(n-2)$$

$$2x(n-1) = 2\delta(n-1) + 4\delta(n-2) - 2\delta(n-4)$$

$$\Rightarrow y(n) = 2\delta(n+1) + 4\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n-2) - 2\delta(n-4)$$

Giải bài tập chương 1 (6/8)

4.



b) $y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-1}^{1} h(k)x(n+2-k)$

$y(n)=h(-1)x(n+3)+h(1)x(n+1)=2x(n+3)+2x(n+1)$

$2x(n+3) = 2\delta(n+3) + 4\delta(n+2) - 2\delta(n)$

$2x(n+1) = 2\delta(n+1) + 4\delta(n) - 2\delta(n-2)$

$y(n) = 2\delta(n+3) + 4\delta(n+2) + 2\delta(n+1) + 2\delta(n) - 2\delta(n-2)$

Giải bài tập chương 1 (7/8)

5. Hệ TT-BB có PT-SP: y(n)=(1/2)[x(n)-x(n-1)]

a) Xác định đáp ứng xung của hệ

h(n)=y(n) khi x(n) = δ(n) vậy h(n)=(1/2)[δ(n)-δ(n-1)]

b) Xác định đáp ứng tần số của hệ

$$H(e^{j\omega}) = F\{h(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n}$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)e^{-j\omega n} - \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n-1)e^{-j\omega n}$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-j\omega} = \frac{1}{2}e^{-j\frac{\omega}{2}}\left(e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}}\right)$$

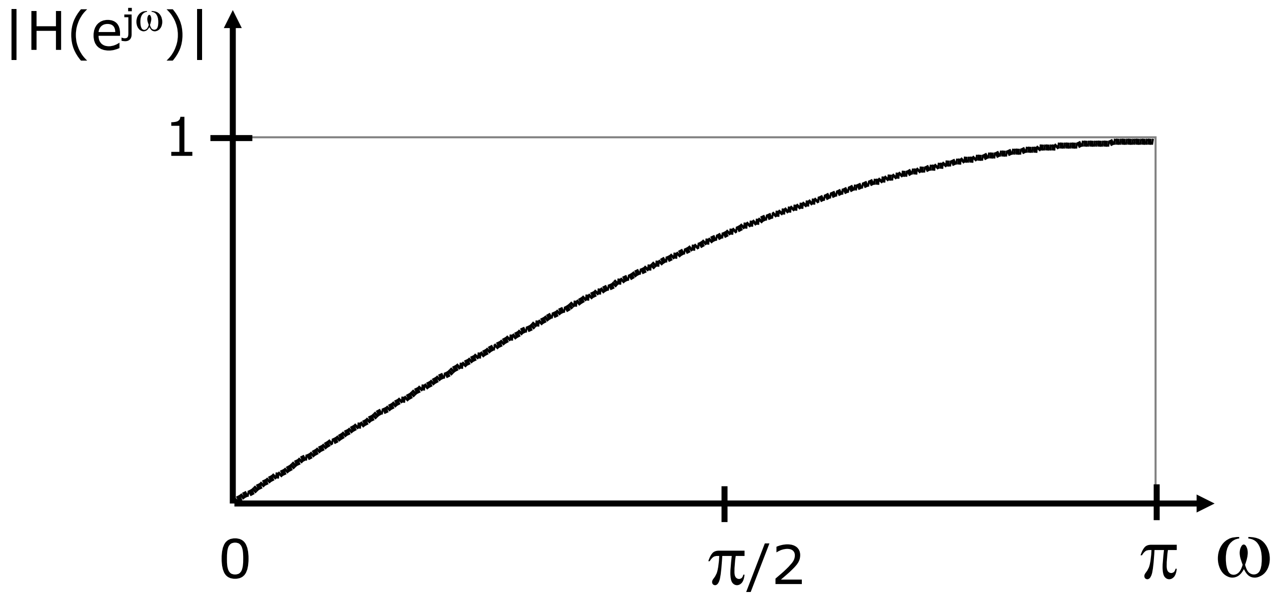
$$H(e^{j\omega}) = j\sin\frac{\omega}{2}e^{-j\frac{\omega}{2}}$$

$$\Rightarrow |H(e^{j\omega})| = \left|\sin\frac{\omega}{2}\right|$$

Giải bài tập chương 1 (8/8)

b) Vẽ dạng đáp ứng biên độ

$$|H(e^{j\omega})| = \left|\sin\frac{\omega}{2}\right|$$



Chương 2

PHÉP BIẾN ĐỔI Z

2.1. Định nghĩa

- Biến đổi z của tín hiệu rời rạc x(n) được định nghĩa như sau:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

X(z) là hàm phức của biến phức z. Định nghĩa như trên là biến đổi z 2 phía. Biến đổi z 1 phía như sau:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

- Xét quan hệ giữa biến đổi z và biến đổi Fourier. Biểu diễn biến phức z trong toạ độ cực

$$z = re^{j\omega}$$

2.1. Định nghĩa

$$X(re^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)(re^{j\omega})^{-n}$$

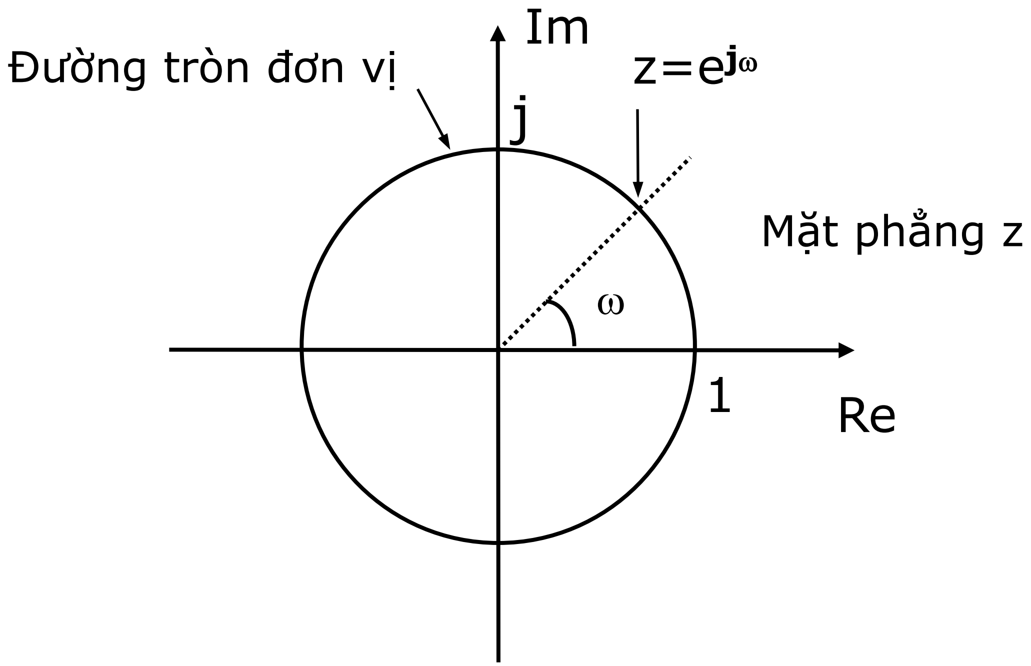
$$X(re^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{x(n)r^{-n}\right\} e^{-j\omega n}$$

Trường hợp đặc biệt nếu r = 1 hay |z|=1 biểu thức trên trở thành biến đổi Fourier

$$X(z)\Big|_{z=e^{j\omega}} = X(e^{j\omega})$$

Biến đổi z trở thành biến đổi Fourier khi biên độ của biến z bằng 1, tức là trên đường tròn có bán kính bằng 1 trong mặt phẳng z. Đường tròn này được gọi là *đường tròn đơn vị*.

2.1. Định nghĩa



Điều kiện tồn tại biến đổi z

- Miền giá trị của z để chuỗi lũy thừa trong định nghĩa biến đổi z hội tụ gọi là *miền hội tụ*.

- Áp dụng tiêu chuẩn Cô-si để xác định miền hội tụ

- Chuỗi có dạng $\sum_{n=0}^{\infty} u_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots$ sẽ hội tụ nếu thỏa mãn điều kiện $\lim_{n\to\infty} |u_n|^{1/n} < 1$

$$X(z) = X_1(z) + X_2(z) = \sum_{n=-\infty}^{-1} x(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

- Áp dụng tiêu chuẩn Cô-si cho $X_2(z)$

$$\lim_{n\to\infty} |x(n)z^{-n}|^{1/n} < 1 \longrightarrow \lim_{n\to\infty} |x(n)|^{1/n} |z^{-1}| < 1$$

Điều kiện tồn tại biến đổi z

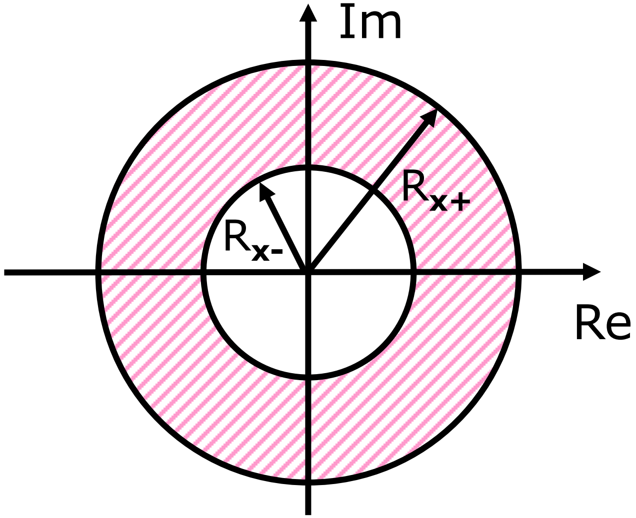
Giả thiết $\lim_{n\to\infty} |x(n)|^{1/n} = R_{x-}$

Vậy $X_2(z)$ hội tụ với các giá trị của z thỏa mãn $|z| > R_{x-}$

Tương tự, $X_1(z)$ hội tụ với các giá trị của z thỏa mãn $|z| < R_{x+}$ với:

$$R_{x+} = \frac{1}{\lim_{n\to\infty} |x(-n)|^{1/n}}$$

Miền hội tụ của biến đổi z: $0 \le R_{x-} < |z| < R_{x+} \le \infty$

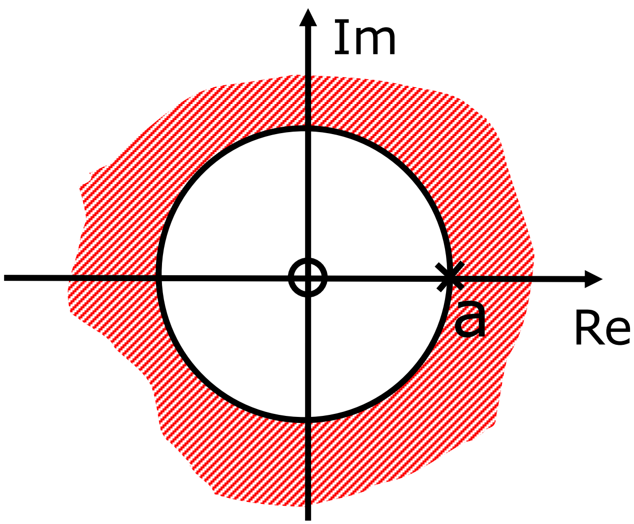


Ví dụ 1. Cho tín hiệu x(n)=u(n). Hãy xác định biến đổi z và miền hội tụ.

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}1.z^{-n}=\frac{1}{1-z^{-1}} \quad \text{với } |z|>1 \quad R_{x-}=1 \quad R_{x+}=\infty$$

Ví dụ 2. Cho tín hiệu $x(n)=a^n u(n)$. Hãy xác định biến đổi z và miền hội tụ.

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a^n.z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}(a.z^{-1})^n=\frac{1}{1-az^{-1}}=\frac{z}{z-a} \quad \text{với } |z|>|a|$$



$$R_{x-}=|a| \quad R_{x+}=\infty$$

Điểm không: z = 0

Điểm cực: z = a

Miền hội tụ không chứa điểm cực

$$x(n) \xrightarrow{Z} X(z)$$ Biến đổi z thuận

$$X(z) \xrightarrow{Z^{-1}} x(n)$$ Biến đổi z ngược

2.2. Phép biến đổi z ngược

Áp dụng định lý Cô-si $\quad \frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} z^{k-1}dz = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & k\neq 0 \end{cases}$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad (1)$$

Γ: đường cong khép kín bao gốc tọa độ trên mặt phẳng z

Nhân (1) với $\frac{z^{m-1}}{2\pi j}$ và lấy tích phân:

$$\frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} X(z)z^{m-1}dz = \frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n+m-1}dz$$

$$\frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} X(z)z^{m-1}dz = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} z^{-n+m-1}dz$$

$$\frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} X(z)z^{m-1}dz = x(m) \longrightarrow x(n) = \frac{1}{2\pi j}\oint_{\Gamma} X(z)z^{n-1}dz$$

2.3. Một số tính chất của biến đổi z

- Tính tuyến tính

$$x_1(n) \xrightarrow{Z} X_1(z)$$
$$x_2(n) \xrightarrow{Z} X_2(z)$$
$$x(n) = ax_1(n) + bx_2(n) \xrightarrow{Z} X(z)$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ax_1(n)+bx_2(n)\right] z^{-n}$$
$$= a\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)z^{-n} + b\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_2(n)z^{-n}$$
$$= aX_1(z) + bX_2(z)$$

Miền hội tụ của X(z) ít nhất sẽ là giao của 2 miền hội tụ của $X_1(z)$ và $X_2(z)$

$$R_{x-} = \max[R_{x1-}, R_{x2-}]$$
$$R_{x+} = \min[R_{x1+}, R_{x2+}]$$

2.3. Một số tính chất của biến đổi z

- Biến đổi z của tín hiệu trễ

$$x(n) \xrightarrow{Z} X(z)$$

$$x(n-n_0) \xrightarrow{Z} ?$$

$$Z\{x(n-n_0)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-n_0)z^{-n}$$

Đổi biến $m=n-n_0$

$$Z\{x(m)\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)z^{-(m+n_0)}$$

$$= z^{-n_0}\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)z^{-m}$$

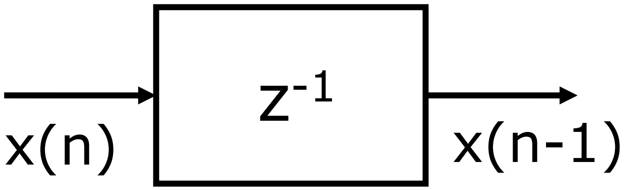
$$= z^{-n_0}X(z)$$

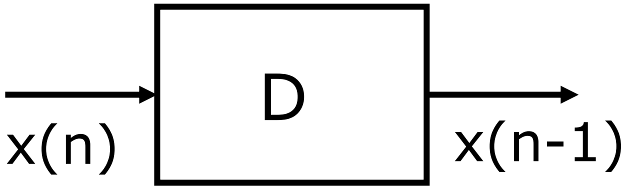
$$x(n-n_0) \xrightarrow{Z} z^{-n_0}X(Z)$$

$$Z\left\{x(n-n_0)\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-n_0)z^{-n}$$

2.3. Một số tính chất của biến đổi z

- Biến đổi z của tín hiệu trễ





2.3. Một số tính chất của biến đổi z

- Giá trị đầu của dãy

Nếu x(n)=0 với n<0 thì $x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$= x(0) + x(1)\frac{1}{z} + x(2)\frac{1}{z^2} + \ldots$$

- Đảo trục thời gian $\mathbf{Z}\{x(n)\} = X(z), R_{x-} < |z| < R_{x+}$

$$\mathbf{Z}\{x(-n)\} = ?$$

$$\mathbf{Z}\{x(-n)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-n)z^{-n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)z^{m} = X\left(\frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{1}{R_{x+}} < |z| < \frac{1}{R_{x-}}$$

2.3. Một số tính chất của biến đổi z

- Vi phân của biến đổi z

$$\frac{dX(z)}{dz} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-n)x(n)z^{-n-1}$$

Nhân 2 vế với - z

$$-z\frac{dX(z)}{dz} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[nx(n)\right] z^{-n} = \mathbf{Z}\{nx(n)\}$$

- Biến đổi z của tổng chập

$$y(n)=x(n)*h(n) \longrightarrow Y(z)=X(z).H(z)$$

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)\right] z^{-n}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n-k)z^{-n}\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)z^{-k}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n}\right] = X(z).H(z)$$

2.4. Một số phương pháp tính biến đổi z ngược

- Khai triển thành các phân thức hữu tỷ đơn giản

$$X(z)=\frac{P(z)}{Q(z)}=\sum_{i=1}^{K}\frac{A_i}{z-z_i} \qquad A_i=(z-z_i)X(z)\Big|_{z=z_i}$$

Ví dụ   Cho $X(z)=\dfrac{1}{1-3z^{-1}+2z^{-2}}$ với |z|>2. Tìm x(n) ?

Mẫu số có 2 nghiệm theo z^{-1}: $z^{-1}=1$ và $z^{-1}=1/2$

$$X(z)=\frac{1/2}{(z^{-1}-1)(z^{-1}-1/2)}=\frac{A_1}{(z^{-1}-1)}+\frac{A_2}{(z^{-1}-1/2)}$$

$$A_1=(z^{-1}-1).X(z)\Big|_{z^{-1}=1}=1 \qquad A_2=(z^{-1}-1/2).X(z)\Big|_{z^{-1}=1/2}=-1$$

2.4. Một số phương pháp tính biến đổi z ngược

- Khai triển thành các phân thức hữu tỷ đơn giản

$$X(z) = \frac{1}{z^{-1}-1} - \frac{1}{z^{-1}-1/2} = \frac{2}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{1-z^{-1}}$$

Biết rằng $x(n) = a^n u(n) \Rightarrow X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$

Vậy $x(n)=2.2^n u(n)-u(n)=u(n)[2^{n+1}-1]$

2.4. Một số phương pháp tính biến đổi z ngược

- Khai triển theo phép chia

  X(z) có dạng là tỷ số của 2 đa thức theo z. Tiến hành phép chia đa thức để có từng mẫu của x(n)

Ví dụ

$$X(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 1,414z^{-1} + z^{-2}}$$

2.4. Một số phương pháp tính biến đổi z ngược

- Khai triển theo phép chia

$$
\begin{array}{l|l}
z^{-1} & 1-1{,}414z^{-1}+z^{-2} \\
\hline
\underline{z^{-1}-1{,}414z^{-2}+z^{-3}} & z^{-1}+1{,}414z^{-2}+z^{-3}-z^{-5}-1{,}414\,z^{-6}\ldots \\
\quad 1{,}414z^{-2}-z^{-3} & \\
\quad \underline{1{,}414z^{-2}-2z^{-3}+1{,}414z^{-4}} & \\
\qquad z^{-3}-1{,}414z^{-4} & \\
\qquad \underline{z^{-3}-1{,}414z^{-4}+z^{-5}} & \\
\qquad\quad -z^{-5} & \\
\qquad\quad \underline{-z^{-5}+1{,}414z^{-6}-z^{-7}} & \\
\qquad\qquad -1{,}414z^{-6}+z^{-7} &
\end{array}
$$

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

$\Rightarrow$ x(0)=0. x(1)=1. x(2)=1,414. x(3)=1. x(4)=0. x(5)=-1...

n<0 x(n)=0

Một số cặp biến đổi z thông dụng (1/2)

Tín hiệu	Biến đổi z	Miền hội tụ
$\delta(n)$	1	Toàn mf z
$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\|z\|>1$
$-u(-n-1)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\|z\|<1$
$\delta(n-m)$	z^{-m}	Toàn mf z trừ 0 nếu m>0, trừ ∞ nếu m < 0
$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\|z\|>\|a\|$
$-a^n u(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\|z\|<\|a\|$

Một số cặp biến đổi z thông dụng (2/2)

Tín hiệu	Biến đổi z	Miền hội tụ
$na^n u(n)$	$\dfrac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$	$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$
$-na^n u(-n-1)$	$\dfrac{az^{-1}}{\left(1-az^{-1}\right)^2}$	$\lvert z\rvert<\lvert a\rvert$
$\cos(\Omega n)u(n)$	$\dfrac{1-(\cos\Omega)z^{-1}}{1-(2\cos\Omega)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$
$\sin(\Omega n)u(n)$	$\dfrac{(\sin\Omega)z^{-1}}{1-(2\cos\Omega)z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert>1$

2.5. Ứng dụng biến đổi z để giải PT-SP

- Giải PT-SP: Biết PT-SP, biết tín hiệu vào, tính tín hiệu ra

Ví dụ

Cho PT-SP $y(n) = x(n) + ay(n-1)$

Biết: Điều kiện đầu $y(-1) = K$

Tín hiệu vào $x(n) = e^{j\omega n}u(n)$

Hãy xác định tín hiệu ra

Lấy biến đổi z 1 phía PT-SP:

$$\sum_{n=0}^{\infty} y(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} + a\sum_{n=0}^{\infty} y(n-1)z^{-n}$$

Áp dụng công thức tính biến đổi z 1 phía của tín hiệu trễ

$$Z\{y(n-n_0)\} = z^{-n_0}\left[Y(z) + \sum_{r=1}^{n_0} y(-r)z^r\right] \Rightarrow Z\{y(n-1)\} = z^{-1}Y(z) + y(-1)$$

2.5. Ứng dụng biến đổi z để giải PT-SP

$$Y(z)=X(z)+az^{-1}Y(z)+ay(-1)$$

$$Y(z)=\frac{X(z)+ay(-1)}{1-az^{-1}} \qquad x(n)=e^{j\omega n}u(n) \qquad X(z)=\frac{1}{1-e^{j\omega}z^{-1}}$$

$$Y(z)=\frac{aK}{1-az^{-1}}+\frac{1}{(1-az^{-1})(1-e^{j\omega}z^{-1})}$$

$$Y(z)=\frac{aK}{1-az^{-1}}+\frac{a/(a-e^{j\omega})}{(1-az^{-1})}-\frac{e^{j\omega}/(a-e^{j\omega})}{(1-e^{j\omega}z^{-1})}$$

Biến đổi z ngược $\quad y(n)=\left[a^{n+1}K+\frac{a^{n+1}}{a-e^{j\omega}}-\frac{e^{j\omega(n+1)}}{a-e^{j\omega}}\right]u(n)$

Đáp ứng với điều kiện đầu

Đáp ứng quá độ

Đáp ứng đối với tín hiệu vào

2.6. Hàm truyền đạt của hệ TT-BB

$y(n)=h(n)*x(n) \longrightarrow Y(z)=H(z).X(z)$ H(z): Hàm truyền đạt

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\mathbf{Z}\{h(n)\}=\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n}$$

a) H(z) của hệ nhân quả

Hệ nhân quả nên $h(n) = 0$ với $n < 0$ $\quad H(z)=\sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-n}$

H(z) hội tụ với $|z| > R_{h-}=\lim_{n\to\infty}|h(n)|^{1/n}$

Miền hội tụ không chứa điểm cực, vậy:
Mọi điểm cực của hệ TT-BB nhân quả đều nằm trong đường tròn có bán kính $R_{h-}=\lim_{n\to\infty}|h(n)|^{1/n}$

2.6. Hàm truyền đạt của hệ TT-BB

b) H(z) của hệ ổn định

Hệ ổn định thì đáp ứng xung thỏa mãn $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$ (1)

Hàm truyền đạt được xác định theo:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) z^{-n}$$

Nếu (1) thỏa mãn thì H(z) hội tụ ngay cả khi |z|=1

⇒ Miền hội tụ của H(z) chứa đường tròn đơn vị thì hệ sẽ ổn định

2.6. Hàm truyền đạt của hệ TT-BB

c) H(z) của hệ nhân quả và ổn định

Toàn bộ điểm cực của hệ nhân quả và ổn định phải nằm bên trong đường tròn đơn vị.

d) H(z) của hệ đặc trưng bởi PT-SP-TT-HSH

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

Lấy biến đổi z cả 2 vế của PT-SP

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) \right] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) \right] z^{-n}$$

2.6. Hàm truyền đạt của hệ TT-BB

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n-k) z^{-n} \right] = \sum_{k=0}^{M} b_k \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-k) z^{-n} \right]$$

$$Y(z)\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k} = X(z)\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} \Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$

Biểu diễn H(z) qua các điểm không z_r và các điểm cực p_k:

$$H(z) = H_0 \frac{\prod_{r=1}^{M} (z - z_r)}{\prod_{k=1}^{N} (z - p_k)}$$

Bài tập chương 2 (1/2)

1. Cho tín hiệu $x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le N\text{-}1 \\ 0 & \text{n cßn l¹ i} \end{cases}$

   Hãy tính biến đổi z của tín hiệu này bằng cách dùng:
   a) Định nghĩa biến đổi z
   b) Tín hiệu u(n) và trễ của u(n)

2. Tính biến đổi z ngược của $X(z) = \ln\left(1 - \frac{1}{2} z^{-1}\right)$ với |z|>1/2

3. Ứng dụng biến đổi z 1 phía để giải PT-SP:

   y(n)-(1/2) y(n-1)=x(n)-(1/2) x(n-1)

   Biết x(n) = δ(n), y(-1)=0.

Bài tập chương 2 (2/2)

4. Hệ TT-BB có PT-SP:

$$y(n)=y(n-1)+y(n-2)+x(n-1)$$

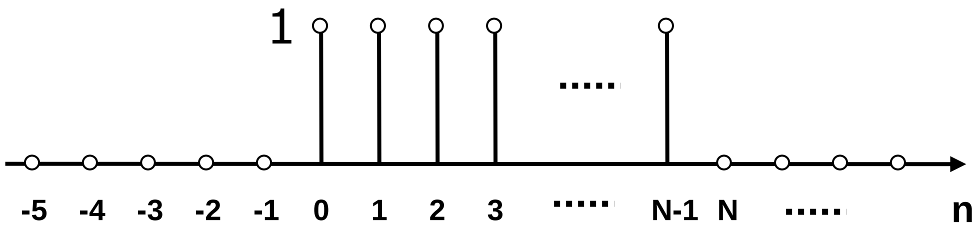
a) Xác định hàm truyền đạt, điểm không, điểm cực

b) Nhận xét tính nhân quả, ổn định

c) Xác định đáp ứng xung sao cho hệ nhân quả

Giải bài tập chương 2 (1/5)

1. Tín hiệu x(n):



a) $$X(z)=\sum_{n=0}^{N-1} 1.z^{-n} = \frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}}$$

b) $$x(n)=u(n)-u(n-N)$$

$$Z\{x(n)\} = Z\{u(n)\} - Z\{u(n-N)\} = \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{z^{-N}}{1-z^{-1}}$$

Giải bài tập chương 2 (2/5)

2.

$$-z\frac{dX(z)}{dz} = -z\frac{(1/2)z^{-2}}{1-(1/2)z^{-1}} = -\frac{1}{2}\left(\frac{z^{-1}}{1-(1/2)z^{-1}}\right)$$

$$x(n) = -\frac{1}{n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}u(n-1) = -\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u(n-1)$$

3. Biến đổi z 1 phía cả 2 vế của PT-SP:

$$Y(z)-(1/2)[z^{-1}Y(z)+y(-1)] = X(z)-(1/2)[z^{-1}X(z)+x(-1)]$$

$y(-1) = 0$, $x(-1)=0$, $X(z) = 1$

$$Y(z) = 1 \longrightarrow y(n)=\delta(n)$$

Giải bài tập chương 2 (3/5)

4. $$y(n)=y(n-1)+y(n-2)+x(n-1)$$

a) Biến đổi z cả 2 vế: $Y(z)=z^{-1}Y(z)+z^{-2}Y(z)+z^{-1}X(z)$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}-z^{-2}}=\frac{z}{z^2-z-1}$$

Nghiệm mẫu số:

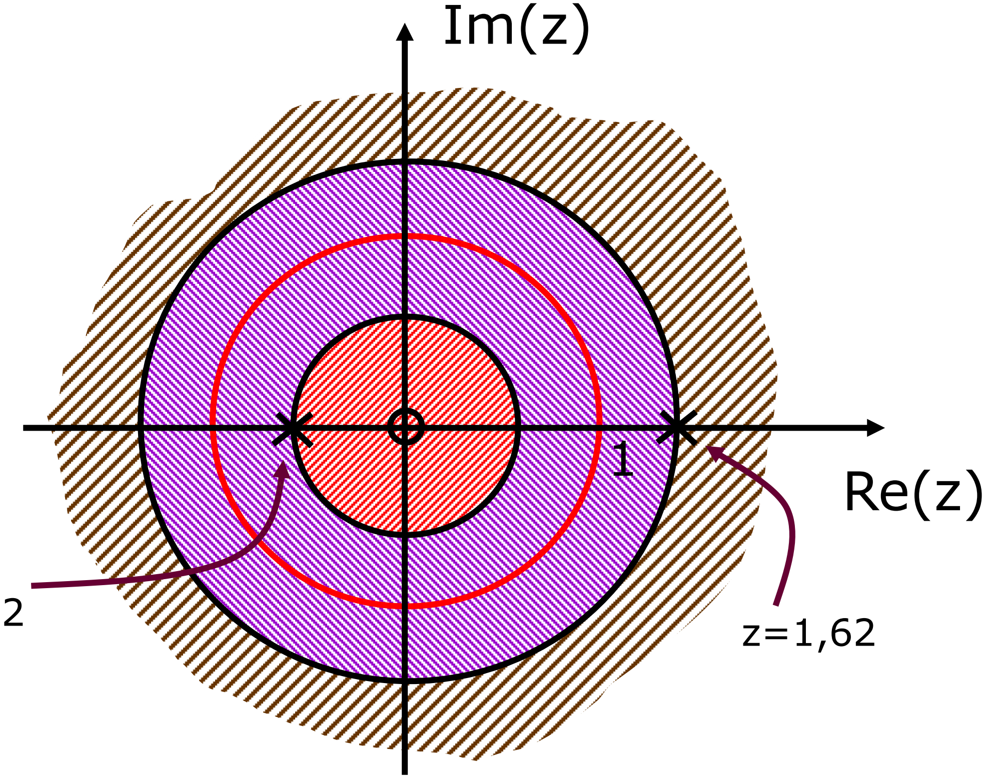
$$z_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=1{,}62 \text{ và } -0{,}62$$

Hệ có 1 điểm không tại z=0 và 2 điểm cực tại z=1,62;z=-0,62

Giải bài tập chương 2 (4/5)

4.

b)



$0 \le |z| < 0,62$:Không nhân quả, không ổn định

$0,62 < |z| < 1,62$:Không nhân quả, ổn định

$|z| > 1,62$: Nhân quả, không ổn định

Giải bài tập chương 2 (5/5)

4.

c)

$$H(z) = z.H_1(z) \qquad H_1(z) = \frac{1}{z^2 - z - 1}$$

$$H_1(z) = \frac{1}{(z-1,62)(z+0,62)} = \frac{A_1}{z-1,62} + \frac{A_2}{z+0,62}$$

$$A_1 = (z-1,62)\left.\frac{1}{(z-1,62)(z+0,62)}\right|_{z=1,62} = 0,45$$

$$A_2 = (z+0,62)\left.\frac{1}{(z-1,62)(z+0,62)}\right|_{z=-0,62} = -0,45$$

$$H(z) = \frac{0,45}{1-1,62z^{-1}} - \frac{0,45}{1+0,62z^{-1}}$$

$$\Rightarrow \quad h(n) = 0,45\left[(1,62)^n - (-0,62)^n\right]u(n)$$

$S = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{N-1}$

$a_i = a_{i-1}.q$

$S = a_0.(1-q^N)/(1-q)$

$S = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{N-1}+\dots$

$ai = a_{i-1}.q$

$S = a_0./(1-q)$

Chương 3

BỘ LỌC SỐ

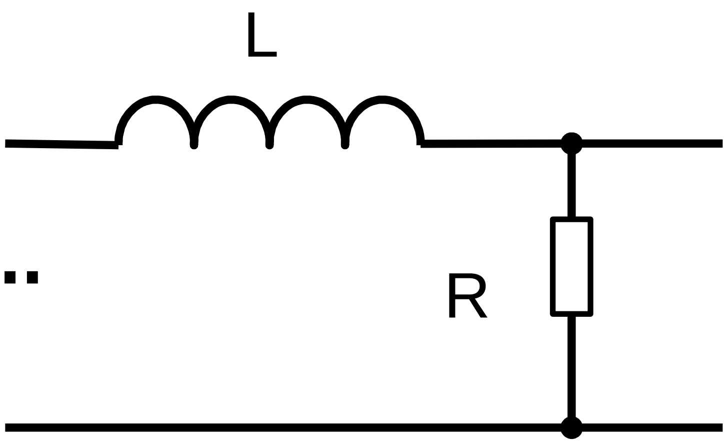
3.1. Khái niệm

- Trong nhiều ứng dụng khác nhau, ta thường phải thay đổi biên độ của các thành phần tần số khác nhau của tín hiệu hoặc loại bỏ đi một số thành phần tần số nào đó.
Quá trình xử lý như vậy đối với tín hiệu được gọi là lọc.

- Bộ lọc số: là bộ lọc dùng để lọc tín hiệu số

- *Có thể dùng bộ lọc tương tự để lọc tín hiệu số được không ?*

...10010010...



3.1. Khái niệm

- Xét hệ TT-BB có PT-SP

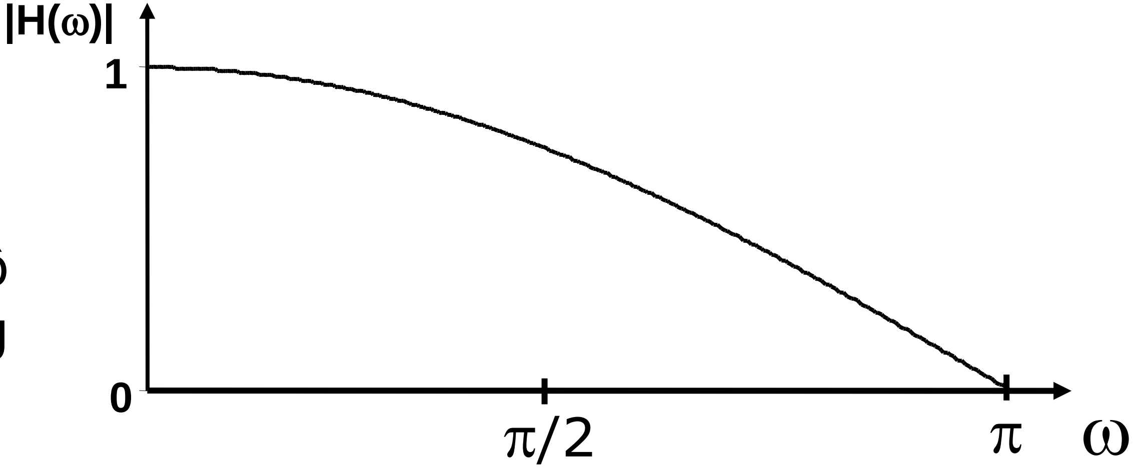
$$y(n) = \frac{1}{2}(x(n) + x(n-1))$$

Đáp ứng xung của hệ: $h(n) = \frac{1}{2}\left(\delta(n) + \delta(n-1)\right)$

Đáp ứng tần số của hệ:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}\left[1 + e^{-j\omega}\right] = e^{-j\omega/2}\cos\left(\omega/2\right)$$

$$\left|H(e^{j\omega})\right| = \left|\cos(\omega/2)\right|$$



Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp

3.2. Bộ lọc FIR

- Bộ lọc FIR và IIR

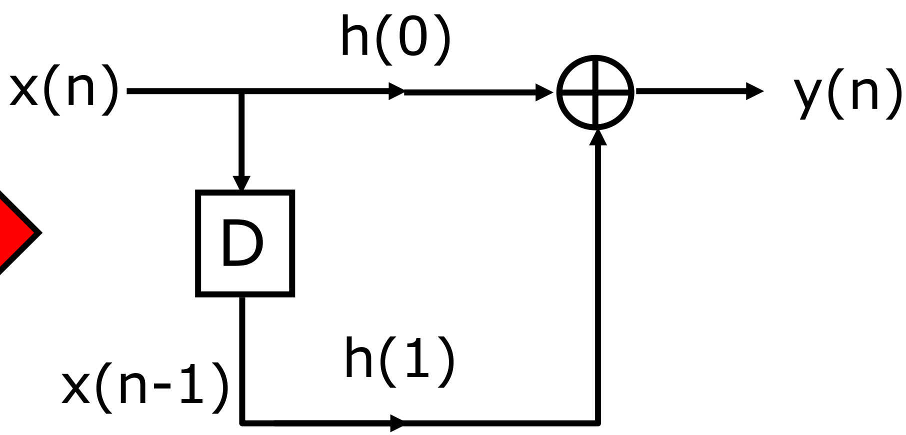
$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

N=0: FIR
N>0: IIR

N=0 $\Rightarrow$ $$y(n) = \sum_{k=0}^{M} \frac{b_k}{a_0} x(n-k) = \sum_{k=0}^{M} h(k)x(n-k)$$

- M=1 $\quad y(n)=h(0)x(n)+h(1)x(n-1)$

Sơ đồ khối $\Rightarrow$

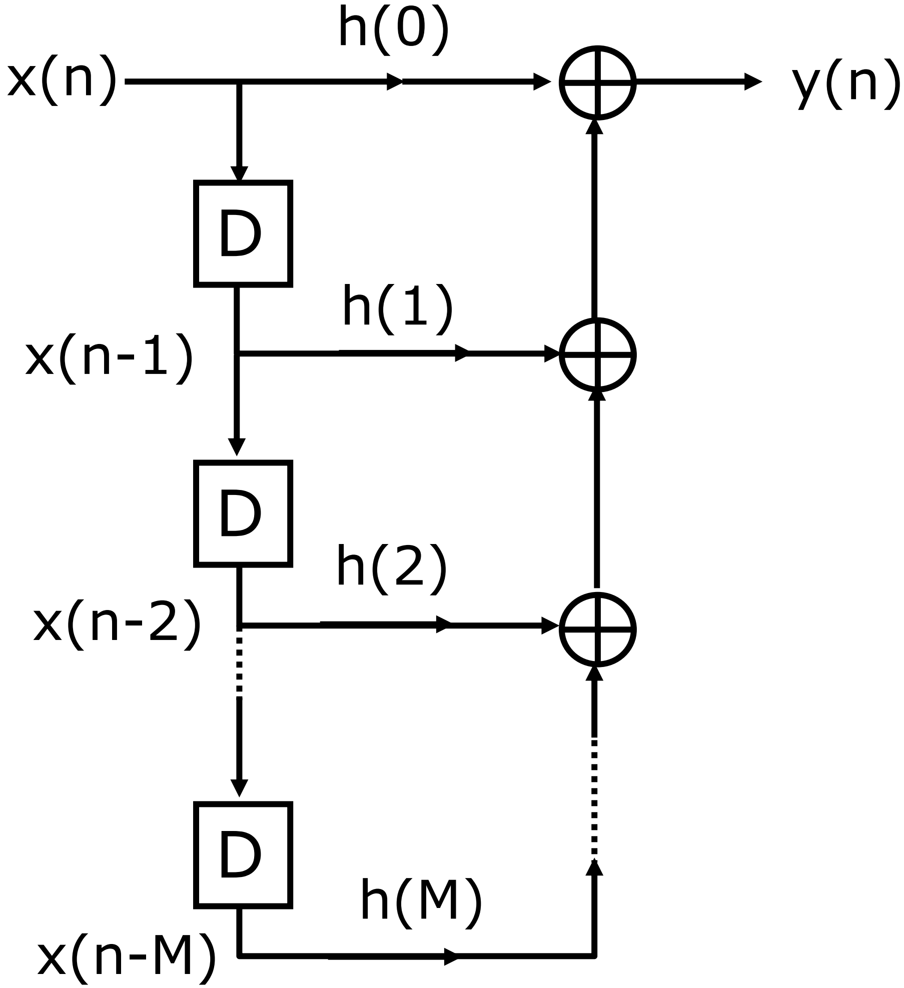


3.2. Bộ lọc FIR

```
const
  h0 = 0.5;
  h1 = 0.5;
var
  xn, xnt1, yn: real;
begin
   xnt1 := 0;
   repeat
       (*  NhËp tÝn hiÖu vµo tõ bµn phÝm *)
   write('NhËp tÝn hiÖu vµo xn = ');
   readln(xn);
   (* TÝnh tÝn hiÖu ra *)
   yn:= h0 * xn + h1 * xnt1;
   (* TrÔ tÝn hiÖu *)
   xnt1 := xn;
  until Ketthuc;
end.
```

3.2. Bộ lọc FIR

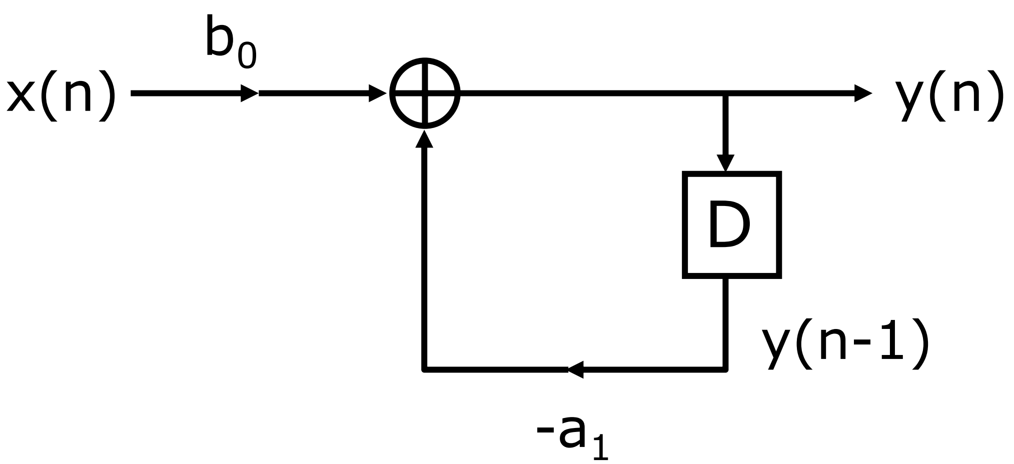
- Trường hợp tổng quát



3.3. Bộ lọc IIR

- Hệ bậc nhất $a_0y(n)+a_1y(n-1)=b_0x(n)$

  Giả thiết $a_0 = 1$ $y(n)=-a_1y(n-1)+b_0x(n)$



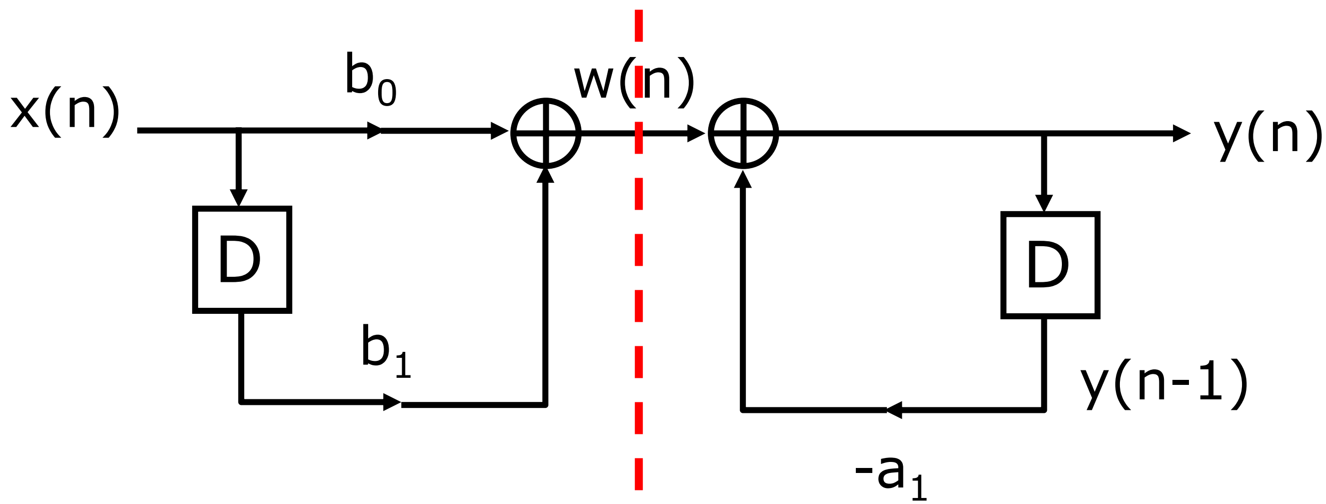
3.3. Bộ lọc IIR

- Hệ bậc hai $a_0y(n)+a_1y(n-1)=b_0x(n)+b_1x(n-1)$

  Giả thiết $a_0 = 1$ $y(n)=-a_1y(n-1)+b_0x(n)+ b_1x(n-1)$

  $=-a_1y(n-1) + w(n)$

  $w(n)=b_0x(n)+b_1x(n-1)$



3.3. Bộ lọc IIR

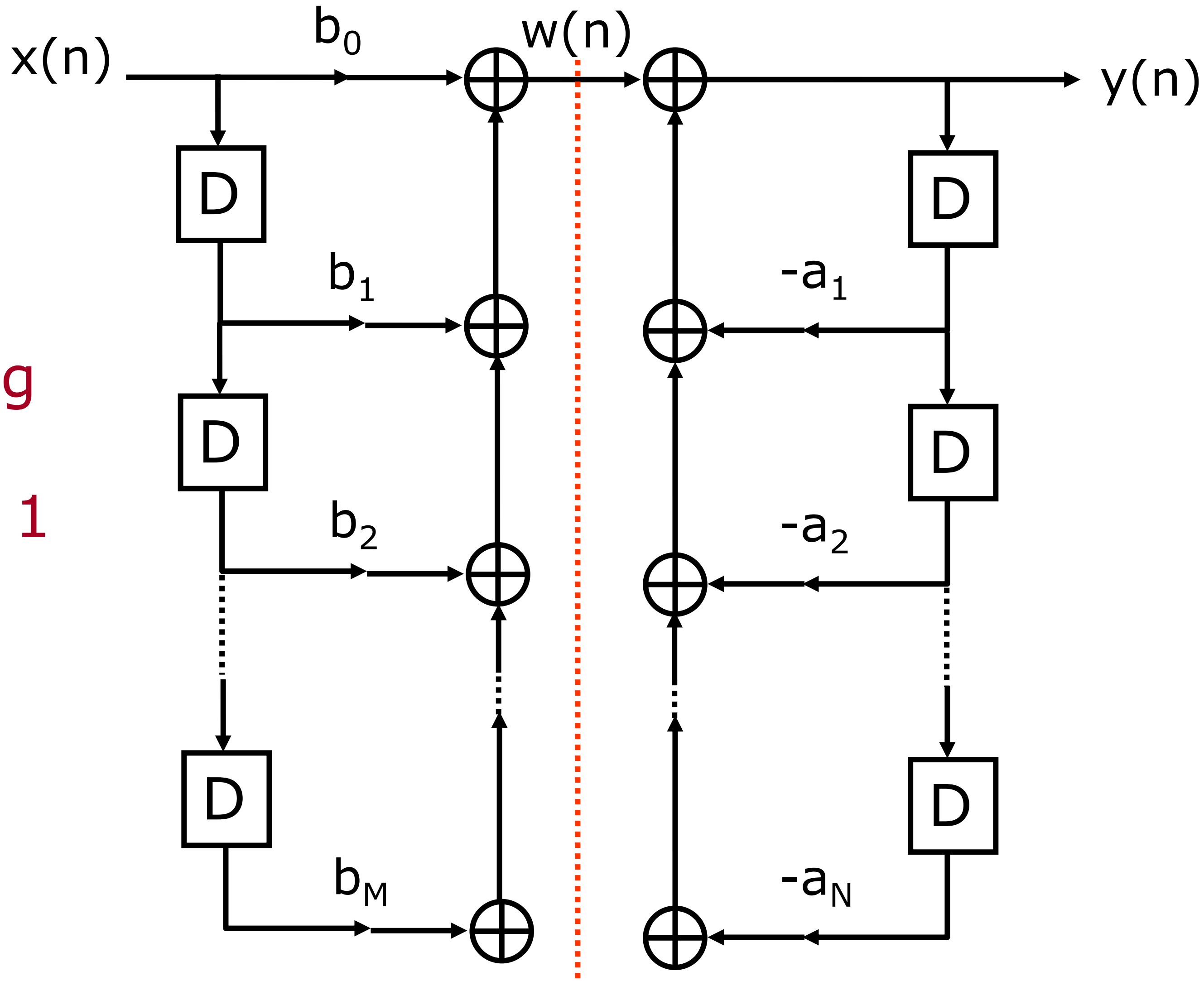
- Tổng quát ($a_0 = 1$) $$y(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

$$= w(n) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

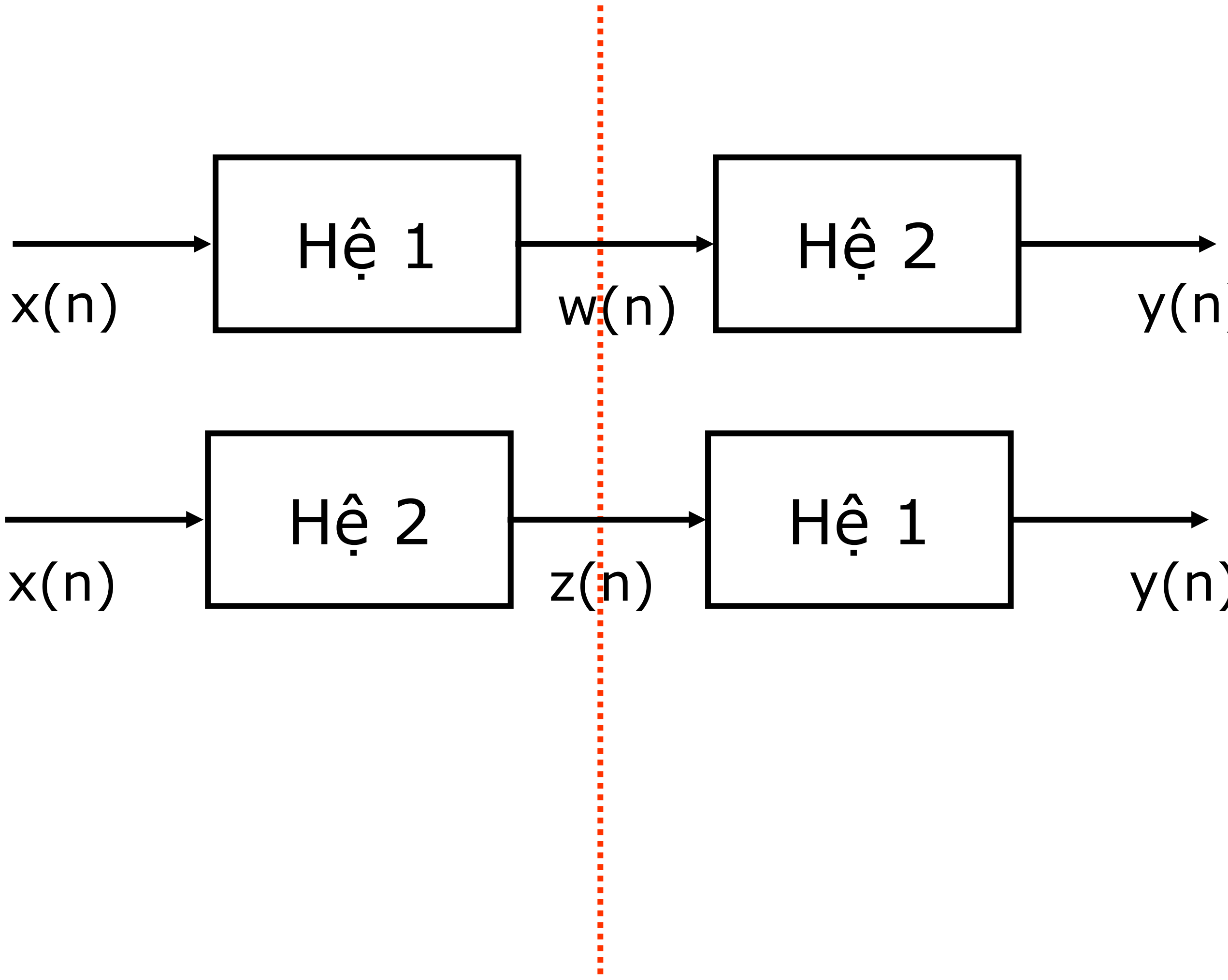
$$w(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$$

3.3. Bộ lọc IIR

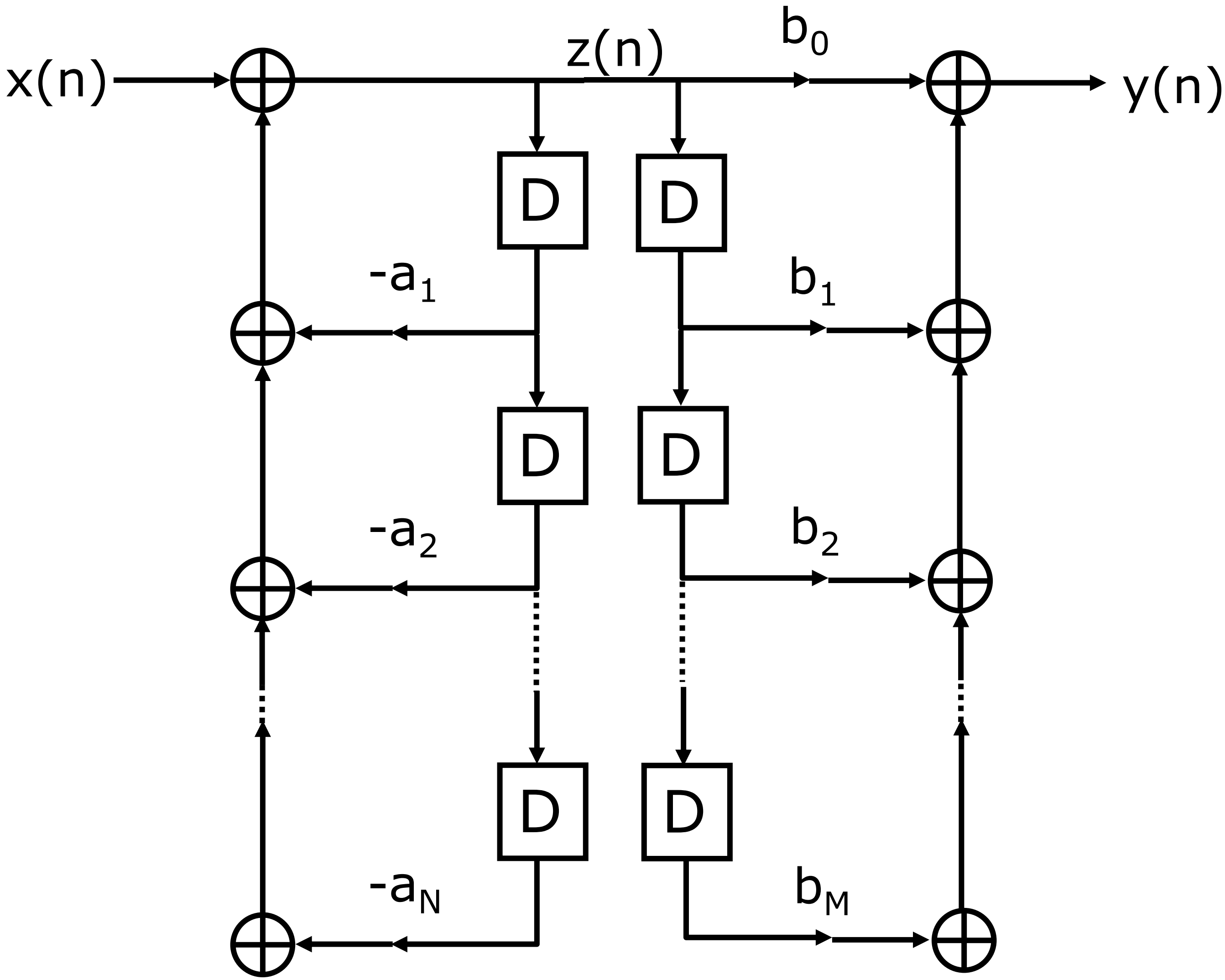
Dạng trực tiếp 1



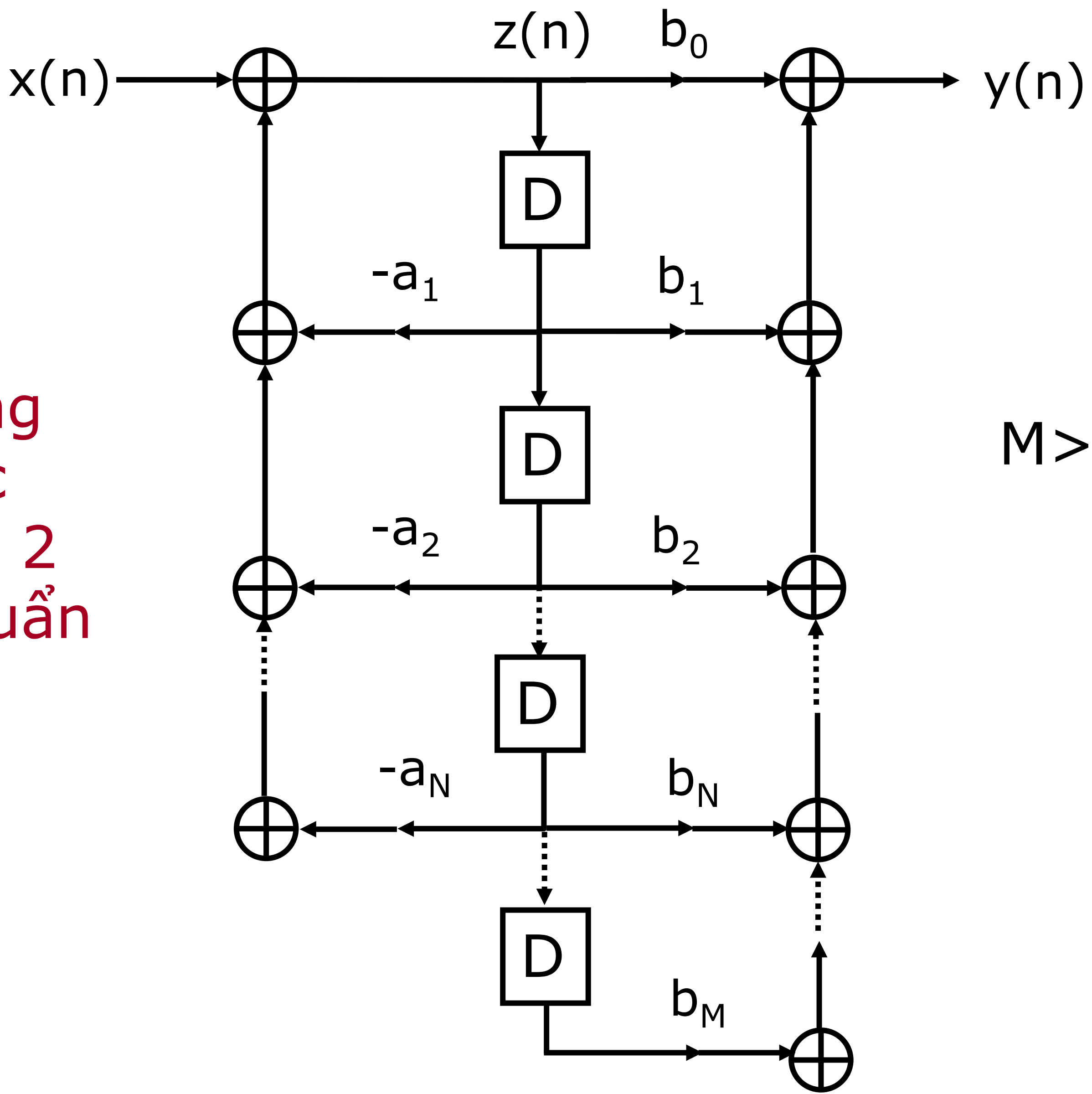
3.3. Bộ lọc IIR



3.3. Bộ lọc IIR



3.3. Bộ lọc IIR



Dạng trực tiếp 2 (chuẩn tắc)

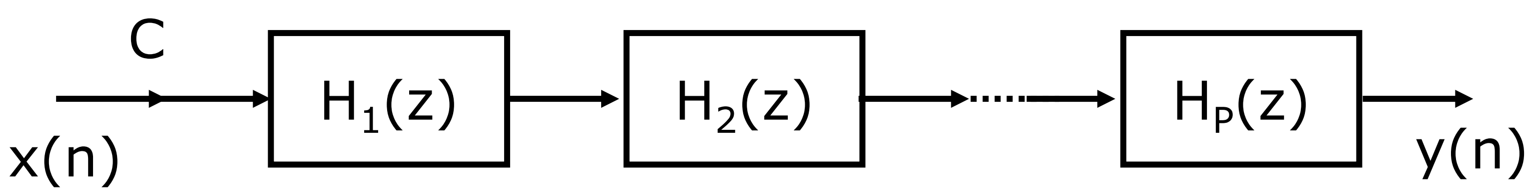
M>N

3.4. Mắc nối tiếp và song song các hệ

H(z) của hệ phức tạp thường được phân tích thành tổng hoặc tích H(z) của các hệ đơn giản, tương ứng với việc mắc song song hoặc nối tiếp các hệ đơn giản

- Mắc nối tiếp

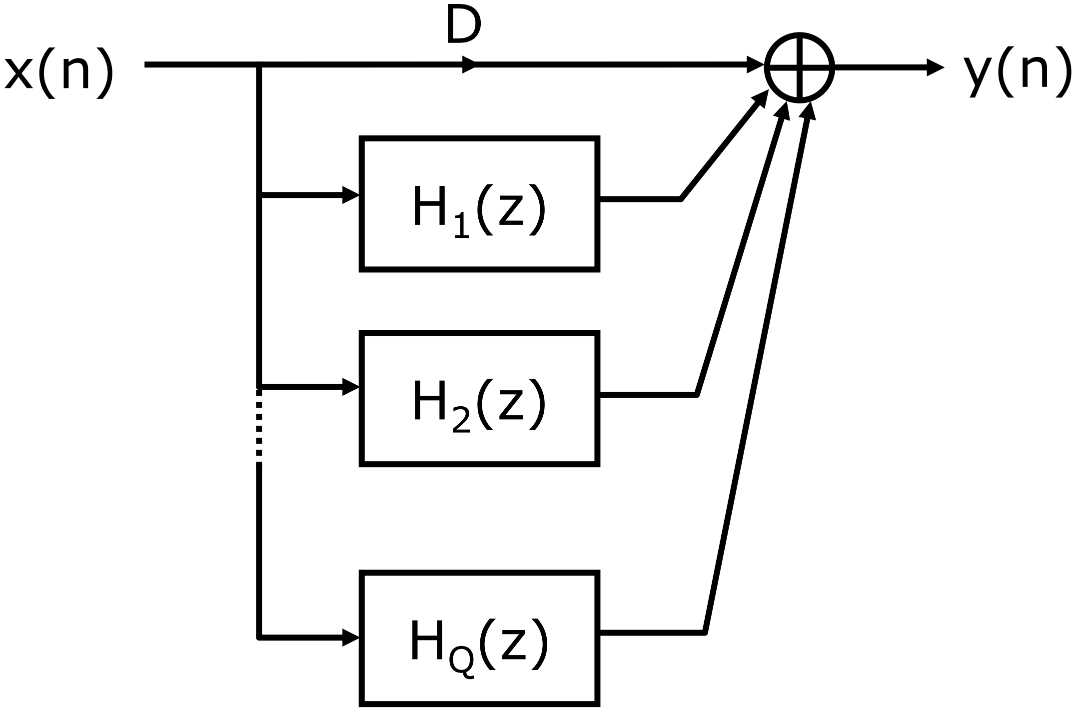
$$H(z) = C\prod_{k=1}^{P} H_k(z) \qquad \text{C: Hằng số}$$



3.4. Mắc nối tiếp và song song các hệ

- Mắc song song

$$H(z) = D + \sum_{k=1}^{Q} H_k(z)$$ D: Hằng số



3.5.Khảo sát hệ bậc 1

$a_0 = b_0 = 1,\ a_1 = -a$

$y(n) - a\,y(n-1) = x(n)$

- Hàm truyền đạt $Y(z) - az^{-1}Y(z) = X(z)$

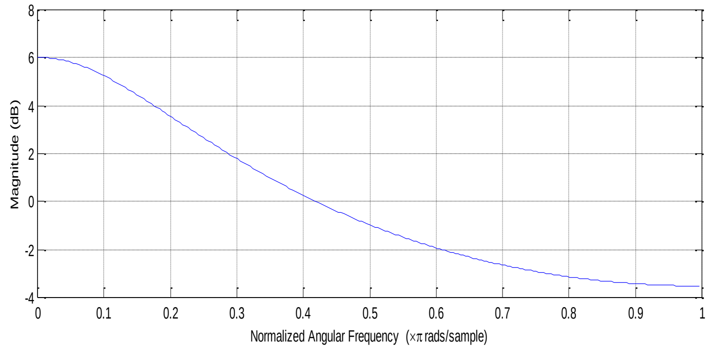
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-az^{-1}} = \frac{z}{z-a}$$

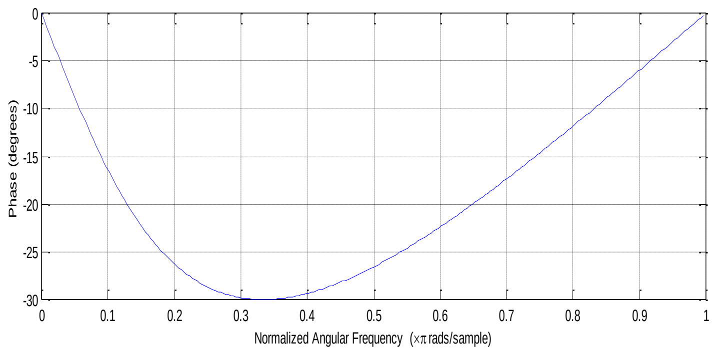
H(z) có 1 điểm không tại z = 0 và 1 điểm cực tại z = a

- Ổn định: Hệ ổn định nếu $|a| \neq 1$
- Nhân quả: $h(n) = a^n u(n)$ nếu $|z| > |a|$
- Phản nhân quả: $h(n) = -a^n u(-n-1)$ nếu $|z| < |a|$

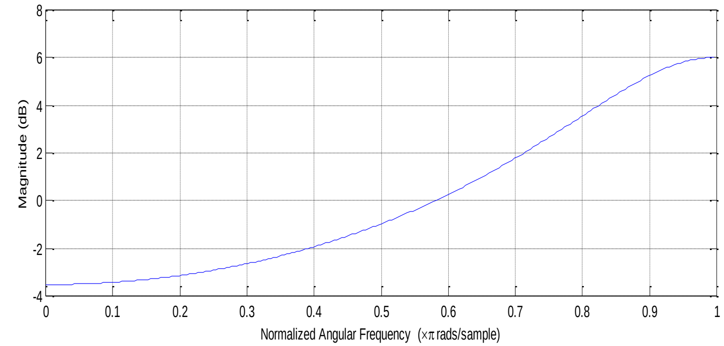
- Hệ nhân quả và ổn định nếu $|a| < 1$
- Đáp ứng tần số $H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z = e^{j\omega}}$

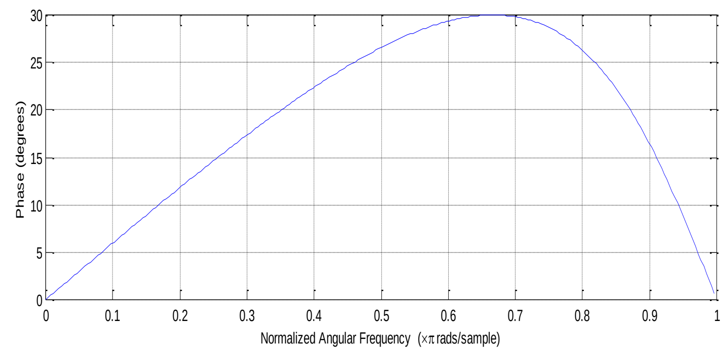
Ví dụ: Đáp ứng biên độ và pha





a=0,5





a=-0,5

3.6.Khảo sát hệ bậc 2

$a_0 = b_0 = 1$

$y(n) + a_1\, y(n-1) + a_2 y(n-2) = x(n)$

- Hàm truyền đạt

$$Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + a_2 z^{-2} Y(z) = X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 + a_1 z + a_2}$$

- 1 điểm không bậc 2 tại z = 0
- 2 điểm cực

$$p_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$$

- Ổn định và nhân quả: $|p_1| < 1$, $|p_2| < 1$

$$\left|-a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}\right| < 2 \qquad \left|-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}\right| < 2$$

Ranh giới điểm cực thực và phức: $a_2 = \dfrac{a_1^2}{4}$

✓ Xét điểm cực thực:

$$-2 < -a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2} < 2 \quad (*)$$

$$-2 < -a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2} < 2 \quad (**)$$

(*) $\quad -a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2} < 2 \;\rightarrow\; a_2 > -(1 + a_1)$

$\quad -a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2} > -2 \;\rightarrow\; a_2 > a_1 - 1$

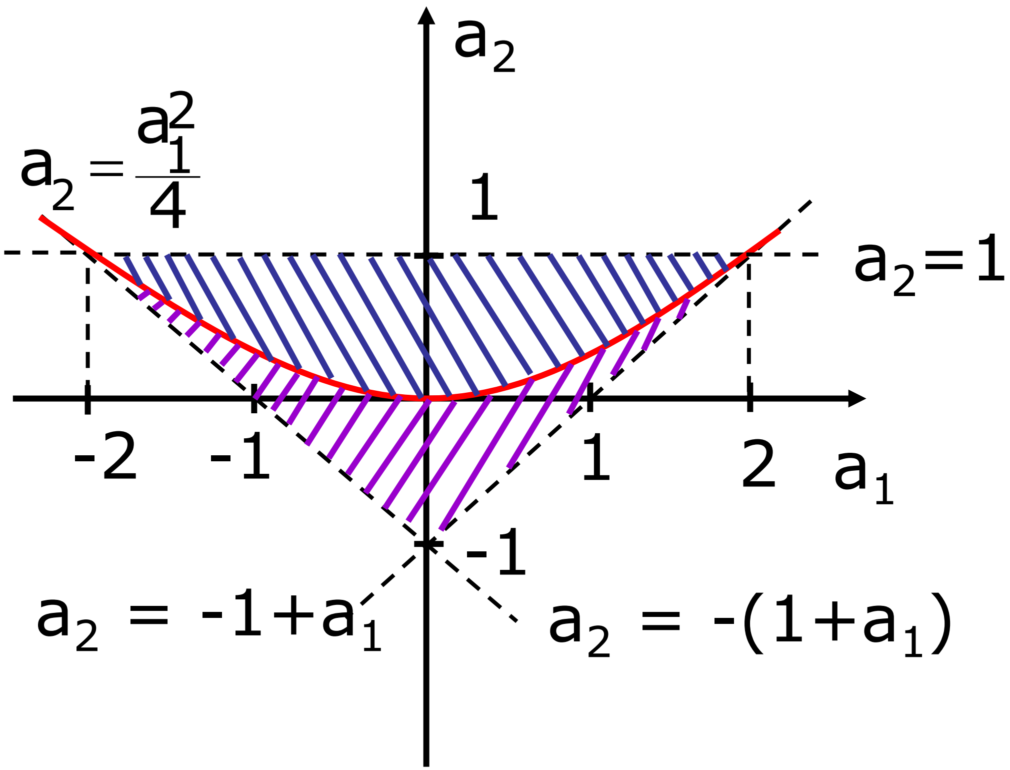
(**) cho kết quả tương tự

✓ Xét điểm cực phức:

$$p_1 = \frac{-a_1 - j\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2}$$

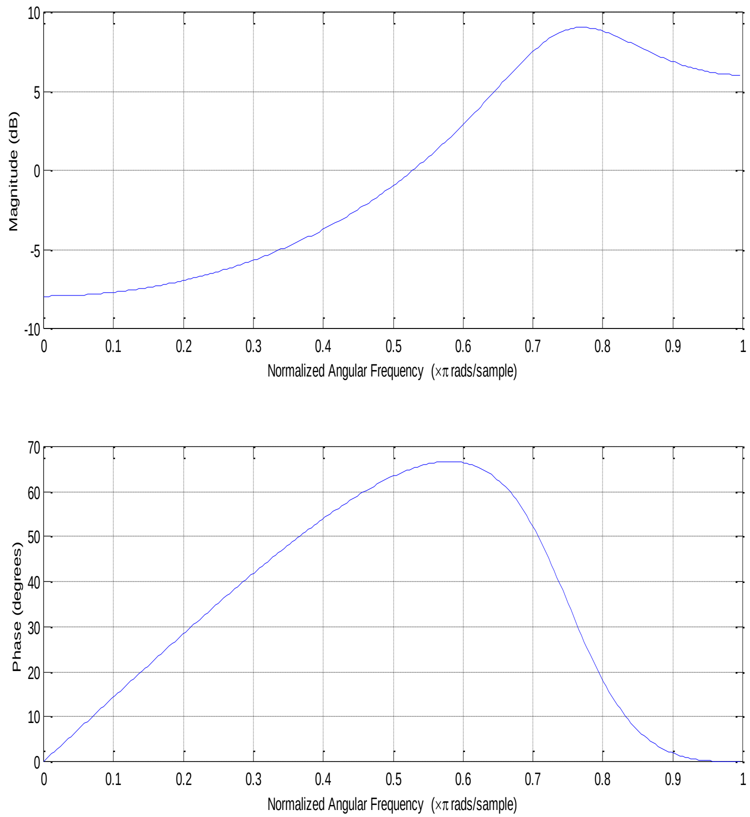
$$p_2 = \frac{-a_1 + j\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2}$$

$$|p_1| = |p_2| = \sqrt{a_2} \rightarrow a_2 < 1$$

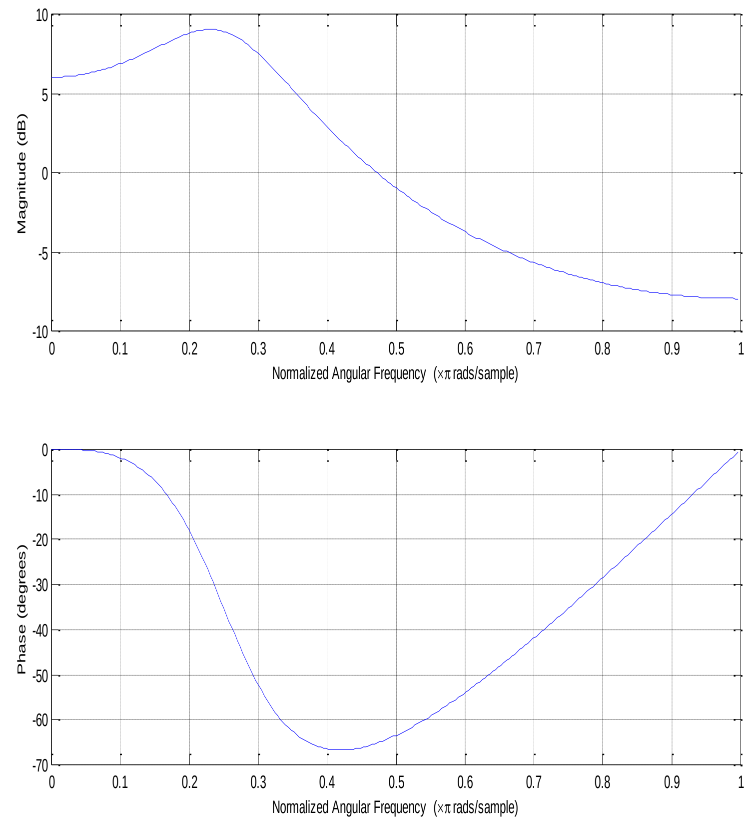


Hệ ổn định và nhân quả nếu a_1 và a_2 thuộc miền tam giác.

Ví dụ: Đáp ứng biên độ và pha



1)



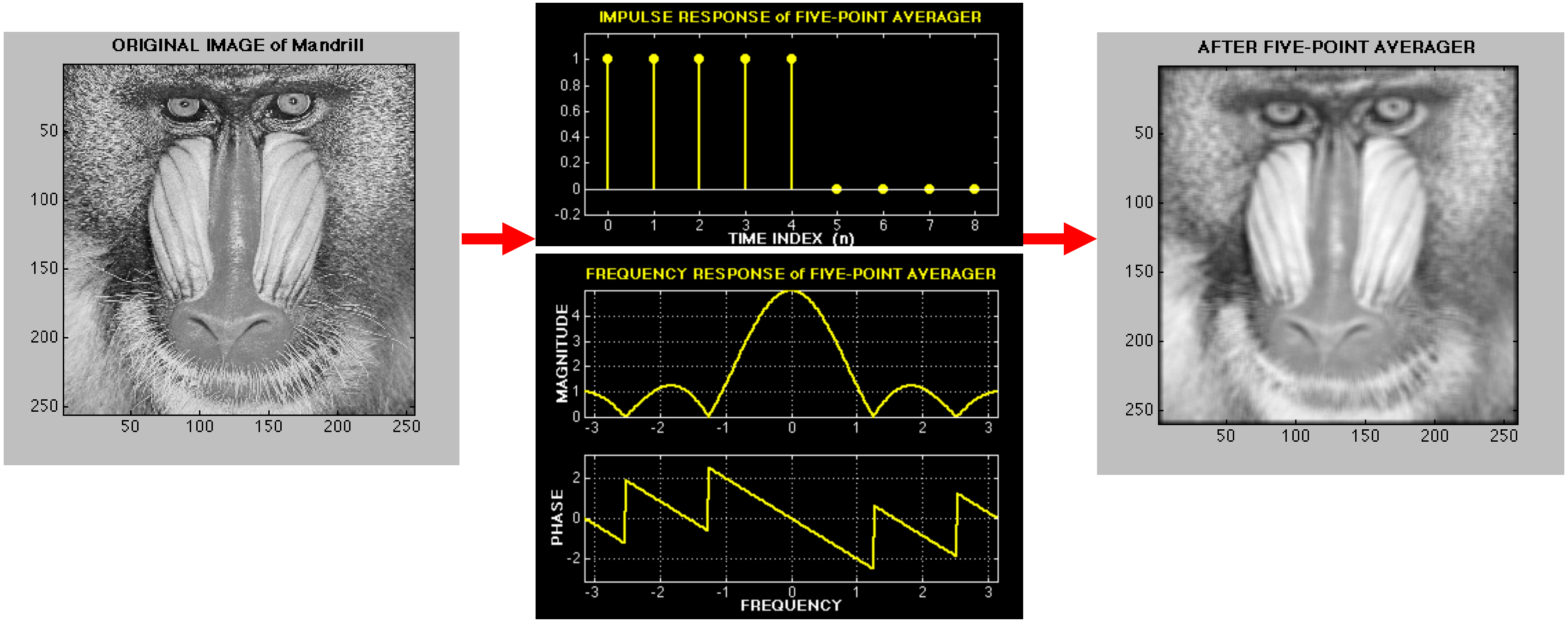
2)

1) $a_1 = 1, a_2 = 0,5$

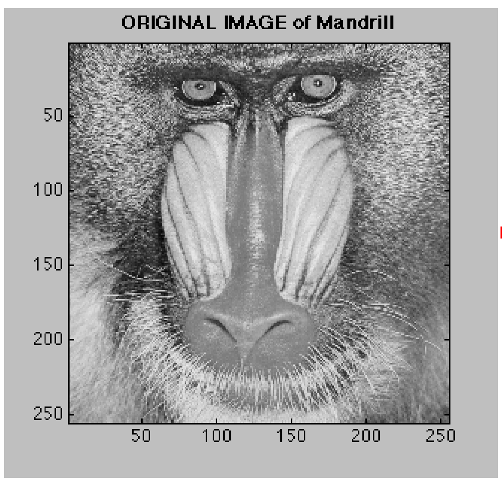
2) $a_1 = -1, a_2 = 0,5$

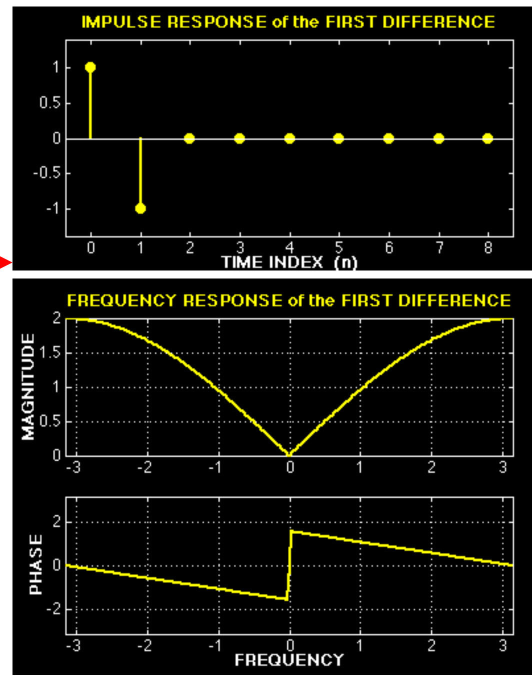
Ví dụ:Xử lý ảnh.

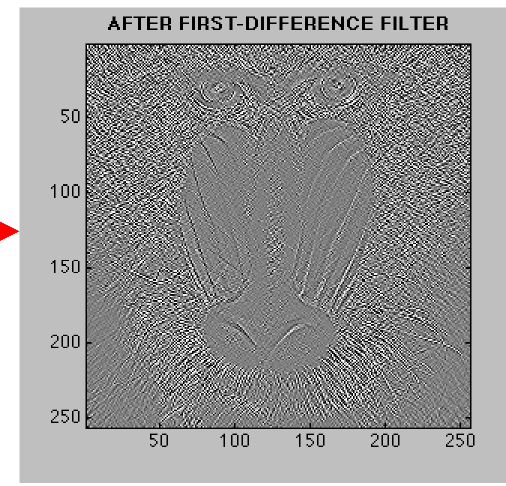
Ảnh qua bộ lọc thông thấp (làm trung bình)



Ví dụ:
Ảnh qua bộ lọc thông cao (đạo hàm)







Bài tập chương 3 (1/2)

1. Hệ TT-BB có quan hệ vào ra:

$$y(n) = \frac{1}{3}\left(x(n-1) + x(n) + x(n+1)\right)$$

a) Xác định đáp ứng tần số

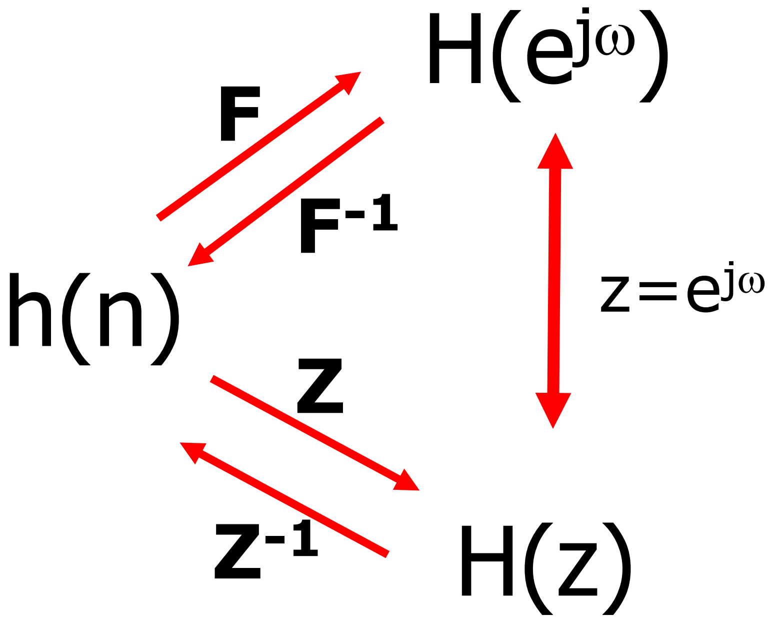
b) Xác định và vẽ dạng đáp ứng biên độ. Nhận xét tính chất lọc của hệ.

2. Hàm truyền đạt của bộ lọc số có dạng:

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 4z^{-3}$$

a) Xác định PT-SP biểu diễn quan hệ vào-ra

b) Vẽ sơ đồ khối thực hiện bộ lọc


H(e^jω)
F
F^-1
h(n)
z=e^jω
Z
Z^-1
H(z)

Bài tập chương 3 (2/2)

3. Hệ TT-BB có hàm truyền đạt:

$$H(z)=(1+az^{-1})/(1+bz^{-1}+cz^{-2})$$ với a,b,c là hằng số.

a) Xác định quan hệ vào-ra của hệ
b) Vẽ sơ đồ dạng chuẩn tắc thực hiện hệ.

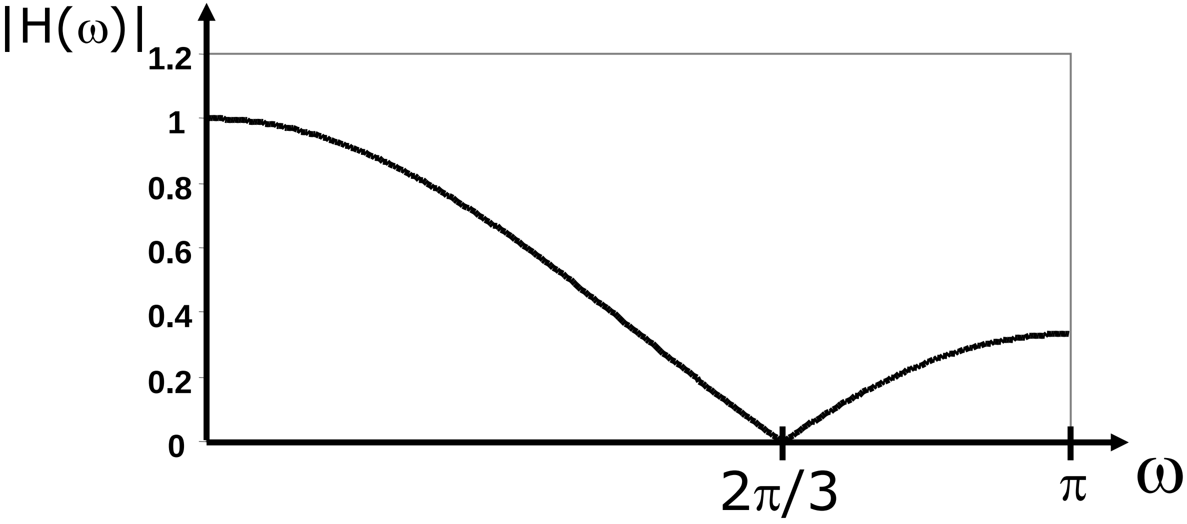
Giải bài tập chương 3 (1)

1. a) Đáp ứng xung: $h(n) = \frac{1}{3}\left[\delta(n+1) + \delta(n) + \delta(n-1)\right]$

Đáp ứng tần số:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{-j\omega n} = \frac{1}{3}\left[e^{j\omega} + 1 + e^{-j\omega}\right] = \frac{1}{3}(1 + 2\cos\omega)$$

b) Đáp ứng biên độ: $|H(e^{j\omega})| = (1/3)|1+2\cos\omega|$



Giải bài tập chương 3 (2)

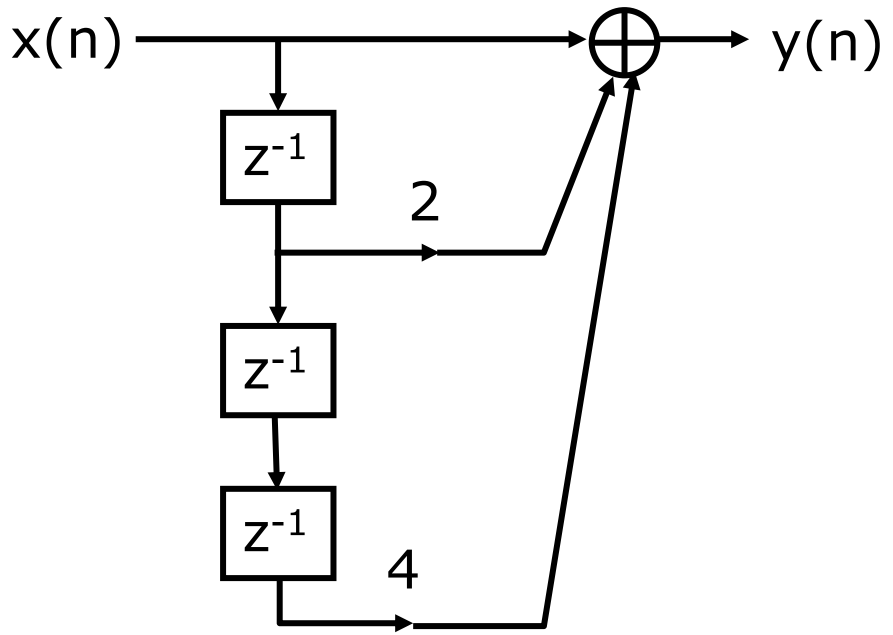
2.

a) $H(z) = 1 + 2z^{-1} + 4z^{-3} = Y(z)/X(z)$

$$Y(z) = X(z) + 2z^{-1}X(z) + 4z^{-3}X(z)$$

$$y(n) = x(n) + 2x(n-1) + 4x(n-3)$$

b)



Chương 4

PHÉP BIẾN ĐỔI FOURIER RỜI RẠC

4.1. Chuỗi Fourier rời rạc của tín hiệu rời rạc tuần hoàn

(DFS: Discrete Fourier Serie)

Xét tín hiệu $x_p(n)$ tuần hoàn với chu kỳ N:

$$x_p(n) = x_p(n+kN), \text{ k nguyên}$$

Tín hiệu này không biểu diễn được bằng biến đổi z nhưng có thể biểu diễn bằng chuỗi Fourier thông qua hàm e mũ phức với các tần số là bội của tần số cơ bản $2\pi/N$.

$$e_k(n) = e^{j(2\pi/N)nk}$$

Đây là tín hiệu tuần hoàn theo k với chu kỳ N.

$$k = 0,1,2,\ldots,N-1$$

4.1. Chuỗi Fourier rời rạc của tín hiệu rời rạc tuần hoàn

Chuỗi Fourier biểu diễn tín hiệu rời rạc tuần hoàn:

$$x_p(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_p(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (1)$$

Xác định các hệ số $X_p(k)$ theo $x_p(n)$ dựa vào tính chất trực chuẩn:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}nr} = \begin{cases} 1 & r = mN \\ 0 & r \neq mN \end{cases} \qquad \text{m: số nguyên}$$

Nhân 2 vế $x_p(n)$ với $e^{-j\frac{2\pi}{N}nr}$ và lấy tổng từ n=0 đến N-1

$$\sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nr} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{k=0}^{N-1} X_p(k) e^{j\frac{2\pi}{N}(k-r)n}$$

4.1. Chuỗi Fourier rời rạc của tín hiệu rời rạc tuần hoàn

Thay đổi thứ tự lấy tổng $\sum_{n=0}^{N-1} x_p(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nr} = \sum_{k=0}^{N-1} X_p(k)\left[\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(k-r)n}\right]$

$k - r = mN \rightarrow [\ldots] = 1$, $k - r \neq mN \rightarrow [\ldots] = 0$

$k=r+mN$ và $k < N \rightarrow m=0$ và $k = r$

Sử dụng tính chất trực chuẩn ta có: $\sum_{n=0}^{N-1} x_p(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nr} = X_p(r)$

Hoặc là: $X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ (2)

Nhận xét

- $X_p(k)$ tuần hoàn theo k với chu kỳ N
- Các công thức (1), (2) là biểu diễn chuỗi Fourier của tín hiệu rời rạc tuần hoàn. (1): Tổng hợp. (2): Phân tích

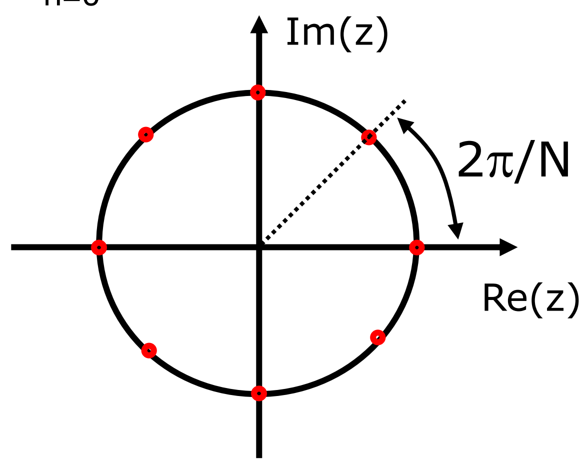
4.1. Chuỗi Fourier rời rạc của tín hiệu rời rạc tuần hoàn

- Quan hệ với biến đổi z

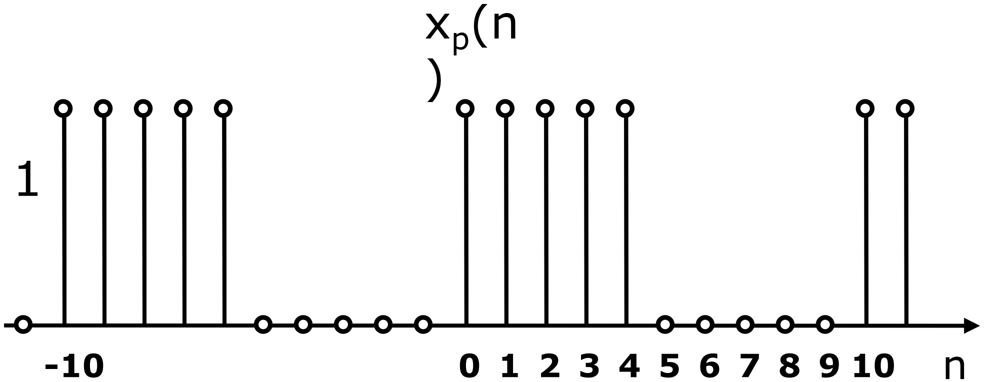
Xét 1 chu kỳ của $x_p(n)$: $x(n) = \begin{cases} x_p(n) & 0 \le n \le N\text{-}1 \\ 0 & \text{n cßn l¹ i} \end{cases}$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n}$$

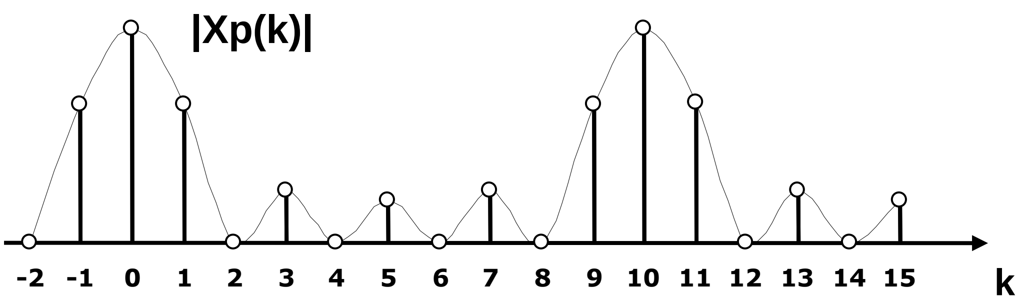
Mặt khác $X_p(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ vậy $X_p(k) = X(z)\Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}$



Ví dụ: Hãy tính các hệ số chuỗi Fourier của dãy tín hiệu tuần hoàn sau



$$X_p(k)=\sum_{n=0}^{4}e^{-j\frac{2\pi}{10}nk}=e^{-j\frac{4\pi k}{10}}\frac{\sin(\pi k/2)}{\sin(\pi k/10)}$$



4.2. Biến đổi Fourier rời rạc của tín hiệu có độ dài hữu hạn

(DFT: Discrete Fourier Transform)

Ta đã xét cách biểu diễn một tín hiệu rời rạc tuần hoàn bằng chuỗi Fourier. Bằng cách diễn giải thích hợp ta cũng có thể dùng cách biểu diễn như vậy cho các tín hiệu có độ dài hữu hạn.

Có thể coi tín hiệu có độ dài hữu hạn N là tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ N trong đó một chu kỳ chính là tín hiệu có độ dài hữu hạn

$$x_p(n) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x(n + rN) \qquad x(n) = \begin{cases} x_p(n) & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{n cßn l¹ i} \end{cases}$$

4.2. Biến đổi Fourier rời rạc của tín hiệu có độ dài hữu hạn

- Cặp công thức DFT

Biến đổi thuận (phân tích)

$$X(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} & 0 \le k \le N-1 \\ 0 & \text{k cßn l}^{1}\text{ i} \end{cases}$$

Biến đổi ngược (tổng hợp)

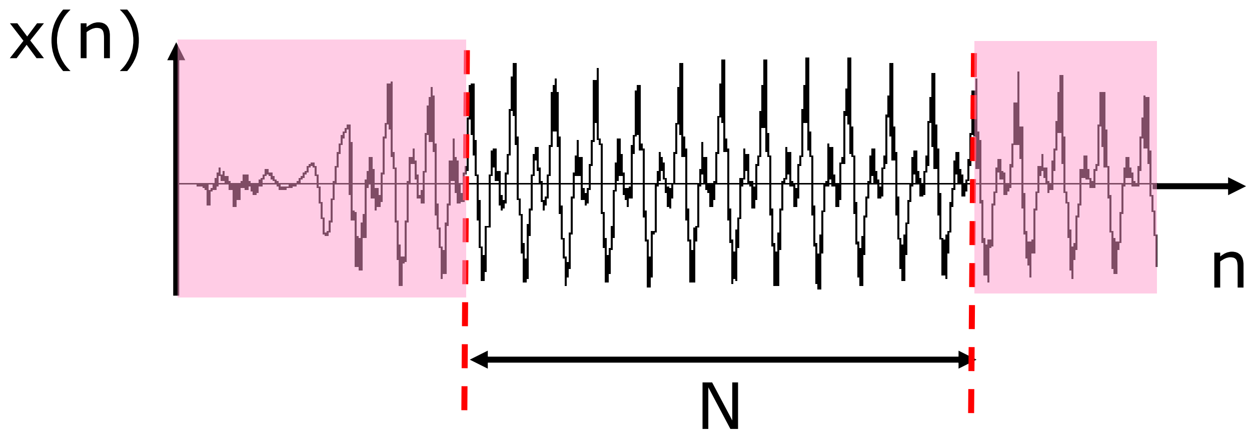
$$x(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk} & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \text{n cßn l}^{1}\text{ i} \end{cases}$$

4.3. Biến đổi nhanh Fourier

(FFT: Fast Fourier Transform)

- Tính trực tiếp DFT cần N^2 phép nhân số phức và N(N-1) phép cộng số phức
- Thuật giải FFT: phân tích DFT của dãy N số lần lượt thành DFT của các dãy nhỏ hơn
- Điều kiện áp dụng thuật giải: $N = 2^m$.
- Số lượng phép toán giảm xuống còn $N\log_2 N$

4.4. Các hàm cửa sổ



- Lấy ra đoạn tín hiệu có độ dài N để phân tích
- Tương đương nhân tín hiệu với hàm w(n)

w(n) = 1 trong đoạn tín hiệu được lấy
w(n) = 0 trong đoạn tín hiệu không được lấy

$$x'(n) = x(n).w(n)$$

- Mặc nhiên đã dùng cửa sổ chữ nhật !

4.4. Các hàm cửa sổ

$$X'(f) = X(f)*W(f)$$

- Tín hiệu được phân tích có độ dài hữu hạn đã gây ra $X'(f) \neq X(f) \Rightarrow$ có sai số khi tính biến đổi Fourier

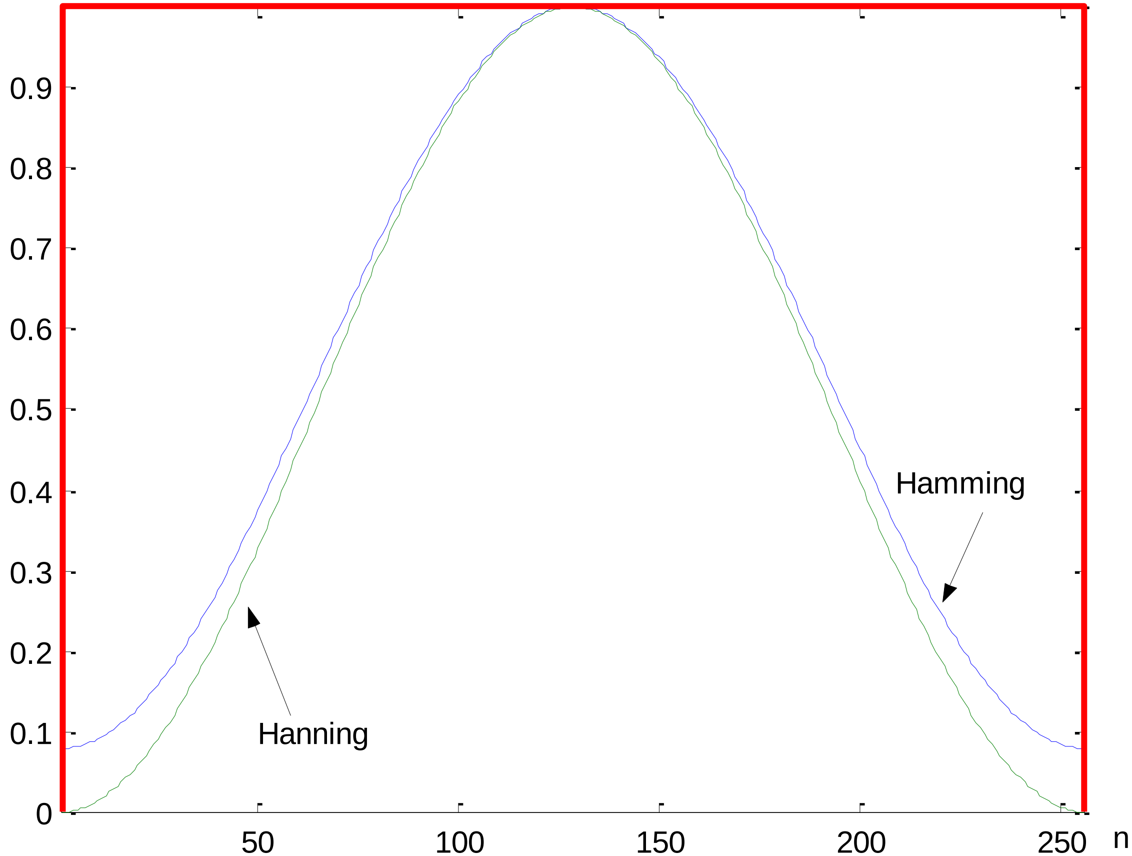
- Để giảm sai số có thể tăng N

- Phương pháp hay dùng là chọn W(f) hay chọn w(n)

- Cửa sổ chữ nhật gây sai số lớn nên thường dùng các cửa sổ khác như Hamming, Hanning, Kaiser, Blackman...

4.4. Các hàm cửa sổ

- Hàm cửa sổ Hamming, Hanning:



N=256

1. Giả thiết tín hiệu x(n) là tổng của 2 tín hiệu $x_1(n)$ và $x_2(n)$. $x_1(n)$ là tín hiệu cosin có tần số góc là 0,1rad/s, $x_2(n)$ cũng là tín hiệu cosin có tần số góc là 0,4rad/s. Người ta dùng bộ lọc thông cao FIR có độ dài đáp ứng xung bằng 3 với giả thiết h(0) = h(2) = α và h(1) = β để triệt tiêu tín hiệu $x_1(n)$ và cho qua hoàn toàn tín hiệu $x_2(n)$. Hãy xác định các hệ số α, β và vẽ sơ đồ khối thực hiện bộ lọc FIR này.

2. Hàm truyền đạt của hệ TTBB nhân quả có dạng như sau:

$$H(z) = \frac{az - 1}{z - a}$$

với a là số thực.

a. Xác định giá trị của a sao cho H(z) ứng với một hệ ổn định

b. Lấy 1 giá trị đặc biệt của a trong số các giá trị này, biểu diễn các điểm cực, điểm không và miền hội tụ.

c. Đánh giá |H(f)|

Bài tập lớn (1/2)

1. Bộ lọc số FIR có PT-SP

$$y(n)=x(n) + 2x(n-1)-3x(n-3)+5x(n-4)$$

Hãy lập trình bằng Pascal để xác định đáp ứng xung của bộ lọc này.

-Khởi tạo tín hiệu trễ = 0 (xnt1, xnt2, xnt3, xnt4)
-Gán xn = 1 (xung đơn vị)
BĐ vòng lặp:
- Tính tín hiệu ra yn (=hn) theo PT-SP
- Trễ tín hiệu vào xn:

```
xnt4 := xnt3;
xnt3 := xnt2;
xnt2 := xnt1;
xnt1 := xn;
```

(sau bước lặp đầu tiên phải gán xn := 0)
KT vòng lặp

Bài tập lớn (2/2)

2. Bộ lọc số IIR có các hệ số như sau:

a0	1.0000	b0	0.0252
a1	-9.7023	b1	-0.0615
a2	8.8979	b2	0.0684
a3	-12.7653	b3	-0.0800
a4	13.1148	b4	0.0976
a5	-4.0608	b5	-0.0800
a6	5.1226	b6	0.0684
a7	-1.7620	b7	-0.0615
a8	0.3314	b8	0.0252

Hãy lập trình bằng Pascal để xác định 100 mẫu đầu tiên của đáp ứng xung của bộ lọc này.

- Cho tín hiệu vào = xung đơn vị, tính tín hiệu ra theo PT-SP

BEGIN

- Khởi tạo các tín hiệu trễ = 0 (xnt1,…,xnt8,ynt1,…,ynt8)
- Gán xung đơn vị xn = 1

BĐ vòng lặp

- Tinh wn theo công thức (1)

$$w(n) = \sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k) \qquad (1)$$

- Tính y[n] theo công thức (2)

$$y(n) = w(n) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k) \qquad (2)$$

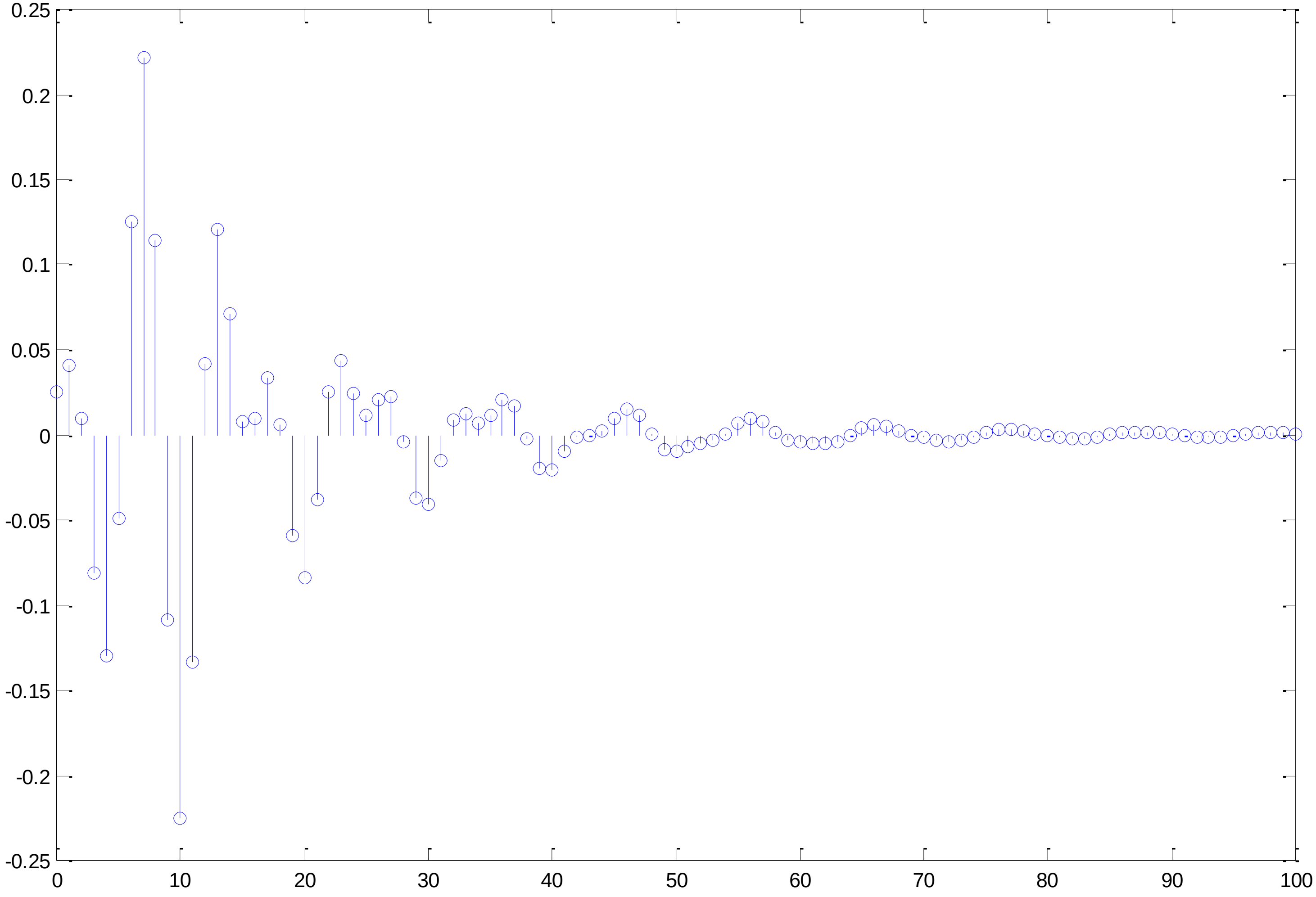
- Trễ tín hiệu xn và yn

(* Sau bước lặp đầu tiên phải gán xn = 0)

KT vòng lặp

END

Kết quả có dạng



BÀI TẬP

1) Hệ TT-BB có tín hiệu vào $x(n) = u(n) - u(n-2)$, $h(n) = u(n) - u(n-2)$. Hãy xác định và vẽ tín hiệu ra $y(n)$.

2) Cho hệ TT-BB có quan hệ vào ra:

$$y(n) = x(n) + 3x(n-1) - 2x(n-3) + 5x(n-4)$$

a) Xác định đáp ứng xung của hệ

b) Hệ có ổn định không ? Tại sao ?

c) Vẽ sơ đồ khối thực hiện hệ.

3) Cho hệ TT-BB có PT-SP:

$$y(n) = x(n) - x(n-1) - 0{,}5\, y(n-1)$$

a) Xác định hàm truyền đạt

b) Vẽ điểm cực điểm không của hệ, xét tính ổn định và nhân quả

c) Xác định đáp ứng xung để hệ nhân quả.