

第三章 情報理論

- 1) 自己情報量・シャノンエントロピーの定義を確認する。
- 2) KLダイバージェンス・交差エントロピーの概要を知る。

自己情報量(選択情報量)

事象Eが起こる確率をP(E)とするとき、事象Eが起こったことを知らされたとき受け取る(選択)情報量I(E)を

$$I(E) = \log \frac{1}{P(E)} = -\log P(E)$$

と定義する。

起こりにくい事象(=生起確率が低い事象)の情報量ほど、値が大きい。

対数の底が2のとき、単位はビット(bit)

対数の底がネイピアのeのとき、単位は(nat) ≈naturalの略

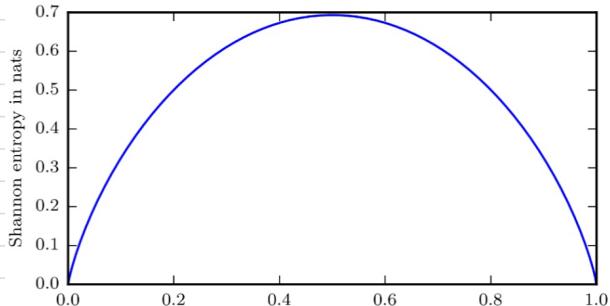
エントロピーの基本的性質 [編集]

1. 情報量は確率だけによって決まる。
2. 情報量は非負の値または無限大を取る。
3. nビットのビット列の空間(情報源)から(一様ランダムとは限らない方法で)ランダムにビット列を選んだときのエントロピーは、n以下になる。エントロピーがnになる必要十分条件は、ビット列が一様ランダムに選ばれることである。
4. 確率変数XとYが独立である必要十分条件は、 $H(X) + H(Y) = H(X, Y)$ が成立することである。

平均情報量(平均エントロピー/シャノンエントロピー/情報論のエントロピー):自己情報量の期待値。

※微分エントロピーともいうが、微分してゐるわけではない。

$$\begin{aligned} H(x) &= E(I(x)) \\ &= -E(\log(P(x))) \\ &= -\sum(P(x) \log(P(x))) \end{aligned}$$



用途: 例えば、「自己情報量の期待値が最大」となるようなxの値を求める。など。

カルバッック・ライブラーダイバージェンス(カルバッック・ライブラーディスタンス)

※厳密に数学的「距離」を満たしていないため、「ダイバージェンス」と呼ぶ

同じ事象・確率変数における異なる確率分布P,Qの違いを表す。

離散確率分布PのQに対するカルバッック・ライブラーフォード情報量は以下の式で定義される。連続確率分布では積分する。

Qの自己情報量からPの自己情報量を引いて平均を取ったもので、分布間の距離のように考えることができる。非負の値を取る。

交差エントロピー

- KLダイバージェンスの一部分を取り出したもの
- Qについての自己情報量をPの分布で平均している

$$H(P, Q) = H(P) + D_{\text{KL}}(P \| Q)$$

$$H(P, Q) = -\mathbb{E}_{x \sim P} \log Q(x)$$