

اول بازگشتی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

برنامه‌ای بنویسید که به صورت بازگشتی اول بودن یا نبودن یک عدد را مشخص کند.
راهنمایی: تابع بازگشتی می‌تواند بیش از یک پارامتر داشته باشد.

ورودی

در یک خط عدد طبیعی n نوشته می‌شود.

$$1 \leq n \leq 200$$

خروجی

در صورتی که عدد ورودی اول بود عبارت Yes و در غیر این صورت عبارت No را در خروجی استاندارد چاپ کنید.

توجه: در صورتی که تمام تست‌های سوال قبول شوند از آن نمره دریافت می‌کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

21

خروجی نمونه ۱

No

ورودی نمونه ۲

11

خروجی نمونه ۲

Yes

ب.م.م

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

برنامه‌ای بنویسید که با گرفتن دو عدد، بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها را به صورت بازگشتی محاسبه کند.

راهنمایی: از محاسبه‌ی تفاضل دو عدد استفاده کنید.

ورودی

در یک خط دو عدد طبیعی a و b نوشته می‌شوند.

$$1 \leq a, b \leq 100000$$

خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد ب.م.م دو عدد ورودی را محاسبه کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

35 56

خروجی نمونه ۱

7

ورودی نمونه ۲

68710 3281

خروجی نمونه ۲

1

باقی مانده‌ی هوشمندانه

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

برنامه‌ای بنویسید که با دریافت اعداد صحیح b ، n و m به صورت بازگشتی حاصل باقی مانده‌ی تقسیم b^n بر m را محاسبه کند.

راهنمایی: در مثال‌ها متوجه می‌شوید محاسبه‌ی توان به صورت مستقیم باعث وقوع Integer Overflow می‌شود. بنابراین باید از هم‌نهشتی استفاده کرد.

ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، به ترتیب اعداد b ، n و m نوشته می‌شوند.

$$1 \leq m \leq 100000$$

$$0 \leq b, n \leq 100000$$

خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، حاصل عبارت $b^n \bmod m$ را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

93 14 32

خروجی نمونه ۱

25

ورودی نمونه ۲

743 776 30

خروجی نمونه ۲

1

برای فهم بهتر، این مثال ساده را در نظر بگیرید:

ورودی نمونه ۳

3 4 6

خروجی نمونه ۳

3

دنباله‌ی ۴ توان!

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

دنباله‌ی زیر را در نظر بگیرید:

0, 1, 4, 5, 16, 17, 20, 21, 64, 65, 68, 69, 80, 81, 84, 85...

برنامه‌ای بنویسید که با دریافت n ، جمله‌ی اول این دنباله را محاسبه کند.
 راهنمایی: سعی کنید یک رابطه‌ی بازگشتی برای دنباله پیدا کرده و به سادگی آن را به یک تابع بازگشتی تبدیل کنید که جمله‌ی n ام دنباله را برمی‌گرداند.

ورودی

در یک خط، عدد n نوشته می‌شود.

$$1 \leq n \leq 50$$

خروجی

جملات اول تا n ام دنباله را در یک خط با فاصله جدا کرده و در خروجی استاندارد چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

3

خروجی نمونه ۱

0 1 4

ورودی نمونه ۲

5

خروجی نمونه ۲

0 1 4 5 16

هانونی خاص

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

همانند مسئله‌ی هانونی معمولی سه میله‌ی A، B و C و تعدادی دیسک را در اختیار داریم. می‌خواهیم تعدادی دیسک را با همان شرایط به میله‌ی C منتقل کنیم با این تفاوت که دیسک‌های با شماره‌ی فرد روی میله‌ی A و دیسک‌های با شماره‌ی زوج روی میله‌ی B هستند. به عنوان مثال برای چهار دیسک، دیسک‌های شماره‌ی ۱ و ۳ روی میله A و دیسک‌های شماره‌ی ۲ و ۴ روی میله B قرار دارند. با گرفتن تعداد دیسک‌ها، حداقل حرکت‌های لازم را برای انتقال دیسک‌ها به میله‌ی C به دست آورید.

به نکات زیر توجه کنید:

- تعداد دیسک‌ها زوج است.
- برای حل این سوال باید به مسئله‌ی هانونی معمولی تسلط داشته باشید یا شاید از آن استفاده کنید.

ورودی

در یک خط، عدد زوج n نوشته می‌شود.

$$2 \leq n \leq 20$$

خروجی

حداقل حرکت‌های لازم را برای انتقال دیسک‌ها، مطابق مثال‌ها در خروجی استاندارد چاپ کنید.

توجه: این سوال از tester استفاده می‌کند و ممکن است بررسی صحت کد شما از حالت معمول بیش‌تر طول بکشد.

مثال

ورودی نمونه ۱

2

خروجی نمونه ۱

 $A \rightarrow C$ $B \rightarrow C$

ورودی نمونه ۲

4

خروجی نمونه ۲

 $A \rightarrow C$ $B \rightarrow C$ $C \rightarrow A$ $C \rightarrow B$ $A \rightarrow B$ $A \rightarrow C$ $B \rightarrow C$ $B \rightarrow A$ $C \rightarrow A$ $B \rightarrow C$ $A \rightarrow B$ $A \rightarrow C$ $B \rightarrow C$

مسیریابی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

جدولی $m * n$ را در نظر بگیرید. هدف یافتن تعداد مسیرهایی است که می‌توان از خانه‌ی بالا سمت چپ به خانه‌ی پایین سمت راست رفت به شرطی که تنها حرکت رو به پایین و رو به راست مجاز باشد. برنامه‌ای بنویسید که به صورت بازگشتی تعداد حالت‌ها را پیدا کند.

برای مثال در جدول $2 * 2$ در شکل زیر، ۶ راه وجود دارد.



راهنمایی: باید هر دو حالت جابه‌جایی را در نظر گرفت. لازم نیست تابع بازگشتی فقط یک بار خودش را فراخوانی کند.

پنجاه نمره از این سوال امتیازی می‌باشد.

ورودی

در یک خط، اعداد n و m نوشته می‌شوند که به ترتیب تعداد سطرها و تعداد ستون‌های جدول را نشان می‌دهند.

$$1 \leq n, m \leq 15$$

برای قسمت امتیازی، ورودی تا ۲۵ است.

خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، تعداد مسیرهای ممکن برای جابه‌جایی مورد نظر را چاپ کنید.

ورودی نمونه ۱

2 2

خروجی نمونه ۱

6

ورودی نمونه ۲

4 5

خروجی نمونه ۲

126

بلوک (امتیازی)

- محدودیت زمان: ۲ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

می‌خواهیم m بلوک را با دو رنگ قرمز و خاکستری به شرطی رنگ‌آمیزی کنیم که کم‌ترین تعداد بلوک‌های قرمز کنار هم، n باشد و هر مجموعه بلوک قرمز با یک یا بیش‌تر بلوک خاکستری جدا شود.

شکل زیر حالت‌های ممکن برای مثال را نشان می‌دهد:



ورودی

در یک خط، اعداد m ، n نوشته می‌شوند که به ترتیب تعداد کل بلوک‌ها و حداقل تعداد بلوک قرمز کنار هم را نشان می‌دهند.

$$1 \leq m \leq 50$$

$$0 \leq n \leq 50$$

خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، تعداد حالات ممکن را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

خروجی نمونه ۱

17