

## بخش متنی

#نکات

لطفا در پاسخ‌دهی به سوالات تنها به دانش خود بسنده کنید.

لطفا در مدیریت وقت خود دقت کنید.

لطفا در سوالات نیازمند توضیح از توضیحات اضافه بپرهیزید و در عین حال در توضیحات خود به تمام جوانب راه حلتان بپردازید.

در سوال اول نیاز به توضیح نیست پس لطفا راه حل خود را کامل بنویسید و خلاصه نویسی بیش از حد نکنید.

دقت کنید سوال دوم سوالی هست که شما قرار است به صورت کدی در کوئرا پیاده‌سازی و بارگذاری کنید به همین خاطر در صورت پیاده‌سازی درست و کسب نمره‌ی کوئرا، نیاز به توضیحات متنی زیادی نیست و هدف بیشتر توضیح کلیات و پیچیدگی زمانی برنامه‌ی شماست.

سوال سوم کوئیز هم در قالب یک مساله است، در این سوال انتظار شبه کد و توضیح مختصر و یا در صورت نوشتن شبه کد، توضیح کافی از روند حل مساله از شما می‌رود

دقت کنید در این کوئیز اگر قصد استفاده از الگوریتمی ( مثلا bfs ) که از مباحث مستقیم این کوئیز هست را دارید باید پیاده‌سازی این الگوریتم را در شبه کدتان بیاورید و یا توضیح نحوه‌ی عملکرد این الگوریتم را در توضیحاتتان پوشش دهید.

دقت کنید شما حق استفاده‌ی مستقیم و بدون توضیح از داده‌ساختارهای مورد نیازتان را دارید و نیاز به توضیح یا پیاده‌سازی عملکرد این موارد ( مثلا queue , stack, heap , ... ) نیست

پس از اتمام مهلت کوئیز زمانی در حدود ۱۰ دقیقه برای ضبط و ارسال صدا از توضیحاتتان برای سوالات دوم و سوم فرصت جدا منظور می‌گردد. لطفا حتما تلاش کنید مدت پیام صوتیتان حداکثر ۳ دقیقه باشد.

ارسال پیام صوتیتان روی تلگرام به alishahamatnia@ خواهد بود به همین جهت حتما از اتصال مناسب به تلگرام اطمینان حاصل کنید.

در مورد ارسال پیام صوتی حتما دقت کنید که اولاً ابتدای پیام نام و شماره‌ی دانشجویی خود را ذکر کنید و دوماً حتماً و حتماً پس از ارسال پیام صوتی در پیامی جداگانه پیام صوتی خودتون رو ریپلای کنید و اسم، شماره‌ی دانشجویی و هشتگ #algo\_00\_quiz\_voice را قرار دهید.

تمامی پیام‌های صوتی از طریق همین هشتگ در یک کانال با عضویت استاد و گروه حل تمرین جمع‌آوری و در فرایند تصحیح استفاده می‌شود.

هرگونه اشکال و موارد احتمالی در مدت کوئیز تنها و تنها از طریق گروه تلگرامی درس باید مطرح شود.

اگر مورد فوری و شخصی‌ای پیش آمد که در گروه مطرح کردنش ممکن نبود، لطفاً پس از ارسال پیام شخصی، در گروه بفرمایید که پیامتان چک شود.

برای راحتی فرایند آپلود و پرهیز از پراکندگی، کل کوئیز روی بستر کوئرا خواهد بود. برای سوالات متنی امکان ارسال یک فایل pdf و سوال عملی هم روندی مشابه تمرینات فراهم خواهد بود.

لطفاً در نام و همچنین محتوای فایل pdf پاسخ‌هاتون حتماً نام و شماره‌ی دانشجوییتان را قید کنید.

## سوالات

سوال اول

به انتخاب یکی از رابطه‌های بازگشتی زیر را حل کنید

رابطه‌ی اول

رابطه‌ی دوم

سوال دوم

در ابتدا  $n$  عدد روی تخته است. در هر مرحله دو عدد کوچک تر مانند  $u, v$  (انتخاب  $u$  و  $v$  به دلخواه) پاک شده و به جایشان عدد جدیدی با مقدار  $u + (2 \times v)$  نوشته می‌شود. امی‌خواهی با تکرار این عمل به جایی برسیم که کوچک‌ترین عدد روی تخته بزرگ‌تر یا مساوی  $K$  باشد. بگویید پس از چند مرحله به این‌جا می‌رسیم یا اعلام کنید این کار غیرممکن است.

سوال سوم

روش بهینه‌ای با شبه کد و توضیح کلیات و یا توضیح دقیق برای شمردن تعداد مؤلفه‌های هم‌بندی یک گراف ناهم‌بند و تعداد رأس‌های هر مولفه ارائه کنید و مرتبه‌ی زمانی آن را شرح دهید.

## بخش کدی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در ابتدا  $n$  عدد روی تخته است. در هر مرحله دو عدد کوچک تر مانند  $u, v$  (انتخاب  $u$  و  $v$  به دلخواه) پاک شده و به جایشان عدد جدیدی با مقدار  $u + (2 \times v)$  نوشته می‌شود. امی‌خواهی با تکرار این عمل به جایی برسیم که کوچک‌ترین عدد روی تخته بزرگ‌تر یا مساوی  $K$  باشد. بگویید پس از چند مرحله به این‌جا می‌رسیم یا اعلام کنید این کار غیرممکن است.

## ورودی

اولین خط ورودی دارای دو عدد طبیعی  $n$  و  $k$  است که با فاصله از یکدیگر جدا شده اند. در خط بعدی  $n$  عدد با فاصله از هم آمده اند که بیانگر آرایه  $A$  هستند و عدد  $A_i$  بیانگر عدد  $i$  ام است.

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$1 \leq k \leq 10^{18}$$

## خروجی

در خروجی یک عدد چاپ کنید که حداقل تعداد ترکیب هایی است که باید انجام دهیم تا به خواسته‌ی سوال برسیم و اگر هدف غیر قابل دسترس است  $-1$  را چاپ کنید.

## مثال

### ورودی نمونه ۱

6 7

1 2 3 9 10 12

خروجی نمونه ۱

2

$$1 + 2 \times 2 = 5 \quad list = [3, 5, 9, 10, 12]$$

$$3 + 2 \times 5 = 13 \quad list = [9, 10, 12, 13] \quad min_{list} = 9 \geq k$$

ورودی نمونه ۲

4 30

1 2 4 3

خروجی نمونه ۲

-1

$$1 + 2 \times 2 = 5 \quad list = [3, 4, 5]$$

$$3 + 2 \times 4 = 11 \quad list = [5, 11]$$

$$5 + 2 \times 11 = 27 \quad list = [27]$$

فقط یک عدد مانده که آن کمتر از مقدار خواسته شده  $k$  می باشد. پس  $-1$  برگردانده می شود.