B/ POUTRELLES ET POUTRES

Nous distinguerons les planchers à charges d'exploitation modérée et les planchers à charges d'exploitation élevée.

Les méthodes qui seront exposées ci-après sont applicables aux ELU et aux ELS.

1. Planchers à charge d'exploitation modérée. Méthode forfaitaire.

Lorsqu'un plancher est à charge d'exploitation modérée et en plus les conditions suivantes sont remplies :

- Les moments d'inertie sont les mêmes dans les différentes travées ;
- Les portées successives des travées sont dans un rapport compris entre (**0.8 et 1.25**) ;
- La fissuration est considérée comme non préjudiciable.

On peut, pour les dalles calculées dans un seul sens, les poutrelles et les poutres, évaluer les valeurs maximales des moments en travée et sur appuis à des fractions fixées forfaitairement de la valeur maximale du moment fléchissant M_o dans la travée indépendante de même portée que la travée considérée et soumise aux mêmes charges.

M_t : Moment maximal en travée étudiée.

M_w : La valeur absolue du moment sur appui de gauche.

M_e : La valeur absolue du moment sur appui de droite.

α : Le rapport des charges d'exploitation Q_B à la somme des charges permanentes G et Q_B :

$$\alpha = \frac{Q_B}{G+Q_B}$$

Les valeurs prisent pour M_t, M_w et M_e doivent vérifier les conditions suivantes :

$$\boldsymbol{M_t + \frac{M_w+M_e}{2} \geq (1+0.3\alpha)M_o}$$

$$\boldsymbol{M_t + \frac{M_w+M_e}{2} \geq 1.05M_o}$$

Le moment maximal en travée (M_t) ne doit pas être inférieur à :

$\left(\frac{1.2+0.3\alpha}{2}\right)\boldsymbol{M_o}$ Pour la travée de rive.

$\left(\frac{1+0.3\alpha}{2}\right)\boldsymbol{M_o}$ Pour la travée intermédiaire.

La valeur absolue de chaque moment sur appui intermédiaire ne doit pas être inférieure à :

$\boldsymbol{0.6M_o}$ Dans le cas d'une poutre à deux travées.

$\boldsymbol{0.5M_o}$ Pour les appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de deux travées.

$\boldsymbol{0.4M_o}$ Pour les autres appuis intermédiaires d'une poutre à plus de trois travées.

De part et d'autre de chaque appui on retient, pour la vérification des sections, la plus grande des valeurs absolues des moments évalués à gauche et à droite de l'appui considéré.

2. Planchers à charge d'exploitation relativement élevée. Méthode Caquot.

Lorsque les conditions de la méthode forfaitaire ne sont pas remplies et, en particulier, lorsque la charge d'exploitation est supérieure à $2.G$ ou 5000N/m^2, on utilise la méthode de Caquot. Cette méthode, établie initialement pour les poutres non solidaires des poteaux, a été étendue par la suite au calcul des poutres solidaires des poteaux. Elle est basée sur la théorie générale des poutres continues, mais avec une modification légère des coefficients numériques obtenus par la théorie pour mettre les résultats en accord avec l'expérience ; en outre la théorie générale est simplifiée en raison du fait que les charges éloignées d'une travée produisent sur celle-ci un effet négligeable.

a) *Poutres à moment d'inertie égaux dans les différentes travées et non solidaires des poteaux.*

- **Moments sur appuis :** pour calculer le moment sur un appui quelconque, on ne tient compte que des charges agissant sur les deux travées fictives encadrant cet appui. Ces deux travées fictives sont simplement appuyées à leur extrémité opposée à l'appui commun et leurs portées, l'_w pour la travée de gauche et l'_e pour la travée de droite, sont déterminées de la manière suivante, en appelant l la longueur de la travée :

$l'=l$ *pour une travée de rive avec un appui simple de rive.*

$l'=0.8\,l$ *pour une travée intermédiaire.*

Des charges uniformément réparties, p_w sur la travée de gauche et p_e sur la travée de droite, produisent sur l'appui un moment donné en valeur absolue par :

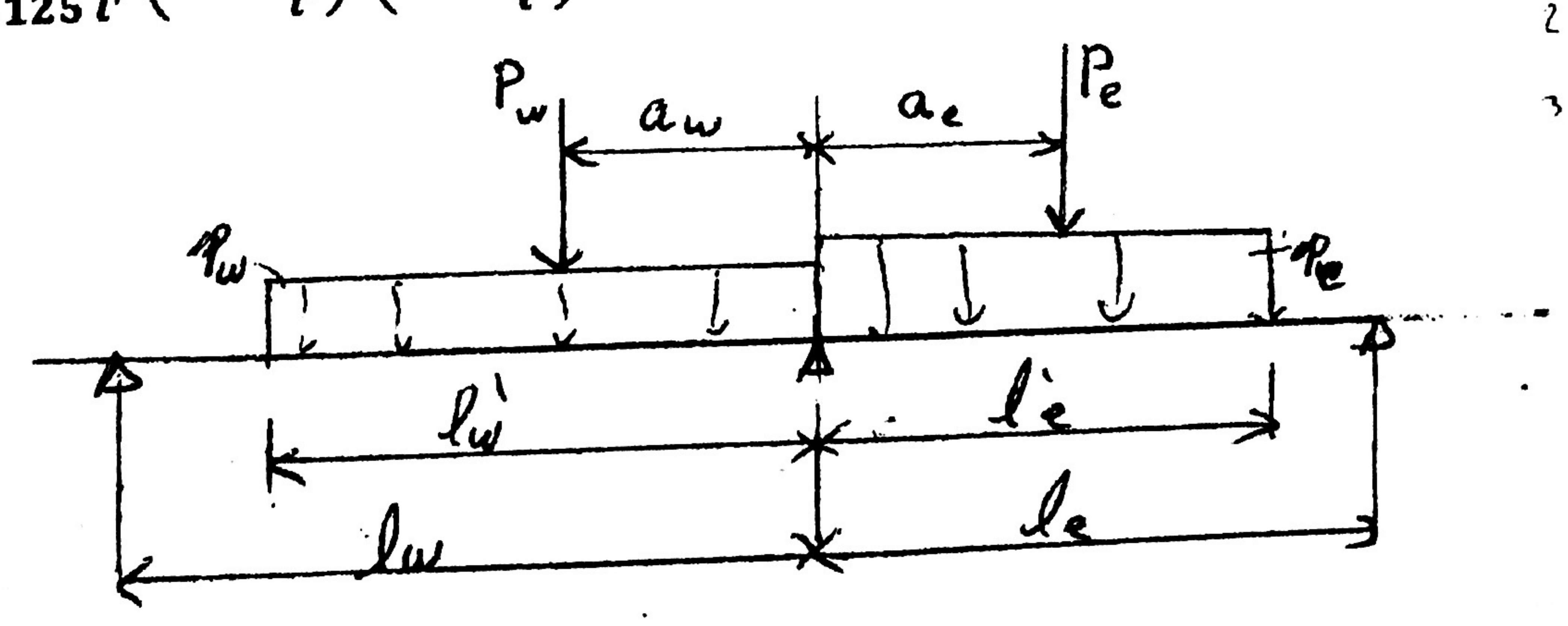
$$\frac{p_w l_w'^3 + p_e l_e'^3}{8.5(l'_w + l'_e)}$$

Une charge concentrée P_w sur la travée de gauche, située à la distance a_w de l'appui, et une charge concentrée P_e sur la travée de droite, située à la distance a_e de l'appui, produisent sur l'appui un moment donné en valeur absolue par :

$$\frac{k_w P_w l_w'^2 + k_e P_e l_e'^2}{l'_w + l'_e}$$

k_e et k_w étant des coefficients donnés pour chaque travée par :

$$k = \frac{a}{2.125\,l'}\left(1 - \frac{a}{l'}\right)\left(2 - \frac{a}{l'}\right)$$

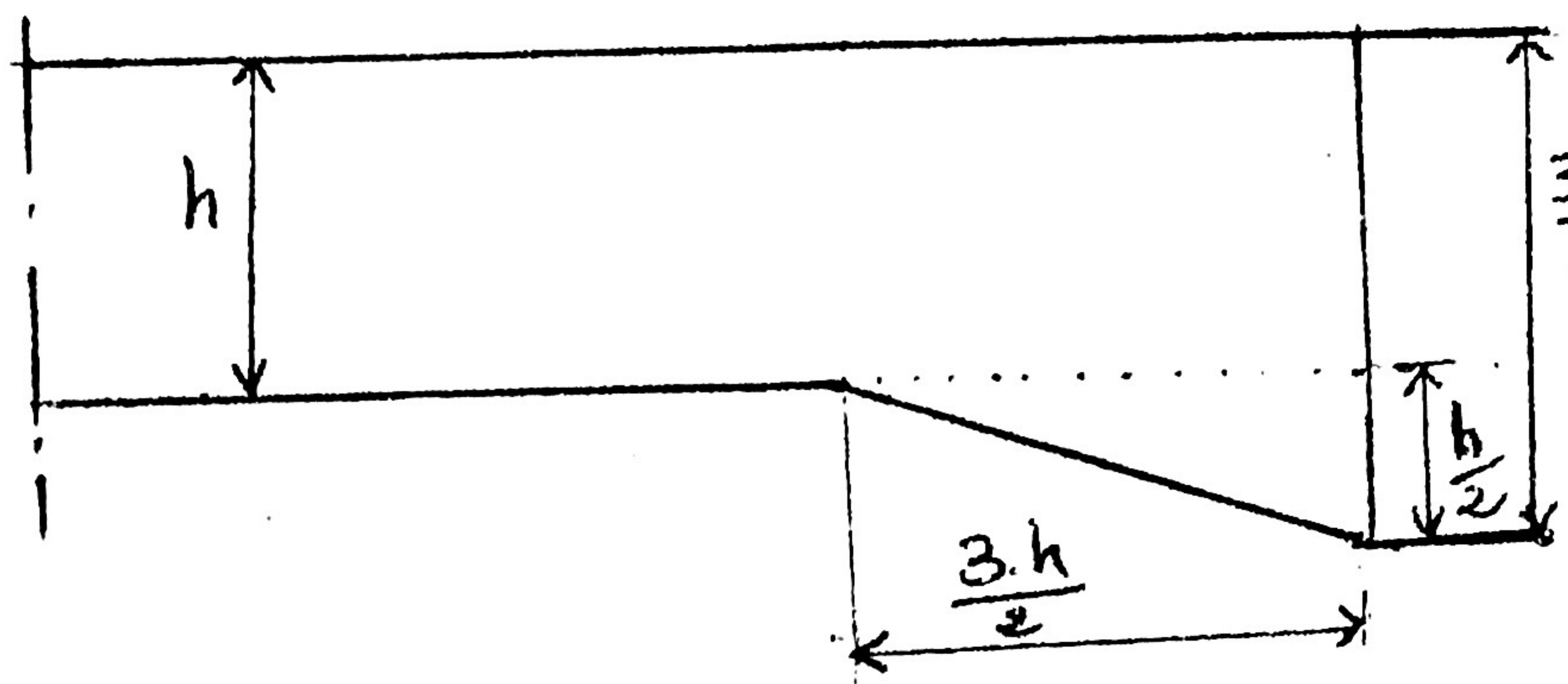


Si la poutre comporte des goussets normaux (voir la figure), les formules précédentes deviennent :

$$\frac{p_w l'^3_w + p_e l'^3_e}{7.7(l'_w + l'_e)}$$

$$\frac{k'_w P_w l'^2_w + k'_e P_e l'^2_e}{l'_w + l'_e}$$

$k' = \frac{a}{1.925\, l'}\left(1 - \frac{a}{l'}\right)\left(2 - \frac{a}{l'}\right)$; Les valeurs de k' sont données par un tableau.



- **Moments en travée :** pour déterminer les moments en travée on trace, pour chaque travée supposée indépendante et en considérant <u>*la portée réelle l*</u>, la courbe des moments relative à la charge permanente, puis la courbe des moments relative à la charge permanente et à la charge d'exploitation, chacune de ces charges étant affectée du coefficient de majoration correspondant à l'état limite considéré.

On prend comme lignes de fermeture :

- Pour les moments positifs, la droite qui joint les moments d'appui minimaux en valeur absolue ;
- Pour les moments négatifs, la droite qui joint les moments d'appui maximaux en valeur absolue ;

Ceci dans chaque cas de charge et compte tenu du fait que les charges d'exploitation peuvent être ou non appliquées dans les différentes travées.

Pour une travée *AB* d'une poutre continue pour laquelle la charge permanente, supposée uniformément répartie, règne sur toute la longueur de cette poutre, on obtiendra :

- Le moment maximal sur l'appui *A* en surchargeant la travée *AB* et celle qui la précède (*figure a*). On calculera, avec les formules indiquées ci avant, la valeur de M_A, d'où le point $\boldsymbol{a}$;

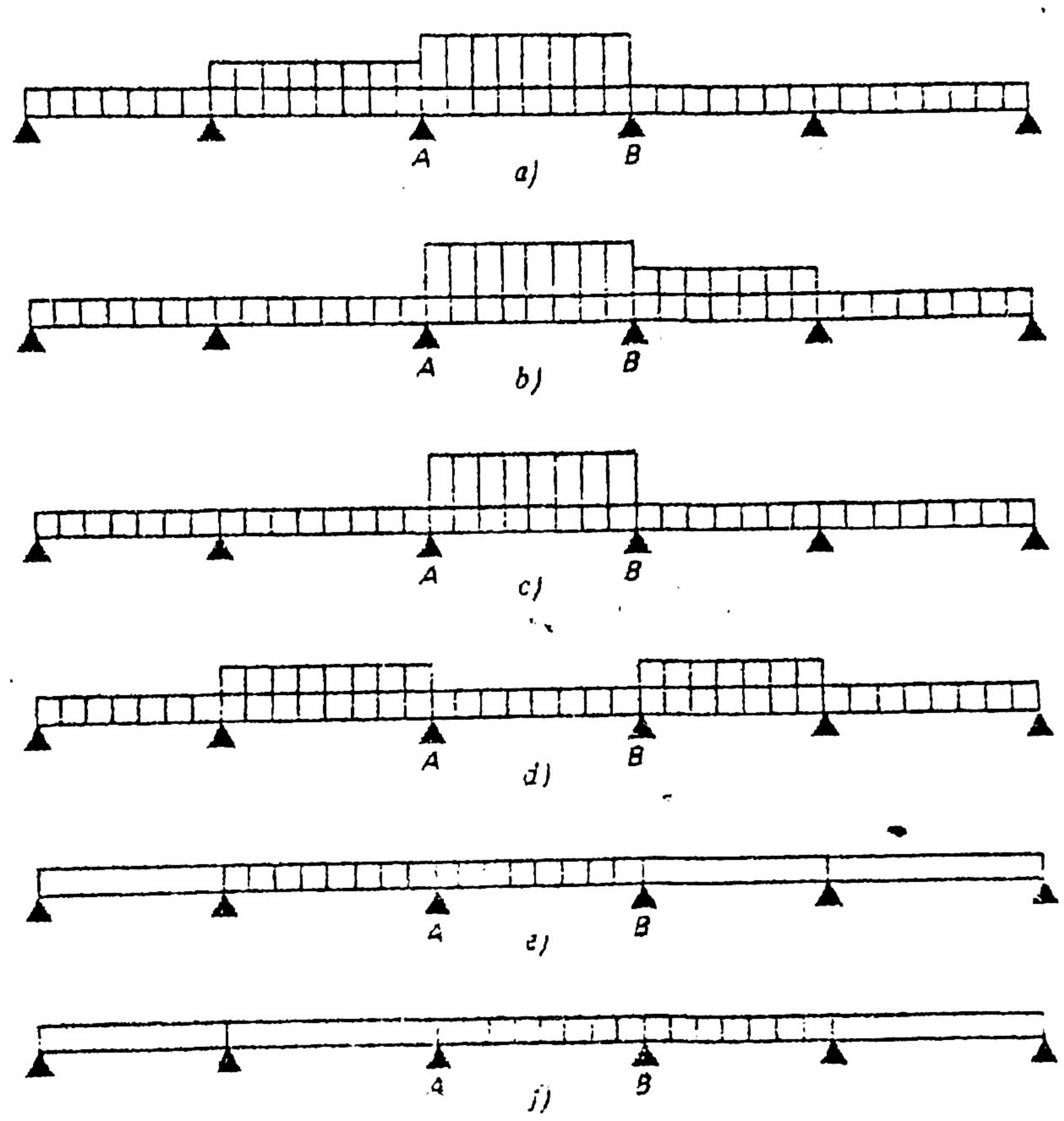
- Le moment maximal sur l'appui *B* en surchargeant la travée *AB* et celle qui la suit (*figure b*). d'où le moment M_B et le point $\boldsymbol{b}$;

- Le moment maximal dans la travée *AB* en surchargeant cette travée (*figure c*). On calculera, pour cette position des charges, les valeurs de M_{A1} et de M_{B1}, d'où la ligne de fermeture $\boldsymbol{a_1 b_1}$;

- Le moment minimal dans la travée *AB* en surchargeant les travées voisines de *AB* (*figure d*). On calculera, pour cette position des charges, les valeurs de M_{A2} et de M_{B2}, d'où la ligne de fermeture $\boldsymbol{a_2b_2}$;

- Le moment minimal sur l'appui *A* en ne considérant que la charge permanente sur les deux travées encadrant *A* (*figure e*). d'où le moment M_{A3}, et le point $\boldsymbol{a_3}$;

- Le moment minimal sur l'appui *B* en ne considérant que la charge permanente sur les deux travées encadrant *B* (*figure f*). d'où le moment M_{B3}, et le point $\boldsymbol{b_3}$;

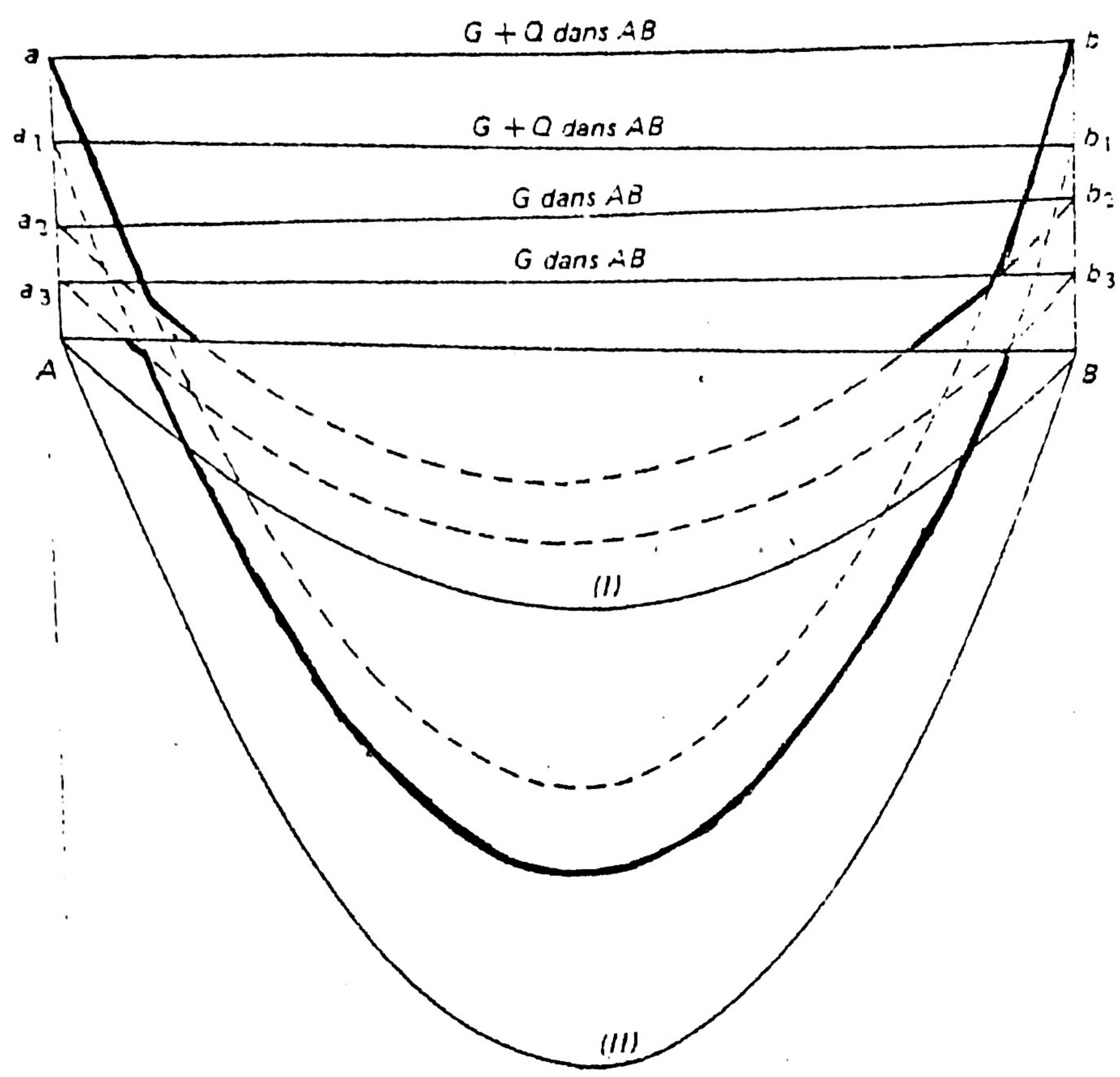


Traçons pour la travée *AB* supposée sur deux appuis libres et en considérant sa portée réelle *l*, le diagramme des moments relatif à la charge permanente, *courbe I*, et le diagramme des moments relatif à la charge permanente et à la charge d'exploitation, *courbe II*.

Portons, à la même échelle que pour les courbes *I* et *II*, $Aa=M_A$; $Bb=M_B$; $Aa_1=M_{A1}$; $Bb_1=M_{B1}$...
Nous pouvons alors tracer les lignes de fermeture *ab*, a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3.

Rapportons la *courbe II* à la ligne de fermeture *ab*, nous obtiendrons ainsi la courbe enveloppe des moments négatifs au voisinage des appuis. Rapportons également la *courbe II* à la ligne de fermeture a_1b_1, nous obtiendrons la courbe enveloppe des moments positifs dans la région centrale de la travée.

Rapportons de même la *courbe I* aux lignes de fermeture a_2b_2 et a_3b_3, nous obtenons finalement les courbes enveloppes des moments positifs et négatifs indiquées en trait fort sur la figure suivante :



b) Poutres à moments d'inertie variables d'une travée à l'autre et non solidaires des poteaux.

Appelons : I_w : moment d'inertie de la travée à gauche ;

I_e : moment d'inertie de la travée à droite ;

Et posons :

$$\beta = \frac{l'_e I_w}{l'_w I_e}$$

Les formules du paragraphe (*a*) deviennent alors :

$$\frac{p_w l'^2_w + \beta p_e l'^2_e}{8.5(1+\beta)}$$

$$\frac{k_w P_w l'_w + \beta k_e P_e l'_e}{1+\beta}$$

c) *Poutres solidaires des poteaux qui les supportent.*

Cette méthode ne s'applique que pour les charges verticales, les actions horizontales doivent être étudiées par d'autres méthodes.

Considérons la construction représentée par la figure suivante et un nœud de cette construction, par exemple le nœud 3. Appelons :

h_n : la hauteur du poteau situé au dessus du nœud ;
h_s : la hauteur du poteau situé au dessous du nœud ;
l_w : la portée de la travée située à gauche du nœud ;
l_e : la portée de la travée située à droite du nœud ;

Pour calculer les moments de continuité agissant dans les sections des nus d'un appui (M_w, M_n, M_e, M_s) on ne tient compte que des charges agissant sur les travées encadrant l'appui considéré (l_w et l_e) et la résistance offerte par ces travées et par les tronçons inférieur et supérieur des poteaux aboutissant au nœud (h_s et h_n).

On détache au dessus et au dessous des appuis, ainsi que de chaque côté, des tronçons fictifs dont les longueurs, désignées par h' et l', ont les valeurs suivantes :

$\boldsymbol{h'_n = 0.8h_n}$, sauf si le nœud considéré appartient à l'avant dernier plancher auquel cas on prend : $\boldsymbol{h'_n = 0.9h_n}$;

$\boldsymbol{h'_s = 0.8h_s}$, sauf si les poteaux sont articulés à leur base, auquel cas on prend : $\boldsymbol{h'_s = h_s}$.

Les valeurs de l' seront précisées ci après car elles sont différentes suivant qu'il s'agit de travées intermédiaires ou de travées de rive.

❖ ***Travées intermédiaires :***

Considérons une travée intermédiaire, telle que la travée 2-3. On prend pour le nœud 3 :

$$\boldsymbol{l'_w = 0.8l_w} \quad ; \quad \boldsymbol{l'_e = 0.8l_e}$$

Posons :

$$\mathbf{K_w} = \frac{\mathbf{I_w}}{l'_w} \quad ; \mathbf{K_e} = \frac{\mathbf{I_e}}{l'_e} \quad ; \quad \mathbf{K_s} = \frac{\mathbf{I_s}}{h'_s} \quad ; \mathbf{K_n} = \frac{\mathbf{I_n}}{h'_n}$$

$$\mathbf{D = K_w + K_e + K_s + K_n}$$

Calculons :

$$\mathbf{M'_w} = \frac{p_w l'^2_w}{8.5} + l'_w \sum k_w \mathbf{P_w} \quad ; \quad \mathbf{M'_e} = \frac{p_e l'^2_e}{8.5} + l'_e \sum k_e \mathbf{P_e}$$

Les moments M_w, M_e, M_s et M_n au nœud 3 sont alors donnés, en valeur absolue, par les formules suivantes :

$$\boxed{\begin{array}{ll} \mathbf{M_w = M'_e \frac{K_w}{D} + M'_w\left(1 - \frac{K_w}{D}\right)} \; ; & \mathbf{M_e = M'_e\left(1 - \frac{K_e}{D}\right) + M'_w \frac{K_e}{D}} \\ \mathbf{M_s = (M'_e - M'_w)\frac{K_s}{D}} \quad ; & \mathbf{M_n = (M'_e - M'_w)\frac{K_n}{D}} \end{array}}$$