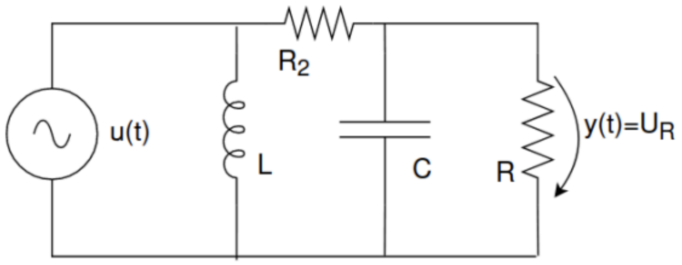
Projekt Metody Modelowania Matematycznego

Mikołaj Kuryło 193743 ACiR 2B
Piotr Kujawski 197665 ACiR 2B

Projekt 15. Dany jest układ RLC



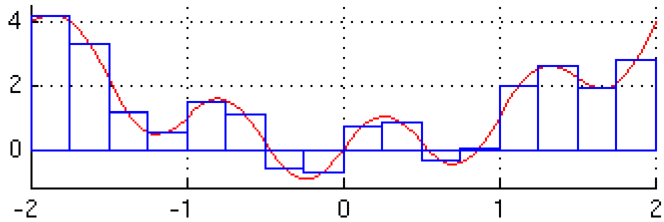
gdzie R, L, C to parametry modelu. Należy zaimplementować symulator tego układu umożliwiając uzyskanie odpowiedzi czasowych układu na pobudzenie przynajmniej trzema rodzajami synagłów wejściowych (prostokątny o skończonym czasie trwania, trójkątny, harmoniczny). Symulator powinien umożliwiać zmianę wszystkich parametrów modelu oraz sygnałów wejściowych. Należy wykreślić charakterystyki częstotliwościowe Bodego (amplitudową i fazową) oraz odpowiedź układu.

Algorytm numeryczny realizujący układ RLC

W celu zasymulowania zachowania układu RLC, opracowano algorytm numeryczny w języku MATLAB, który następnie w celu realizacja zadania przetłumaczono na język Python, oparty na metodzie prostokątów (wariant lewy). Parametry czasowe oraz elementy układu zostały przyjęte następująco:

```
T=0.001;
t_total = 15;
t = 0:T:t_total;
N = length(t);
signal_length = 8;

omega = 10;
A = 1;
R1 = 1;
R2 = 1;
L = 1;
C = 1;

U = A.* sin(omega.*t);
UR = zeros(1,N);
SUM = 0;

a = 1 / R2 / C;
b = (R1 + R2)/R1/R2/C;

for i=1:N
    E = U(i) - SUM * b;
    SUM = SUM + E * T;
    UR(i) = SUM * a;
end

figure(1)
hold on; grid on;
plot(t, U, 'r-');
plot(t, UR, 'b-');
```

Algorytm zrealizowany w języku MATLAB



Prostokąty przybliżają faktyczną całkę

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) \approx h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i + \alpha h), \quad h = \frac{x_n - x_0}{n},$$

w którym n jest liczbą podprzedziałów h

Graficzne przedstawienie metody kwadratów oraz jej wzór

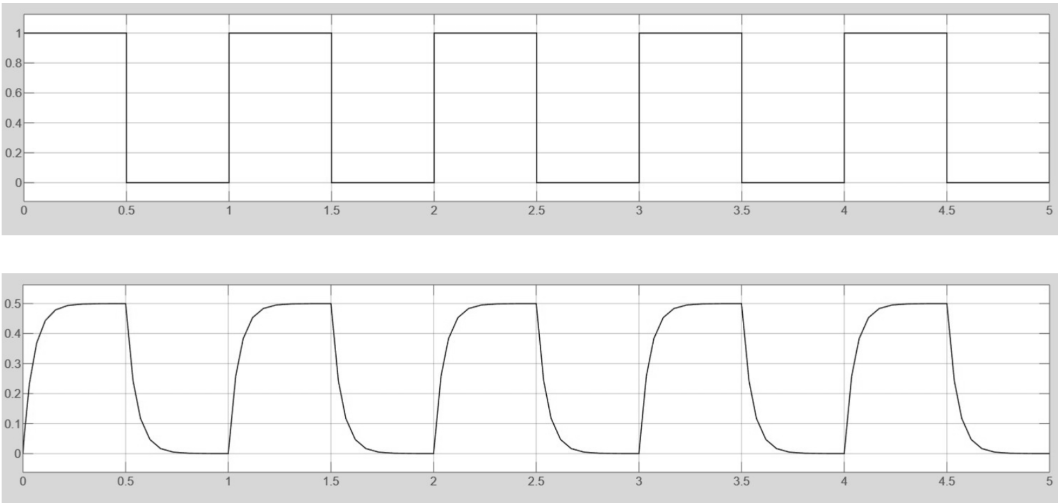
Zastosowana metoda polega na numerycznym całkowaniu sygnału wejściowego, gdzie każda próbka jest mnożona przez krok czasowy T. Ze względu na prostotę implementacji, wybrano wariant lewy metody prostokątów (α = 0). W dalszej części sprawozdania przedstawiono dowód skuteczności tej metody w kontekście symulacji układu RLC.

Wyniki i porównanie symulacji

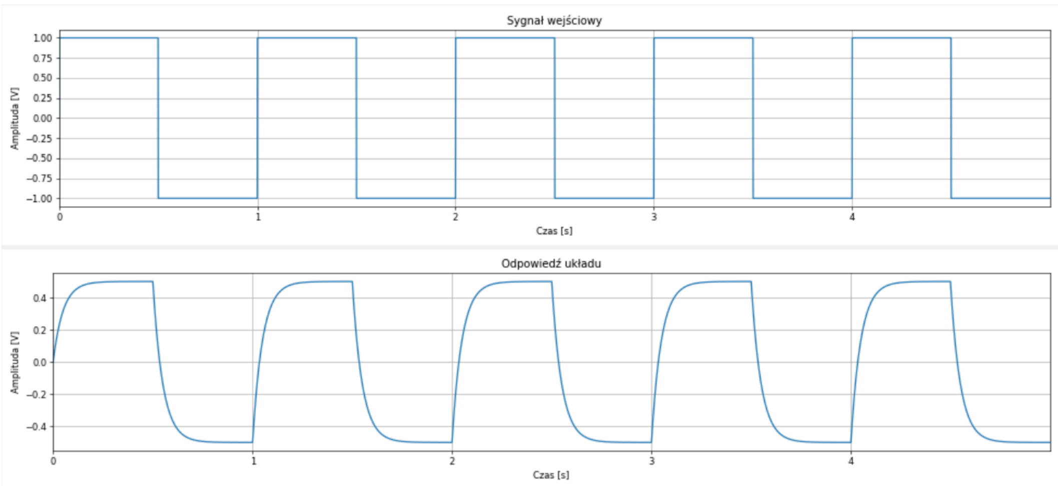
Symulacja w MATLAB Simulink:
Parametry układu:

- R = 10 kΩ, R_2 = 10 kΩ
- C = 10 μF, L = 10 mH
- Wymuszenie: sygnał prostokątny

Symulacja w autorskim programie:
Zastosowano te same parametry układu i rodzaj wymuszenia.



Wyniki symulacji fali prostokątnej i odpowiedzi układu w programie MATLAB Simulink



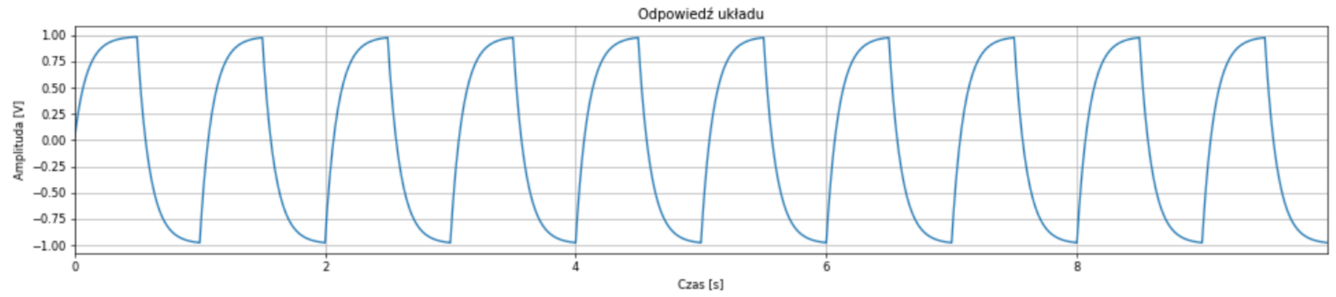
Wyniki symulacji fali prostokątnej i odpowiedzi układu w autorskim programie

Wnioski:
Pomimo różnic w amplitudzie, wynikających z różnych sposobów generowania sygnału prostokątnego przez MATLAB, odpowiedzi uzyskane w obu przypadkach są bardzo zbliżone. Zarówno dynamika reakcji układu, jak i charakterystyka czasowa zostały poprawnie odwzorowane.

Wydłużenie czasu symulacji nie powoduje istotnych odchyleń w wynikach, co świadczy o stabilności i niezawodności zastosowanej metody numerycznej. Należy jednak zaznaczyć, że czas wykonania algorytmu wzrasta liniowo wraz z długością trwania symulacji.

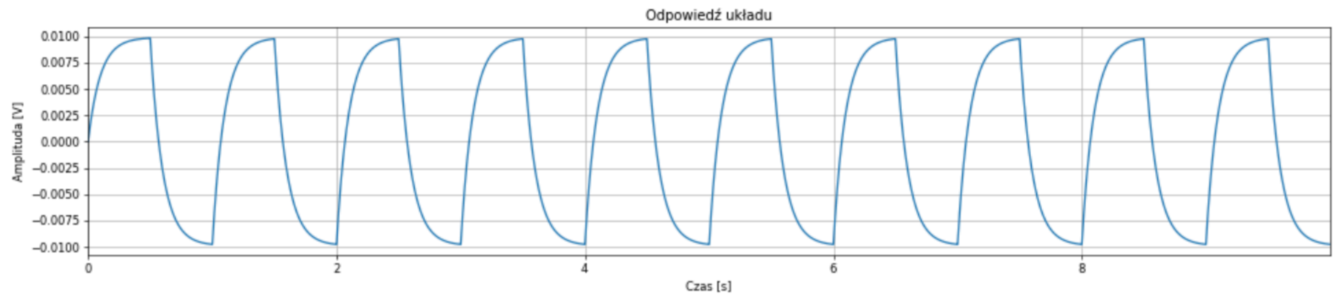
Wpływ parametrów na wyniki symulacji

W celu zbadania wpływu parametrów układu, przeprowadzono dodatkowe symulacje przy następujących konfiguracjach (przy częstotliwości sygnału 1 Hz i amplitudzie 1 V):



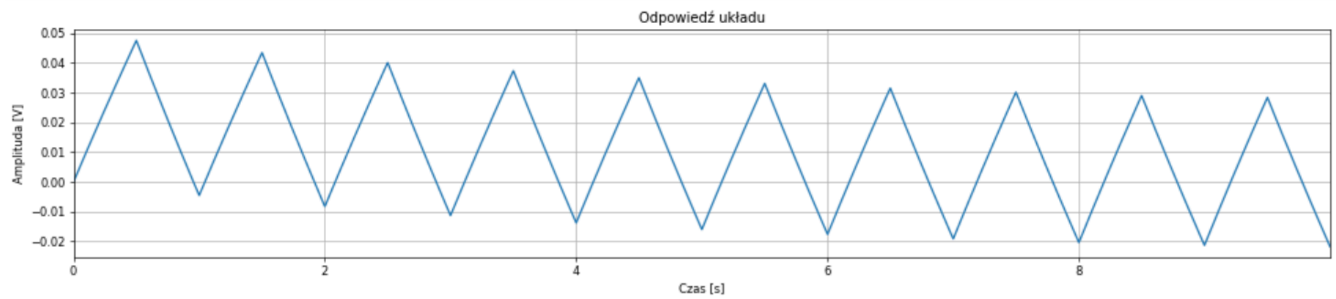
R = 1MΩ, R2 = 10kΩ, C = 10μF, L = 10mH

Nasycenie amplitudy sygnału ze względu na wysoką rezystancję R.



R = 10kΩ, R2 = 1MΩ, C = 10μF, L = 10mH

Silne tłumienie amplitudy sygnału, brak różnic w kształcie przebiegu względem poprzedniego.



R = 10kΩ, R2 = 10kΩ, C = 1mF, L = 10mH

Układ reaguje wolniej, pojawia się “opadanie” (stan przejściowy) sygnału wywołane wyregulowywaniem się ładunków w kondensatorze C. W czasie ustalonym sygnał osiąga stabilny poziom.

Wnioski końcowe

- Opracowany algorytm poprawnie odwzorowuje dynamikę układu RLC i może być wykorzystywany do symulacji i analizy takich obwodów.
- Metoda prostokątów zapewnia akceptowalną dokładność przy niewielkim koszcie obliczeniowym, szczególnie dla małych wartości kroku czasowego.
- Porównanie wyników z MATLAB Simulink potwierdza poprawność implementacji.
- Wpływ parametrów układu (R, L, C) na odpowiedź jest zgodny z teorią, co dodatkowo potwierdza skuteczność metody.
- Metoda ta nie jest idealna do układów o dużych zmianach dynamicznych – tam lepiej sprawdzą się metody wyższych rzędów.