Fondations superficielles :

I/ Introduction : Une fondation est destinée à transmettre au sol, dans les conditions les plus favorables, les charges provenant de la superstructure. Lorsque le terrain résistant se trouve à une faible profondeur et qu'il est facilement accessible (nappe phréatique absente ou rabattue à l'intérieur d'un batardeau par exemple), on établit la fondation directement sur le sol à proximité de la surface.
On remarquera que le type de fondation est déterminé par son allure générale et ses proportions :

Pour **D** : l'encastrement de la fondation dans le sol ; **B** : largeur ou le plus petit coté de la fondation.

D/B < 4 ou 5 Fondations superficielles (semelles filantes ou isolées, radiers) ;

4 ou 5 ≤ D/B < 10 Fondations semi- profondes (puits) ;

D/B ≥ 10 Fondations profondes (pieux).

II/ Semelles supportant un effort normal sans moment de flexion :
II-1/ Semelles continue sous mur :
Semelle soumise à une charge centrée répartie le long de l'axe de la semelle.
Est une semelle constituée par des empattements destinés à répartir sur le sol de fondation la charge transmise par le mur.
Pour que les contraintes soient uniformément réparties sur le sol et pour que les efforts dans les bielles de béton, que nous serons amenés à considérer, soient convenablement transmis aux armatures, les dimensions de la semelle doivent satisfaire aux conditions suivantes :

- pour la hauteur utile à l'aplomb du mur : $d \geq (B - b)/4$
- pour la hauteur e au bord libre : $e \geq 6\phi + 6$ [cm]

ϕ : Diamètre des armatures.
Si P : la charge à transmettre au sol par mètre linéaire dans le sens longitudinale du mur.
Nous devons avoir, en exprimant B en millimètres, σ_{sol} en MPa et P en newtons :
$\sigma_{sol} \geq P / (1000.B)$

Méthode de calcul :
Les semelles sont des pièces dont la hauteur est grande par rapport à la longueur, elles ne satisfont donc pas aux hypothèses de la RDM. Pour le calcul des armatures, on utilise la méthode des bielles, mise au point à la suite d'essais et qui consiste à admettre que les efforts provenant du mur sont transmis au sol par des bielles de béton obliques et équilibrées par es armatures.

Prenons le sens de la petite dimension perpendiculaire au mur, on considère que les bielles ont leur origine au point A, intersection de la droite CB' avec l'axe du mur.

Sur un élément de la semelle de largeur *dx* et de longueur unité, dont le centre de gravité *O* est situé à la distance *x* de l'axe du mur, le sol exerce une réaction élémentaire dR :
$dR = \sigma_{sol}.1000.dx$ et comme : $\sigma_{sol} = P / (1000.B)$ $\Rightarrow dR = P.dx/B$
dR peut être décomposée en une force de compression dF_c dirigée suivant l'axe *OA* de la biellette et une force de traction *dF* dirigée suivant les armatures.
D'après les triangles semblables : $dF/dR = x/h_o \Rightarrow dF = dR.x/h_o = P.x.dx/(B.h_o)$
D'où, l'effort de traction maximal par unité de longueur de semelle sera :

$$F = \frac{P}{B.h_o}\int_o^{B/2} x.dx = \frac{P.B}{8.h_o}$$

Les triangles ADC et B'EC étant semblables nous avons :

$$\frac{DC}{AD} = \frac{EC}{B'E} \Leftrightarrow \frac{\frac{B}{2}}{h_o} = \frac{\frac{B-b}{2}}{d} \Leftrightarrow \frac{B}{h_o} = \frac{B-b}{d}$$

Donc : $F = \frac{P(B-b)}{8d}$ d'où : $A_s = \frac{P(B-b)}{8d\sigma_s}$

On compare la longueur de scellement $\boldsymbol{l_s = \frac{\emptyset.f_e}{4\tau_s}}$ à B on aura :

Si :

- *ls* > B/4 : toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle et comporter des ancrages courbes.
- B/8 < *ls* ≤ B/4 : toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle mais peuvent ne pas comporter de crochets.
- *ls* ≤ B/8 : on n'utilise pas de crochets et on peut arrêter une barre sur deux à la longueur *0,71B* ou alterner des barres de longueur *0,86B*.

les armatures principales (As), seront complétées par des armatures de répartition, parallèles à l'axe longitudinal du mur et dont la section totale pour la largeur B est : $A_l = A_s.B/4$ (B : en mètres)

II-2/ Semelles rectangulaires sous poteaux rectangulaires :

Si *P* est la charge à transmettre au sol, a et b sont les dimensions du poteau, et (A, B) sont celles de la semelle. La condition de stabilité s'écrit donc :
$\sigma_{sol} \geq P / A*B$
Et nous prenons A/B =a/b de manière que la semelle et le poteau aient des sections homothétique.
$A - a \geq d_a$ et $d_b \geq (B - b)/4$
$e \geq 6\phi + 6$ [cm]

Pour le calcul de la semelle on utilise la méthode des bielles, et comme dans le cas de semelle continue on obtient :

$B/h_b = (B - b)/d_b$ et $A/h_a=(A-a)/d_a$

Comme $d_a \approx d_b$, et que A=k.a, B=k.b puisque les sections A*B et a*b sont homothétiques, il en résulte que ha=hb et par conséquent on peut admettre que les bielles ont même origine A au lieu de A1 et A2.

Définissons un système de trois axes dont l'origine **o** est le centre de la semelle, et tels que oz soit porté par l'axe du poteau, ox // A, oy // B et $A \in$ oz, le plan oxy étant confondu avec le plan moyen des armatures.

Considérant un élément de semelle de dimension dx et dy et de centre c, dR est la résultante des réactions exercées par le sol sur cet élément : $dR= \sigma_{sol}\, dx.dy$ mais $\sigma_{sol} =P/A.B$

$\Rightarrow dR= P.dx.dy/A.B$

Décomposons dR en deux forces :- une force de compression dFc portée par Ac (axe de la biellette).

- une force de traction dF portée par oc.

En utilisant les triangles semblables :

$dF/dR=oc/oA \Rightarrow dF=P.\, oc\, .dx.dy/(A.B.oA)$

Décomposons dF en deux forces : dF_A//ox et dF_B // oy

$dF_A=dF.\cos\theta=dF.x/oc=P.x.dx.dy/(A.B.oA) \Rightarrow F_A = \dfrac{P}{A.B.oA}\int_{-B/2}^{B/2} dy \int_0^{A/2} x.dx = \dfrac{P.B.A^2}{A.B.oA.8} = \dfrac{P.A}{8.oA}$

Mais : $A/oA=(A-a)/d_a \Rightarrow F_A = \dfrac{P(A-a)}{8.d_a}$ et la section d'armature : $A_a = \dfrac{P(A-a)}{8.d_a\sigma_s}$, de même pour les armatures // au coté B : $A_b = \dfrac{P(B-b)}{8.d_b\sigma_s}$

II/ Semelles supportant un effort normal et un moment de flexion :
1/ Etude du diagramme des contraintes pour les semelles reposant sur le sol :

Cas d'une semelle rectangulaire :

- Si : $e_o \leq B/6 \Rightarrow$ le diagramme des contraintes sera trapézoïdal.

$$\sigma_M = \frac{P}{A.B}\left(1+\frac{6.e_o}{B}\right)$$

$$\sigma_m = \frac{P}{A.B}\left(1-\frac{6.e_o}{B}\right)$$

$$\sigma = \frac{3.\sigma_M + \sigma_m}{4} = \frac{P}{A.B}\left(1+\frac{3.e_o}{B}\right)$$

On admet que l'on doit avoir :

$$\sigma \leq \sigma_{sol} \Leftrightarrow \frac{P}{A.B}\left(1+\frac{3.e_o}{B}\right) \leq \sigma_{sol}$$

- Si $e_o > B/6$ le diagramme des contraintes sera triangulaire.

$R=\sigma_M.A.x/2$ (résultante des contraintes du sol)

$x/3= (B/2) - e_o$

$$R = \sigma_M \frac{3}{2}\left(\frac{B}{2}-e_o\right)A$$

On doit avoir :

$\sigma_M \leq 1{,}33.\sigma_{sol}$ dans le cas général

$\sigma_M \leq \sigma_{sol}$ si le moment est dû au vent dominant.

Calcul des armatures pour les semelles reposant sur le sol :

- : $e_o \leq b/6$ (c.à.d : le pilier est entièrement comprimé à sa base) et : $e_o \leq B/24$ **(**ou B/18 ; c.à.d : la semelle est E.C. et $\sigma_M - \sigma_m \leq \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_M + \sigma_m}{2}\right)$ **),** on peut utiliser la méthode des bielles en remplaçant la charge réelle P par la charge fictive :$P' = P\left(1+\frac{3.e_o}{B}\right)$
- Si l'une des deux conditions précédentes n'est pas remplie, les As // au coté B sont déterminées pour équilibrer le moment M1 agissant dans la section S1 située à la distance 0,35b de l'axe du poteau. Les armatures ainsi déterminées sont uniformément réparties. Les As // au coté A, sens suivant lequel il est supposé qu'il n'existe pas de moment, sont calculées par la méthode des bielles en considérant une charge : $P' = P\left(1+\frac{3.e_o}{B}\right)$

$$R=\left(\frac{B}{2}-0{,}35.b\right)\left(\frac{\sigma_M+\sigma_1}{2}\right).A$$

$$Sg=\frac{\frac{B}{2}-0{,}35.b}{3}\left(\frac{\sigma_1+2.\sigma_M}{\sigma_1+\sigma_M}\right)$$

$$M1=R.Sg= A.\left(\frac{B}{2}-0{,}35.b\right)^2\left(\frac{\sigma_1+2.\sigma_M}{6}\right)$$

Valeur de σ_1 :

- Diagramme trapézoïdal : $\sigma_1 = \sigma_m + \left(\dfrac{\dfrac{B}{2}+0{,}35.b}{B}\right)(\sigma_M - \sigma_m) = \dfrac{P}{A.B}\left(1+\dfrac{4{,}2e_o.b}{B^2}\right)$
- Diagramme triangulaire : $\sigma_M = \dfrac{2.P}{3.\left(\dfrac{B}{2}-e_o\right).A}$; $\sigma_1 = \dfrac{B+0{,}35.b-3e_o}{3\left(\dfrac{B}{2}-e_o\right)}.\sigma_M$

Semelle continue sous mur : de préférence : $b \geq 6.e_o$
On se fixera B de la semelle :

- Si : $e_o \leq B/6$ on a : $B \geq \dfrac{P\left(1+\dfrac{3e_o}{B}\right)}{\sigma_{sol}.1000}$
- Si : $e_o > B/6$ on a : $\dfrac{2.P}{3\left(\dfrac{B}{2}-e_o\right).1000} \leq 1{,}33.\sigma_{sol}$ ou (σ_{sol} : dans le cas d'un vent dominant)

  comme hauteur utile on prend : $d \geq \dfrac{B-b}{4}$ pour le calcul des armatures on distingue deux cas :
- Si : $e_o \leq b/6$ et $e_o \leq B/24$

✓ Armatures ⊥ au mur par unité de longueur : $A_s = \dfrac{P\left(1+\dfrac{3e_o}{B}\right).(B-b)}{8.d.\sigma_s}$

✓ Armatures // au mur : $A_r = \dfrac{A_s.B}{4}$ (section totale à répartir sur B)

- Si l'une des deux conditions précédentes n'est pas remplie, on calculera les armatures ⊥ au mur pour équilibrer le moment M1 défini précédemment, on prendra A=1m.

Semelle rectangulaire sous pilier rectangulaire :
On se fixera (A*B), que l'on rectifiera par la suite s'il y a lieu.
On choisi A et B de manière que : A/B = a/b (homothétique)

- Si : $e_o \leq B/6$ on a : $A.B.\sigma_{sol} \geq P.\left(1+\dfrac{3.e_o}{B}\right)$
- Si : $e_o > B/6$ on a : $2.A\left(\dfrac{B}{2}-e_o\right)\sigma_{sol} \geq P$ (ou : $1{,}5.A\left(\dfrac{B}{2}-e_o\right)\sigma_{sol} \geq P$ dans le cas d'un vent dominant)

  $A - a \geq d_a$ et $d_b \geq (B-b)/4$

Pour le calcul des armatures, on distinguera deux cas :

- si : $e_o \leq b/6$ et $e_o \leq B/24$ on aura : $A_A = \dfrac{P\left(1+\dfrac{3e_o}{B}\right).(A-a)}{8.d_a.\sigma_s}$; $A_B = \dfrac{P\left(1+\dfrac{3e_o}{B}\right).(B-b)}{8.d_b.\sigma_s}$
- Si l'une des deux conditions précédentes n'est pas remplie, les armatures A_B seront calculées pour équilibrer le moment M1. et comme il n'existe pas de moment dans le sens A $\Rightarrow$ $A_A = \dfrac{P\left(1+\dfrac{3e_o}{B}\right).(A-a)}{8.d.\sigma_s}$