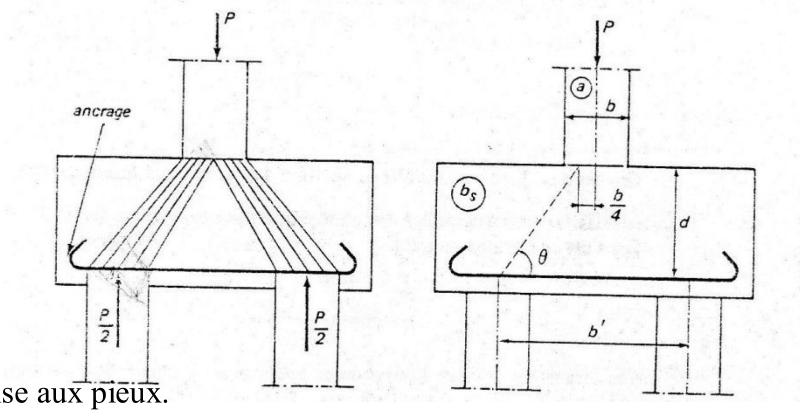
Semelle sur pieux sous un effort normal :

Semelle reposant sur deux pieux :

On considère que les charges sont transmises aux pieux par l'intermédiaire des bielles de béton.



P : charge transmise aux pieux.
a et b les dimensions du poteau (a<b) .
b' : entre axe des pieux.
bs : largeur de la semelle.
d : hauteur utile de la semelle.

Où : $tg\theta = \dfrac{d}{\dfrac{b'}{2} - \dfrac{b}{4}} = \dfrac{2d}{b' - \dfrac{b}{2}}$ pour que le fonctionnement de la bielle soit correct on doit avoir :

$$45° \le \theta \le 55° \quad \Leftrightarrow \quad tg45° = 1 \le tg\theta \le tg55° = 1.4 \Rightarrow 0.5(b' - \frac{b}{2}) \le d \le 0.7(b' - \frac{b}{2})$$

L'effort P/2 dans un pieu se décompose en :
Fc : force de compression Fc dans la bielle du béton.
F : force de traction dans les armatures.

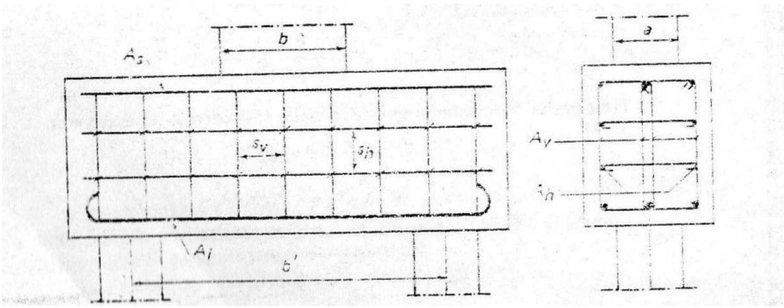
P/2=Fc.sinθ soit : Fc=P/2sinθ et P/2= F.tgθ soit : F= $\dfrac{P(b' - \frac{b}{2})}{4d}$

Donc, la section des armatures inférieures Ai=F/σ_s ; mais les essais ont montré qu'il y avait lieu de majorer ce résultat de 10% $\Rightarrow$ Ai= $\dfrac{1.1P(b' - \frac{b}{2})}{4d\sigma_s}$

En dehors des armatures précédentes il est nécessaire de prévoir pour équilibrer des efforts de torsion éventuels :

- des armatures supérieures As telles que : As $\approx$ Ai/10
- des cadres verticaux et des cadres horizontaux de faibles diamètres et espacés de 15 à 20cm.

  pour les H.A. $\dfrac{A_v}{b_s s_v} = \dfrac{A_h}{b_s s_h} \ge \dfrac{2}{1000}$
- des épingles reliant les armatures des deux faces :



Pour vérifier la compression des bielles à l'E.LU. :
A la partie supérieure :

$$\sigma_b^s = \frac{P_u}{a.b.\sin^2\theta} \leq 0.9 f_{c28}$$

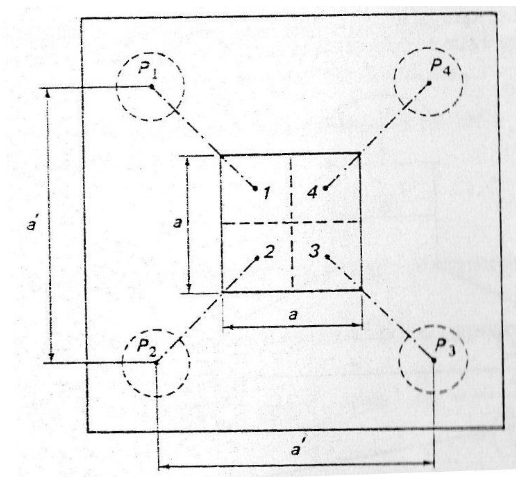
A la partie inférieure :

$$\sigma_b^i = \frac{P_u}{2S_0\sin^2\theta} \leq 0.9 f_{c28}$$

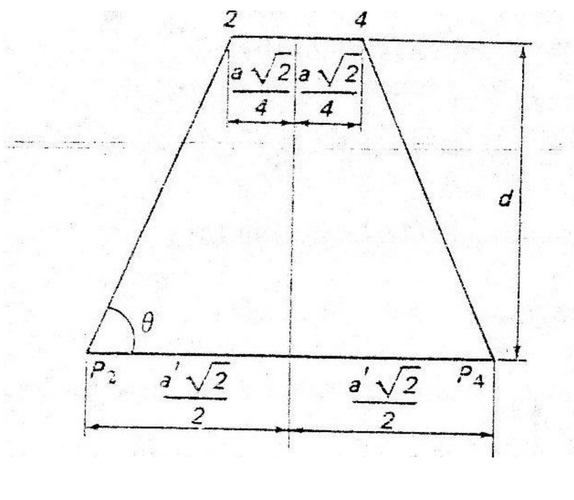
S_0 : section d'un pieu.
La contrainte de cisaillement :

$$\tau = \frac{V_u}{b_s d} = \frac{P_u}{2b_s d} \leq 0.1 f_{c28} \quad \text{soit} \quad P_u \leq 0.2 b_s d.f_{c28}$$

Semelle reposant sur 4 pieux :
Supposons que la semelle et les poteaux ont une forme carrée :



Coupe A-A



P_2P_4=b' $\sqrt{2}$ et 2-4=diagonale du carrée/2=$\frac{b\sqrt{2}}{2}$

L'inclinaison de l'axe des bielles a pour valeur : $tg\theta = \frac{d}{\frac{b'\sqrt{2}}{2}-\frac{b\sqrt{2}}{4}} = \frac{d\sqrt{2}}{b'-\frac{b}{2}}$

$$45° \le \theta \le 55° \quad \Leftrightarrow \quad tg45° = 1 \le tg\theta \le tg55° = 1.4 \Rightarrow 0.7(b'-\frac{b}{2}) \le d \le (b'-\frac{b}{2})$$

Chaque pieu reçoit un effort égal à : P/4 ; cet effort peut être décomposé en :

- Fc : force de compression dans la bielle du béton.
- F : force de traction dirigée suivant la diagonale (P_2P_4)

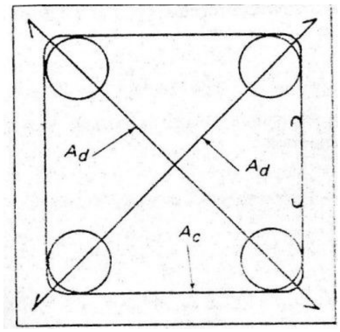
P/4=Fc.sinθ soit : Fc=$\frac{P}{4.\sin\theta}$

P/4=F.tgθ soit : F=$\frac{P}{4.tg\theta} = \frac{P(b'-\frac{b}{2})}{4d\sqrt{2}} = \frac{P(b'-\frac{b}{2})\sqrt{2}}{8d}$

La force F peut à son tour être décomposée suivant les cotés P_2P_1 et P_2P_3

F1=F2=$\frac{P}{8.d}(b'-\frac{b}{2})\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P}{8.d}(b'-\frac{b}{2})$

Parmi les solutions possibles pour le ferraillage on peut envisager le schéma suivant :
Qui consiste à équilibrer une partie α de l'effort par des cerces Ac et l'autre partie par des aciers disposés suivant les diagonales Ad.



$$A_c = \frac{\alpha.P}{8.d\sigma_s}\left(b'-\frac{b}{2}\right) \; ; \; A_d = (1-\alpha)\frac{.P}{8.d\sigma_s}\left(b'-\frac{b}{2}\right)\sqrt{2} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\sqrt{2}.A_c$$

Vérification de contrainte de compression dans les bielles de béton :

- A la partie supérieure, la section droite de la bielle : $S_s = \frac{b^2}{4}\sin\theta$

$$\sigma_b^s = \frac{F_c}{S_s} = \frac{P}{b^2\sin^2\theta}$$

- A la partie inférieure d'une bielle S_0 est la section d'un pieu : S_i=S_0.sinθ

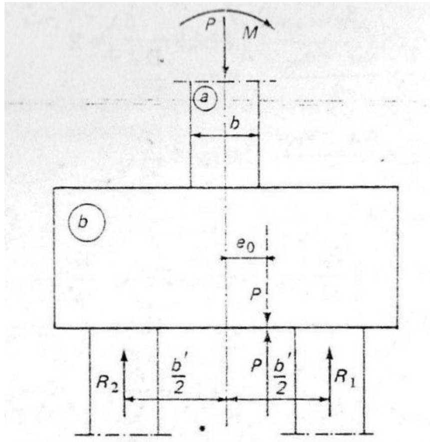
$$\sigma_b^i = \frac{F_c}{S_i} = \frac{P}{4S_0\sin^2\theta}$$

Avec : tgθ=$\frac{d\sqrt{2}}{b'-\frac{b}{2}}$

On doit vérifier : σ_b^s et $\sigma_b^i \le 1.5 f_{c28}$

Semelle sur pieux sous un effort normal et un moment fléchissant :

Semelle reposant sur deux pieux :



L'équilibre de la construction nous donne : R1+R2=P

$\sum M/o = 0$

$R_2(\frac{b'}{2}+e_o) - R_1(\frac{b'}{2}-e_o) = 0$

Mais : $M=P.e_o$

$\Rightarrow R_1=\frac{P}{2}+\frac{M}{b'}$; $R_2=\frac{P}{2}-\frac{M}{b'}$

La hauteur utile de la semelle **d** est donnée par : $0.5(b'-\frac{b}{2}) \leq d \leq 0.7(b'-\frac{b}{2})$

- Si la base du poteau est entièrement comprimée c.à.d : $e_o \leq \frac{b}{6}$, les armatures inférieures seront déterminées par la méthode des bielles :

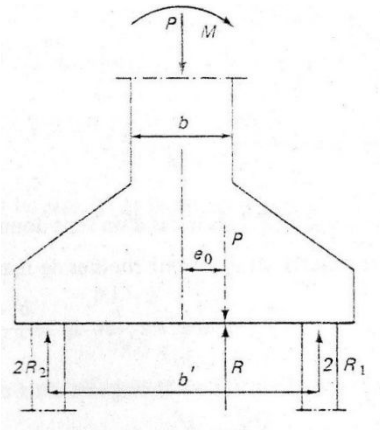
$$A_i = \frac{1.1 R_1 (b'-\frac{b}{2})}{2d\sigma_s}$$

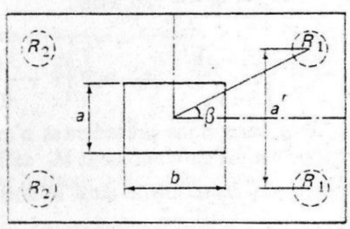
- Si : $e_o > \frac{b}{6}$, les armatures Ai seront déterminées pour équilibrer le moment M1 existant dans la section (S1), située à 0.35b de l'axe du poteau.

$$M_1 = R_1(\frac{b'}{2} - 0.35b)$$

Le ferraillage de la semelle sera complété par des armatures As et des cadres verticaux et horizontaux.

Semelle reposant sur 4 pieux :





Inclinaison des bielles : $tg\theta = \dfrac{2d}{\sqrt{a'^2+b'^2}-\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}}$; On doit avoir : $1 \leq tg\theta \leq 1.4$

L'équilibre de la construction nous donne : $2R_1+2R_2=P$

$2R_2(\frac{b'}{2}+e_o)-2R_1(\frac{b'}{2}-e_o)=0$; Comme : $M=P.e_o \Rightarrow R_1=\frac{P}{4}+\frac{M}{2b'}$; $R_2=\frac{P}{4}-\frac{M}{2b'}$

On peut, pour simplifier le problème et par mesure de sécurité, considérer que toutes les réactions sont égales à R1. R1 peut être décomposé en :

- Une force de compression Fc dans la bielle du béton.
- Une force de traction F dirigée suivant la diagonale (R_1R_2)

$Fc=\frac{R_1}{\sin\theta}$; $F=\frac{R_1}{tg\theta}$

F peut à son tour être décomposée suivant les cotés du rectangle $R_1R_2R_3R_4$

$$F_{a'}=\frac{F.a'}{\sqrt{a'^2+b'^2}} \;;\; F_{b'}=\frac{F.b'}{\sqrt{a'^2+b'^2}}=\frac{R_1b'}{tg\theta\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

Comme : b'> a' ; Fb'> Fa'.

- Si $e_o \leq \frac{b}{6}$; on peut parmi d'autres solutions possibles pour le ferraillage, retenir la suivante qui consiste à équilibrer une partie α des efforts à l'aide des cerces de section totale Ac, l'autre partie, soit ($1-\alpha$) étant équilibrée par des barres de section Ad disposées suivant chaque diagonale et convenablement ancrées à leur extrémités, généralement : $0.4 \leq \alpha \leq 0.6$

On a : $A_c=\dfrac{\alpha.R_1b'}{\sigma_s tg\theta\sqrt{a'^2+b'^2}}$; $A_d=\dfrac{(1-\alpha).R_1}{\sigma_s tg\theta}$

- Si $e_o > \frac{b}{6}$, on calculera A section d'armatures nécessaire pour équilibrer le moment $M1=2.R_1(\frac{b'}{2}-0.35b)$.

La section pourra être décomposée en :

- Des cerces de section $Ac=\frac{\alpha.A}{2}$
- Des armatures de section Ad placées suivant les diagonales et telles que : $Ad=\frac{(1-\alpha)A}{2\cos\beta}$