



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN LUIS
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS JURÍDICAS Y SOCIALES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS (F.I.C.A.)
ÁREA DE MATEMÁTICA

UNIDAD 0

APUNTES DE TEORÍA Y GUÍA TRABAJO PRÁCTICOS

EQUIPO DE CATEDRA

Prof. Responsable Ing. JUAN ANTONIO RENAUDO

JTP LÉPORE ÁLVARO
JTP ESPINOSA ANALÍA
AUX.1º MARSÓ LEANDRO

Año 2018



UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN LUIS
FACULTAD DE Cs. ECONÓMICAS JURÍDICAS Y SOCIALES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS (F.I.C.A.)
ÁREA DE MATEMÁTICA

INGRESO 2018

MATEMÁTICA

DESTINADO A LAS CARRERAS DE:

CONTADOR PÚBLICO NACIONAL- LICENCIATURA EN ADMINISTRACIÓN

CONTENIDOS MÍNIMOS UNIDAD “0”

NUMEROS: Clasificación. Operaciones con números racionales. Operaciones con números reales: suma, diferencia, producto, cociente, potenciación, radicación. Ejercicios combinados. Logaritmos, propiedades y uso de la calculadora. Conjunto: operaciones. Par Ordenado. Producto cartesiano. Relaciones binarias.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS: Operaciones con expresiones algebraicas enteras. Polinomios. Operaciones con Polinomios. Factorización, distintos casos. Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias.

ECUACIONES: Ecuación de primer grado. Inecuaciones de primer grado. Sistemas de ecuaciones lineales, distintos métodos de solución, uso de la calculadora. Ecuación de segundo grado. Discriminante. Factorización del trinomio de segundo grado.

BIBLIOGRAFÍA

- Matemática I, II, y III. Polimodal. Editorial Santillana
- Matemáticas Bachillerato I, II, y III. Miguel de Guzmán.- Editorial Anaya.
- Matemática 1,2,3,4 y 5 Editorial AZ.
- Álgebra y Trigonometría. Stanley A. Smith- Randall I. Charles- John A. Dossey-Mervin L. Keedy- Marvin L. Bittinger. Ed. Addison Wesley Longman.

**FEBRERO – MARZO
2018
C.P.N. y Lic. en Administración**

MATEMÁTICA I - ANÁLISIS MATEMÁTICO I

| UNIDAD 0 | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| LUNES 16:00 a 19:00 | MARTES 9:00 a 12:00 | MIÉRCOLES 16:00 a 20:00 | JUEVES 15:00 a 17:00 |
| AULAS 5 – 11 - 16 | AULAS 5 – 11 - 16 | AULAS 5 – 11 - 16 | AULAS 5 – 11 - 16 |

CRONOGRAMA UNIDAD “0”

NUMEROS REALES: 14, 15, 19, 20 y 21 de Febrero.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS: 22, 26, 27 y 28 de Febrero. 1 y 5 Marzo.

ECUACIONES: 6, 7 y 8 de Marzo.

➤ **EVALUACIÓN UNIDAD “0”**

1º INSTANCIA

Sábado 10 de Marzo 09:00 hs. AULA N°16

1º RECUPERACIÓN

Miércoles 14 de Marzo 16:00 hs. AULA N°19

2º RECUPERACIÓN

Viernes 16 de Marzo 09:00 hs. AULA N°16

NÚMEROS REALES.

El objetivo en esta unidad es que conozcamos y manejemos con sencillez las operaciones entre números reales y sus propiedades.

Por ejemplo, si queremos medir el perímetro de un terreno para alambrar, o el gasto mensual en transporte, indicar la velocidad de nuestra conexión a Internet, necesitamos números.

Quizá haya sido esta, la necesidad de contar, la que haya desarrollado la primera matemática, la del hombre prehistórico, la de los egipcios (que conocían el concepto de fracción). Entonces podemos decir que la noción de números nació con el hombre. El hombre primitivo tenía la idea de número y a partir de allí, a lo largo de todo el tiempo, se ha llegado al desarrollo que actualmente posee el concepto de número.

❖ Números Naturales (N)

Los **Números Naturales** fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos de la naturaleza: 1, 2, 3, 4,...100,...n,...etc. Se denota con "**N**". Es posible representarlos en una recta, ya que poseen antecesor (excepto el 1) y sucesor. El número "cero" se puede incluir en este conjunto de números Naturales constituyendo así el conjunto de números naturales incluido el cero "**N₀**".

Con los cuales contamos, ordenamos y realizamos operaciones de suma y multiplicación, siendo el resultado de estas operaciones también un número natural, sin embargo no ocurre lo mismo con la resta y división.

Características de los números naturales:

- Es un conjunto infinito, totalmente ordenado por la relación \leq
- Tiene primer elemento, no tiene último elemento.
- Todo número natural tiene un sucesor, es decir, cada número natural, tiene un consecutivo.
- Todo número natural, salvo el uno, tiene antecesor.
- Entre dos números naturales consecutivos, no existe otro número natural, por eso se dice que el conjunto es discreto o bien entre dos naturales existe un número finito de números naturales.

Cuando decimos que los números naturales pueden sumarse y multiplicarse, y el resultado es nuevamente un número natural, es por que estas operaciones se basan en propiedades, como ser:

Donde a, b y c son números naturales.

Propiedades básicas.

| | | |
|------------------------|-----------------------------|---------------------|
| Conmutativas | $a + b = b + a$ | $a.b = b.a$ |
| Asociativas: | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(a.b).c = a.(b.c)$ |
| Distributividad | $(a + b).c = a.c + b.c$ | |

La relación de orden entre números naturales son:

Propiedades de orden.

- Dados $a \neq b$, es $a < b$ o $b < a$
- $a \leq a$
- Si $a \leq b$ y $b \leq a$ necesariamente $a = b$
- Si $a \leq b$ y $b \leq c$ entonces $a \leq c$

Y las propiedades de vínculo con las operaciones:

- Si $a \leq b$ entonces $a + c \leq b + c$
- Si $a \leq b$ entonces $a.c \leq b.c$

❖ Números Enteros (Z)

Necesidad de su creación.

Ya las antiguas civilizaciones hindú y árabe observaron que algunos problemas numéricos no tenían solución entre los números conocidos (naturales). Esto ocurría por ejemplo con las deudas monetarias a las cuales representaban con el signo (-) delante del número, por ejemplo -100, indicaba una deuda de 100 monedas.

Antes la necesidad de poder resolver situación problemáticas donde el minuendo es menor que el sustraendo, fue necesario ampliar el campo de los números naturales, creándose así los números negativos.

Por lo tanto, a medida que pasaba el tiempo, estos números continuaron apareciendo en innumerables situaciones dando paso así a la formación de un conjunto numérico, conocido como los números enteros, se simboliza con Z

$$\left. \begin{array}{l} \mathbb{N}^+ \text{ (Naturales positivos)} \\ 0 \text{ (cero)} \\ \mathbb{N}^- \text{ (Números negativos)} \end{array} \right\} \mathbb{Z}$$

Características del conjunto de números enteros.

- Es un conjunto infinito.
- El conjunto \mathbb{Z} no tiene ni primer ni último elemento. En efecto todo número entero tiene un antecesor y un sucesor.
- El conjunto \mathbb{Z} es un conjunto ordenado, se puede definir una relación de mayor, menor o igual.
- El conjunto \mathbb{Z} es un conjunto discreto. Entre dos enteros no siempre existe otro número entero.

Opuesto de un número

Cada número entero **a** tiene un opuesto **-a**, que se encuentra a igual distancia del origen, de modo que **a+ (-a)=0**. Los números opuestos tienen el mismo módulo.

❖ Números Racionales (Q)



El conjunto \mathbb{Q} de los números racionales está formado por todos los números que pueden expresarse como fracción.

Todos los números Enteros, y por lo tanto los Naturales, pueden escribirse como fracciones.

Características.

- Los números racionales son infinitos.
- El conjunto de los racionales no tiene primer ni ultimo elemento.
- El conjunto del campo de los racionales es **denso**, porque siempre puedo encontrar entre dos números otro numero racional.

Toda expresión del tipo $\frac{a}{b}$, en la cual a y b son números enteros y $b \neq 0$, se llama fracción o expresión fraccionaria.

Se puede considerar a una fracción a una parte de un todo.

$\frac{a}{b}$ → Numerador: indica el número de partes que se toman.

$\frac{a}{b}$ → Denominador: indica en cuántas partes iguales se divide el todo.

Cuando en una fracción, el numerador y el denominador son números primos entre sí, decimos que la fracción es **irreducible**.

¿Qué significa ser denso?

Dados dos números racionales a y b , siempre es posible encontrar otro entre ellos.

Una manera sencilla de determinarlo es la semisuma: $\frac{a+b}{2}$. En este conjunto, las cuatro operaciones son cerradas, es decir, el resultado obtenido es siempre un número racional.

Fracciones equivalentes.

Dos fracciones son equivalentes o iguales si representan la misma cantidad.

Ejemplo. $2, \frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{12}{6}$

“Estas expresiones son **Equivalentes** entre sí, puedes obtener expresiones equivalentes si a un número lo multiplicas y divides por la misma cantidad”.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si y solo si $a \cdot d = b \cdot c$

Ejemplo: verifiquemos que $\frac{2}{10}$ y $\frac{1}{5}$ son equivalentes, pues $2 \cdot 5 = 10 \cdot 1$

Comparación de fracciones.

Definición: Dadas dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, tal que $b > 0$ y $d > 0$, se define el siguiente orden en el conjunto de los números racionales:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ Si y solo si, } a \cdot d < b \cdot c$$

En forma análoga se definen los símbolos “>”, “≤” y “≥”

Operaciones con fracciones.

❖ Suma y/o resta de fracciones.
$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a.d \pm c.d}{b.d}$$

❖ Multiplicación de fracciones:
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

❖ División de fracciones:

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, **son recíprocas o inversas si su producto es igual a 1.**

Es decir:
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = 1$$

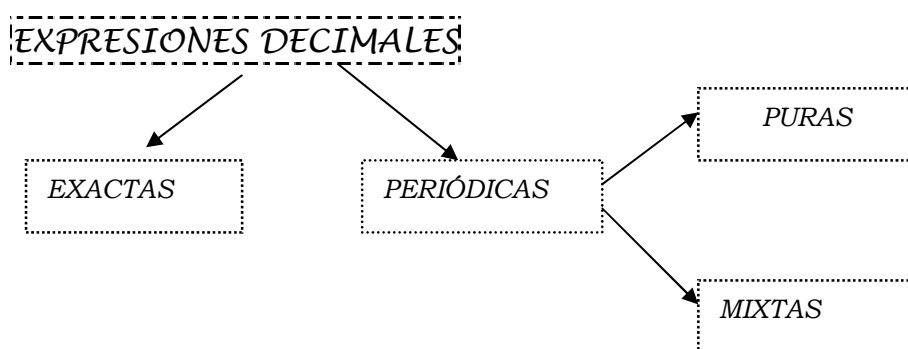
De la definición obtenemos el siguiente resultado.

Una fracción $\frac{a}{b}$ tiene inversa si y solo si $a \neq 0$. La fracción inversa de $\frac{a}{b}$ es la

fracción $\frac{b}{a}$ En general:
$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

❖ Expresión decimal de los números fraccionarios.

Expresar un número fraccionario en decimal, es dividir numerador por denominador, y se obtiene expresiones decimales exactas y periódicas.



Ejemplos:

a) $\frac{54}{1000} = 0,054$ **decimal exacto**, ya que su resto es cero, y el denominador es una

potencia de 10, en este caso es 10^3

b) $\frac{197}{80} = 2.4625$ **decimal exacto**, puesto que el resto de la división es cero.

c) $\frac{11}{3} = 3,6666.... = 3,\hat{6}$ decimal **periódico puro**.

d) $\frac{87}{86} = 1.31818.... = 1,3\overline{18}$ decimal **periódico mixto**

❖ Números Irracionales (I)

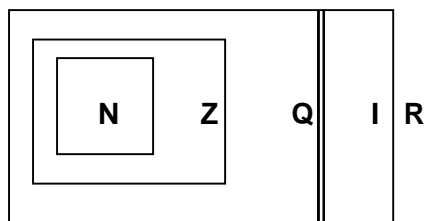
Un número se llama irracional si no es posible escribirlo como una fracción.

La expresión decimal de un número irracional es infinita y no es periódica.

Un ejemplo de irracional es $\sqrt{2}$; observa sus primeras cifras: 1,4142135623730950488....., otro número irracional es el número que se usa en geometría, el número f que se usa para calcular longitudes de circunferencias y áreas de círculos, para el cual la aproximación más usual es 3.1416. La representación decimal de este número continúa interminablemente sin repetición. Gracias a la tecnología que ahora tenemos, una computadora calculó f como decimal hasta cien cifras, he aquí algunas:

$$f = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279.....$$

Con el siguiente Diagrama podemos representar los conjuntos de números vistos



❖ Números Reales (R)

Los **Números Reales** se pueden representar sobre una recta numérica, que es una línea marcada a intervalos iguales. Una de las marcas se llama origen, indicada con el 0, las marcas a la derecha del origen representan los enteros positivos y las marcas a la izquierda del origen representan los enteros negativos, entre los números enteros se ubican los otros conjuntos numéricos.

En síntesis:

Los números irracionales son aquellos que no pueden ser expresados por medio de una fracción, o sea que sus expresiones decimales tienen infinitas cifras no

periódicas. Son ejemplos de números irracionales el número f , las raíces de orden par de números naturales que no sean números naturales (ejemplo $\sqrt{7}$), y las raíces de índice impares de números enteros pares tanto positivo como negativo. (Ejemplo $\sqrt[5]{-8}$).

Con los números irracionales se completa la recta numérica

Al operar con números reales debes tener en cuenta algunas Leyes Básicas:

- Ley Conmutativa

Se aplica a las operaciones suma y multiplicación, y establece que no importa el orden en que se sumen o multipliquen dos números. Esta ley garantiza que:

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

- Ley asociativa

Se aplica a las operaciones suma y multiplicación, y establece que no importa el orden en que se sumen o multipliquen tres números. Es decir que:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

- Ley distributiva

Asocia las operaciones de suma y producto de la siguiente manera

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

- Orden de las operaciones

Para resolver problemas de cálculo existe un orden que debemos seguir para llegar al resultado:

- 1) Operaciones dentro de paréntesis (llaves o corchetes) deben realizarse siempre comenzando desde el paréntesis más interno y trabajar hacia fuera
- 2) Elevación a una potencia
- 3) Multiplicación o división en el orden en que aparezcan de izquierda a derecha
- 4) Sumas y restas en el orden que aparezcan de izquierda a derecha

- Elementos identidad

Existen elementos identidad para la suma y para el producto

- $a + 0 = a$, el **0** es el elemento **identidad** para la **suma**
- $a \times 1 = a$, el **1** es el elemento **identidad** para el **producto**

- Elemento inverso

Para la suma: es aquel número tal que sumado a otro número da como resultado el elemento identidad del producto $a + (-a) = 0$, el elemento inverso para la suma es **-a**

Para el producto: es aquel número tal que multiplicado a otro número da como resultado el elemento identidad de la suma

$$a \times \frac{1}{a} = 1 \text{ El elemento inverso para el producto es } \mathbf{1/a}$$

Potenciación

Multiplicar un número **b** por sí mismo varias veces, puede indicarse como **bⁿ**, que es lo mismo que multiplicar b, n veces: **bⁿ = b.b.bb**

El número **b** se llama “base” y el **n** se llama “exponente” y decimos que **bⁿ** es la n-esima potencia de b.

Reglas de los exponentes

- Producto de potencias de igual base

Para multiplicar dos o más potencias que tienen la misma base basta con sumar los exponentes y aplicarlo a la base; **b^m . bⁿ = b^(n + m)**

- Producto de cocientes de igual base

Para dividir dos o más potencias que tienen la misma base basta con restar los exponentes y aplicarlo a la base; **b^m / bⁿ = b^{n-m}** si **b** es distinto de cero

- Potencia de Potencia

Para resolver la potencia de una potencia se multiplican los exponentes y se aplican a la base **(bⁿ)^m = b^{n.m}**

Ley distributiva respecto del producto $(a.b)^n = a^n . b^n$

Ley distributiva respecto del cociente $(a/b)^n = a^n / b^n$ si b es distinto de cero

Potencia cero: Por convención $b^0 = 1$

¿A qué será igual 0^0 ? ¿Existe?

Exponente Negativo: $(b)^{-n} = 1 / b^n$

Leyes de los signos

- Si la base es *positiva* el resultado es *positivo* cualquiera sea el exponente

$$b^3 = b.b.b$$

$$b^4 = b.b.b.b$$

- Si la base es *negativa*, el resultado es *negativo* si el exponente es impar

$$(-b)^3 = (-b).(-b).(-b) = -b^3$$

- Si la base es *negativa*, el resultado es *positivo* si el exponente es par

$$(-b)^4 = (-b).(-b).(-b).(-b) = b^4$$

Radicación

La operación de radicación es la inversa de la potenciación, si $a^n = b$ entonces diremos que $\sqrt[n]{b} = a$, donde **b** es el radicando, **n** es el índice de la raíz y **a** es raíz de **b**.

la raíz es positiva si **b** es positivo

es negativa si **b** es negativo y n es **impar**

Leyes de la radicación

Distributiva respecto del producto y respecto del cociente

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}$$

Potencia de una raíz

$$\left(\sqrt[n]{b}\right)^m = b^{(m/n)}$$

Esto implica que todo índice de una radicación puede escribirse como una potencia de exponente fraccionario

Radicales

Los radicales son los números irracionales como por ejemplos:

$$\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt[3]{5}; \sqrt[4]{5}$$

El índice de la raíz indica el grado de un radical. Así $\sqrt{2}$ es un radical de segundo grado y $\sqrt[3]{5}$ es un radical de grado tres.

Radicales semejante:

Dos radicales son semejantes cuando tiene el mismo radicando y el mismo grado.

Ejemplos. $\sqrt{2}$; $10\sqrt{2}$

En cambio $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ no son semejantes.

Algunas propiedades de radicación.

Si $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{b}$ existen en el campo de los números Reales, entonces se cumplen las siguientes propiedades:

a) Distributividad respecto a la multiplicación. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{8x} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{x}$

b) Distributividad respecto a la división: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, siempre que $b \neq 0$

Ejemplo: $\sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

c) Simplificación de índices: siempre que la potencia y el índice sean múltiplos.

Ejemplo: $\sqrt[5]{4^5} = 4^3$

Simplificar radicales.

Para simplificar radicales a su más simple expresión se descompone en sus factores primos.

Ejemplo. Descomponer $\sqrt{72}$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{luego } \sqrt{72} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2}$$

Entonces:

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} = 2 \cdot 3 \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Extracción de factores fuera del radical.

Para la extracción de factores fuera del radical hay que tener en cuenta la propiedad de distributividad con respecto a la multiplicación y división.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
\sqrt[3]{64.x^7.y^2} &= \sqrt[3]{2^6.x^7.y^2} = \sqrt[3]{2^3.2^3.\sqrt[3]{x^3}\sqrt[3]{x^3}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[3]{y^2}} \\
&= 2.2.x.x.\sqrt[3]{x}.y^2 \\
&= 4.x^2.\sqrt[3]{x.y^2}
\end{aligned}$$

*Siempre para extraer factores fuera del radical la potencia debe ser igual o mayor al índice.
Siempre los valores numéricos se deben descomponer.*

Operaciones con radicales.**Sumas y restas con radicales.**

Para sumar y restar radicales, hay que simplificar los radicales dados, (si esto es posible), y efectuar las operaciones indicadas

Ejemplo a) Efectuar $\sqrt{45} + \sqrt{80} =$

a) Primero se descomponen en factores primos 45 y 80.

$$\begin{array}{r|l}
\mathbf{45} & \mathbf{3} \\
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}$$

$$45 = 3^2.5$$

$$\begin{array}{r|l}
\mathbf{80} & \mathbf{2} \\
40 & 2 \\
20 & 2 \\
10 & 2 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}$$

$$80 = 2^4.5$$

b) Luego se escribe:

$$\sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{3^2.5} + \sqrt{2^4.5}$$

c) Extracción de factores.

$$\sqrt{45} + \sqrt{80} = \sqrt{3^2}.\sqrt{5} + \sqrt{2^4}.\sqrt{5}$$

$$\boxed{3\sqrt{5} + 2^2\sqrt{5} = 7\sqrt{5}}$$

Ejemplo b) Realizar la siguiente suma $\frac{2}{3}\sqrt{18} + \frac{3}{5}\sqrt{50} - \frac{1}{3}\sqrt{45} =$

a) Descomponer 18, 50 y 45.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 3^2 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$50 = 5^2 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$

Escribo: b) $\frac{2}{3}\sqrt{18} + \frac{3}{5}\sqrt{50} - \frac{1}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{3^2 \cdot 2} + \frac{3}{5}\sqrt{5^2 \cdot 2} - \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 5} =$

Extracción.

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{2}{3}\sqrt{3^2 \cdot 2} + \frac{3}{5}\sqrt{5^2 \cdot 2} - \frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 5} = \\ & \frac{2}{3}\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} + \frac{3}{5}\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} = \\ & \frac{2}{3}3\sqrt{2} + \frac{3}{5}5\sqrt{2} - \frac{1}{3}3\sqrt{5} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 1\sqrt{5} \\ & \boxed{= 5\sqrt{2} - 1\sqrt{5}} \end{aligned}$$

Multiplicación y División De Radicales.

I) En el producto y en el cociente de radicales con el mismo índice, se tiene en cuentas la propiedad distributiva.

Ejemplo.

$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{20 \cdot 100} = \sqrt{2000} = \sqrt{2^4 \cdot 5^3} = 4.5\sqrt{5} = 20\sqrt{5}$$

$$\sqrt{100} \div \sqrt{25} = \sqrt{100 \div 25} = \sqrt{4} = 2$$

II) Para poder efectuar la multiplicación y la división de radicales con distinto índice, primero se debe transformar en radicales equivalentes (del mismo índice). Para ello se utiliza el múltiplo común menor entre los índices y se aplican, convenientemente, las propiedades.

Ejemplo.

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{7} \rightarrow \text{el m.c.m es 15}$$

$$\sqrt[3]{2^5} = \sqrt[15]{2^5}$$

$$\sqrt[5]{7^3} = \sqrt[15]{7^3}$$

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{7} = \sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{7^3} = \sqrt[15]{2^5 \cdot 7^3}$$

La división se realiza en forma similar.

Racionalización.

La Racionalización consiste en eliminar la raíz de denominador (en algunos casos del numerador). En ese caso se realizan las transformaciones necesarias de manera de obtener expresiones equivalentes con denominador (numerador) racional.

I) Si el denominador tiene un solo término con un radical de índice 2, se multiplica tanto ese numerador como el denominador por ese radical, y se realizan todas las operaciones y simplificaciones necesarias para obtener un denominador racional.

Ejemplo.

$$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{5 \cdot 15}}{(\sqrt{15})^2} = \frac{3\sqrt{75}}{15} = \frac{3 \cdot \sqrt{3 \cdot 5^2}}{15} = \frac{3 \cdot 5\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3}$$

II) Pero si se tiene un radical con índice mayor que 2 de la forma

$\sqrt[n]{a^m}$ ($n > m$), se multiplica numerador y denominador por un radical de la forma $\sqrt[n]{a^{n-m}}$, para seguir operando y simplificando hasta obtener un denominador racional.

Ejemplo.

$$\frac{2}{\sqrt[5]{4^3}} = \frac{2}{\sqrt[5]{4^3}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^3 \cdot 4^2}} = \frac{2\sqrt[5]{4^2}}{\sqrt[5]{4^5}} = \frac{2\sqrt[5]{4^2}}{4} = \frac{\sqrt[5]{4^2}}{2}$$

III) Si el denominador tiene dos términos y al menos uno es radical, se multiplican numerador y denominador por su conjugado, y se realizan las operaciones y simplificaciones necesarias.

Siempre tiene que quedar en el denominador (numerador) una expresión sin radicales.

Ejemplo.

$$\frac{2}{3 + \sqrt{7}} = \frac{2}{(3 + \sqrt{7})} \cdot \frac{(3 - \sqrt{7})}{(3 - \sqrt{7})} = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{(3)^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{9 - 7} = \frac{6 - 2\sqrt{7}}{2} = 3 - \sqrt{7}$$

Logaritmo

En ciencias como Economía, Biología y Química se estudian magnitudes que tienen un porcentaje fijo de crecimiento o decrecimiento cada cierto periodo. Estas situaciones se modelizan a través de funciones exponenciales o logarítmicas.

Logaritmo: Definición. El Logaritmo en base **b** de un numero **a** es el numero **c**, si y solo si **b** elevado al exponente **c** da como resultado **a**.

En símbolos



$$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

Se lee: “**logaritmo en base b de a**”

b es la base del logaritmo y debe ser un numero real positivo.

a es el argumento del logaritmo y debe ser un numero real positivo.

Ejemplo 1.

$$\log_2 8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$$

$$\log_4 256 = 4 \Rightarrow 4^4 = 256$$

Cambio de base:

El cambio de base se usa para calcular el valor del logaritmo. Cuando no se especifica el “**b**”, se entiende que se esta trabajando con base 10, nuestras calculadora trabajan en esa base.

Como se realiza el cambio de base:

Ejemplo2

$$a) \log_5 125 = \frac{\log 125}{\log 5} = 3$$

$$b) \log_4 15 = \frac{\log 15}{\log 4} \approx 1,653445$$

Propiedades de los logaritmos.

1) El logaritmo de 1, en cualquier base es 0

Ejemplo. $\log_5 1 = 0$

En símbolos $\log_b 1 = 0$

2) El logaritmo de un número de igual base, da por resultado 1.

Ejemplo. $\log_5 5 = 1$

En símbolos $\log_b b = 1$

3) El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

Ejemplo: $\log_3(5 \cdot 4) = \log_3 5 + \log_3 4$

En símbolos: $\log_b(a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$

4) El logaritmo de un cociente, es igual a la resta entre los logaritmos.

Ejemplo: $\log_3(15 \div 6) = \log_3 15 - \log_3 6$

En símbolos. $\log_b(a \div c) = \log_b a - \log_b c$

5) El logaritmo expresado como potencia de un número es igual a la potencia por el logaritmo de ese número.

Ejemplo: $\log_2 4^3 = 3 \log_2 4$

En símbolos $\log_b a^n = n \log_b a$

Ejemplo:

Aplicar las propiedades del logaritmo para calcular x, si $x = 17,53^4$

Solución:

$$\log x = 4 \cdot \log 17,53$$

$$= 4 \cdot (1,24378..)$$

$$\approx 4,9751$$

$$x = \text{ant} \log(4,9751)$$

$$x \approx 94433$$

Logaritmos decimales y logaritmos naturales.

Cuando la base es 10, los logaritmos se llaman decimales, e ello no es necesario indicar la base, es decir que:

$$\log x = \log_{10} x$$

Otros logaritmos que se utilizan con frecuencia son los logaritmos naturales (**ln**).

Este numero tiene como base especial, el numero **e** en símbolos.

$$\ln x = \log_e x$$

Algunas propiedades.

$$a)e^{\ln x} = x$$

$$b)\ln 1 = 0$$

$$c)\ln e = 1$$

$$d)\ln e^x = x$$

El número e , es un número irracional y equivale a 2,718281828.....

Ecuaciones exponenciales:

Las ecuaciones exponenciales son aquellas en las que la incógnita aparece en un exponente o en más de uno.

Para resolverlas, hay que tener presente que.

- Siempre que sea posible, es conveniente expresar ambos miembros como potencias de una misma base.
- Para despejar las incógnitas que aparecen en el exponente, es posible usar el logaritmo.

Ejemplo:

$$2^{x+1} - 2^{x-3} + 2^x = 23$$

$$2^x \cdot 2^1 - 2^x \div 2^3 + 2^x = 23 \rightarrow \text{aplico propiedades de potencias}$$

$$2^x \cdot (2^1 - \frac{1}{8} + 1) = 23 \rightarrow \text{aplico factor comun } 2^x$$

$$2^x \cdot (\frac{23}{8}) = 23 \rightarrow \text{resulevo el parentesis}$$

$$2^x = 23 \div \frac{23}{8} \rightarrow \text{paso } \frac{23}{8} \text{ dividiendo}$$

$$2^x = 8$$

$$x \log 2 = \log 8 \rightarrow \text{aplico logaritmo}$$

$$x = \frac{\log 8}{\log 2}$$

$$x = 3$$

Ecuaciones logarítmicas

Las ecuaciones logarítmicas son las que tienen la incógnita de algún logaritmo.

Tener en cuenta:

- Se aplica la definición de logaritmo.
- Siempre que sea posible agrupar los logaritmos, y aplicar alguna propiedad.
- Verificar.

Ejemplo:

$$\log_2(x+1) + \log_2 x = 1$$

$$\log_2[(x+1).x] = 1 \rightarrow \text{aplico propiedad de multiplicación}$$

$$\log_2[x^2 + x] = 1 \rightarrow \text{resuelvo dentro del parentesis}$$

$$2^1 = x^2 + x \rightarrow \text{aplico la definición de log}$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \text{resuelvo}$$

$$x_1 = 1 \wedge x_2 = -2$$

$$\text{descartamos } -2$$

Conjuntos

Conjuntos es un concepto primitivo que no definimos. Pero convencionalmente podemos decir que un conjunto es una agrupación o colección de objetos perfectamente distinguidos y determinados.

A continuación se dan algunos ejemplos de conjuntos:

- conjunto de las vocales $V = \{a, e, i, o, u\}$
- conjunto de los números reales \mathbf{R}
- conjunto de algunos triángulos (no es conjunto)

Los conjuntos se denominan con letra mayúscula de imprenta. Los objetos que componen un conjunto dado se colocan entre llaves separadas por coma, cada uno de estos objetos se denominan elementos y se dice que pertenecen al conjunto por medio del signo \in .

Los conjuntos se pueden definir de dos formas:

1. **Por Extensión:** Cuando se dan a conocer explícitamente todos y cada uno de los elementos que lo componen.

Ejemplo: $A = \{2, 3, 4, 5\}$

2. **Por comprensión:** cuando se indica la propiedad que cumplen todos los elementos del conjunto y solo ellos.

Ejemplo: $A = \{x \in N / 2 \leq x \leq 5\}$

Conjunto universal o de referencia

Es el conjunto formado por todos los elementos del tema a tratar, o sea con el universo que trabajamos. Lo indicamos con \mathbf{U}

Igualdad de conjuntos

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos sin importar el orden

$$A = \{ 1, 2, 3, 4 \} \text{ y } B = \{ 2, 4, 1, 3 \} \Rightarrow A = B$$

Conjunto vacío

Se denomina así al conjunto que no posee elementos.

Se indica de la siguiente manera: $\emptyset = \{ \}$

Conjunto unitario

Es el conjunto formado por un único elemento $A = \{ 2 \}$

Representación gráfica de conjuntos

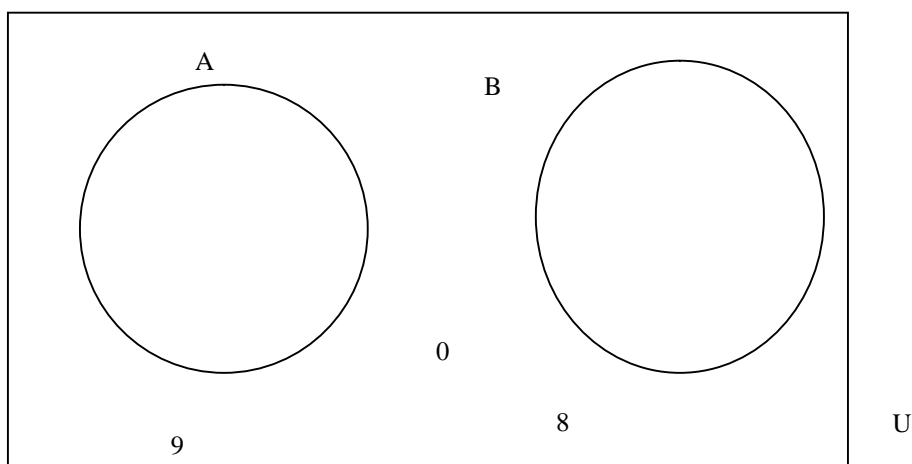
Los conjuntos se representan gráficamente por medio de una línea curva cerrada que determina una zona plana denominada diagrama de Venn.

El conjunto universal se representa mediante un diagrama de rectangular.

Ejemplo:

$$U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 \}$$

$$A = \{ 1, 2, 3 \} \quad B = \{ 5, 6, 7 \}$$



Inclusión de conjuntos

Un conjunto **B** está incluido o a lo sumo es igual al conjunto **A** si para todo elemento x , si ese elemento pertenece al conjunto **B** entonces también pertenece al conjunto **A**.

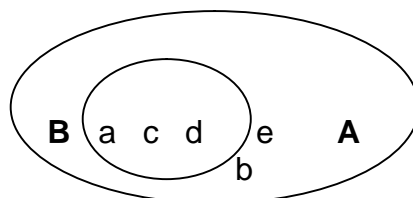
“Todo conjunto está incluido o es igual a si mismo” por lo tanto todo conjunto es subconjunto de si mismo.

Por definición el conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto.

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$B \subseteq A \Leftrightarrow \forall x (x \in B \Rightarrow x \in A)$$



Familia de partes de un conjunto:

El conjunto de partes de un conjunto está formado por todos los subconjuntos que se obtienen a partir del conjunto dado.

$$A = \{1, 2, 3\} \quad P_A = \{\{1, 2, 3\}; \{1, 2\}; \{1, 3\}; \{2, 3\}; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \emptyset\}$$

El número de subconjuntos de un conjunto es igual a: 2^n con $n = N^0$ de elementos del conjunto. En el ejemplo anterior tenemos:

$$2^3 = 8, \quad 3 = N^0 \text{ de elementos del conjunto } A$$

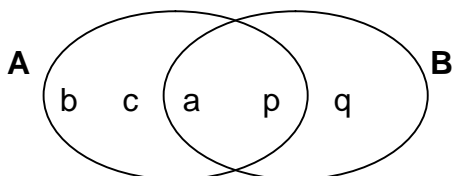
Cardinalidad: $|A| = 3$, es el número de elementos de un conjunto dado.

Operaciones con Conjuntos:

- **Unión:** Dados dos conjuntos **A** y **B**, definimos unión entre ambos conjuntos a un tercer conjunto **C** formado por los elementos de **A** y/o de **B**.

$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\} \quad (\vee = \text{y/o})$$

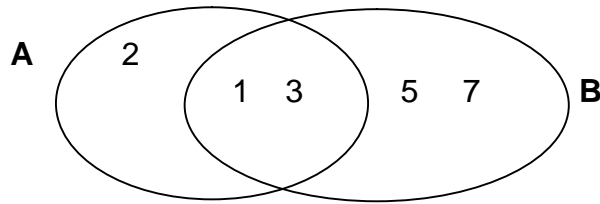
$$\text{Ejemplo: } A = \{a, b, c\} \quad B = \{a, p, q\} \Rightarrow A \cup B = \{a, b, c, p, q\}$$



- **Intersección:** Dados dos conjuntos **A** y **B** se define como intersección entre ambos a un tercer conjunto **C** formado por los elementos comunes a ambos conjuntos.

$$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$

Ejemplo: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{1,3,5,7\} \Rightarrow A \cap B = \{1,3\}$

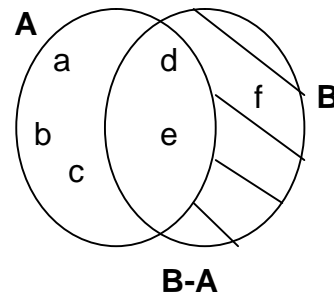
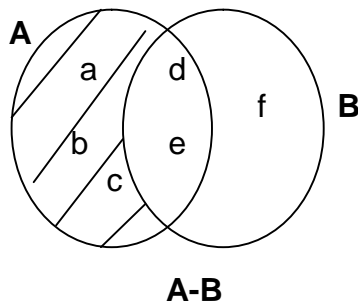


- **Diferencia:** Dados dos conjuntos **A** y **B** se llama diferencia **A-B** al conjunto formado por los elementos que pertenecen a **A** y no pertenecen a **B**.

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$B - A = \{x / x \in B \wedge x \notin A\}$$

$$A = \{a,b,c,d,e\} \quad B = \{d,e,f\} \Rightarrow \begin{cases} A - B = \{a,b,c\} \\ B - A = \{f\} \end{cases}$$

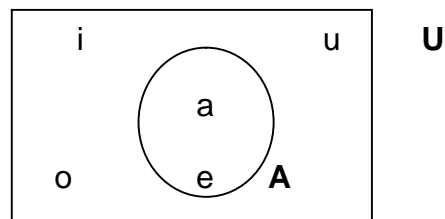


- **Complementación:** El conjunto complementario de un conjunto cualquiera **A** esta formado por todos los elementos del referencial que no pertenecen a **A**

$$U = \{a,e,i,o,u\}$$

$$A = \{a,e\}$$

$$\bar{A} = U - A = \{i,o,u\}$$



- **Par ordenado:** Es un conjunto de dos elementos no necesariamente distintos considerados en un cierto orden

$$(a,b) \neq (b,a) \begin{cases} a = \text{primera componente del par} \\ b = \text{segunda componente del par} \end{cases}$$

$$(a,b) = (c,d) \Leftrightarrow a = c \wedge b = d$$

- **Producto Cartesiano:** Dados dos conjuntos **A** y **B**, se denomina producto cartesiano de **AXB** a un nuevo conjunto cuyos elementos son pares

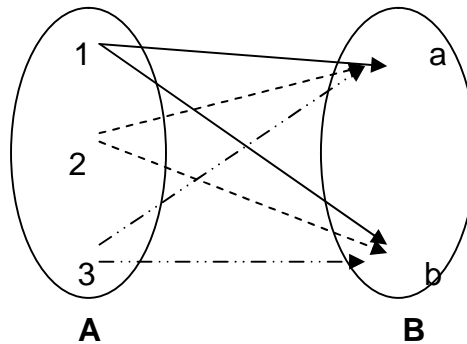
ordenados tales que la primera componente de cada par pertenece al conjunto y la segunda componente pertenece al conjunto **B**.

$$A = \{1,2,3\} \quad B = \{a,b\} \quad A \times B = \{(1,a); (1,b); (2,a); (2,b); (3,a); (3,b)\}$$

Simbólicamente: $A \times B = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in B\}$

El producto cartesiano **NO** es conmutativo: $A \times B \neq B \times A$

Gráficamente:



- **Relación Binaria:** Dados dos conjuntos **A** y **B** se define como relación binaria entre los elementos del conjunto **A** y **B** a un subconjunto del producto cartesiano **A x B** tal que exista una propiedad que vincule los elementos del conjunto **A** con los elementos del conjunto **B**

$$R = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B : x R y\}$$

$$\text{Ejemplo: } A = \{1,2,3\} \quad B = \{1,4,6\}$$

$$A \times B = \{(1,1); (1,4); (1,6); (2,1); (2,4); (2,6); (3,1); (3,4); (3,6)\}$$

$$R_1 = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B : y = 2x\} = \{(2,4); (3,6)\}$$

- **Dominio de una Relación:** es el conjunto formado por las primeras componentes de los pares de la relación

$$D_R = \{x / x \in A \wedge \exists y \in B : x R y\}$$

$$\text{En el ejemplo anterior tenemos: } D_R = \{2,3\}$$

- **Recorrido de la Relación:** es el conjunto formado por las segundas componentes de los pares de la relación

$$R_R = \{y / y \in B \wedge \exists x \in A : x R y\}$$

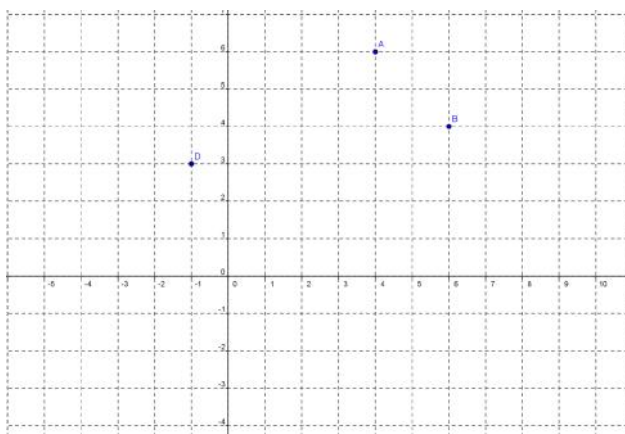
$$\text{En el ejemplo anterior tenemos: } R_R = \{4,6\}$$

Representación Gráfica en el sistema de coordenadas cartesianas

El sistema de coordenadas cartesianas ortogonales, está formado por dos ejes que intersecan perpendicularmente en un punto denominado origen de coordenadas. El eje horizontal llamado eje **x** o eje de las abscisas, en el se representan las abscisas de un punto (primera componente del par).

El eje vertical llamado eje **y** o eje de las ordenadas, en el se representan las ordenadas de un punto (segunda componente del par).

Ejemplo: Representar los pares ordenados $(4,6)$; $(6,4)$ y $(-1,3)$



En matemática, de todas las relaciones binarias las más importantes son aquellas en las que a cada elemento del dominio le corresponde de algún modo un solo un elemento del recorrido, a éstas relaciones se las denomina relaciones funcionales

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En el lenguaje matemático es frecuente representar a través de letras, números y operaciones algunas expresiones de la vida cotidiana o generalizaciones. Dichas expresiones son llamadas “**expresiones algebraicas**”. Las letras pueden representar cantidades conocidas “*constantes*” o desconocidas “*variables*”. Las **constantes** se representan con las primeras letras del alfabeto (a, b, c, d, e, f) y las **variables** se representan con las últimas letras del alfabeto (s, t, u, v, w, x, y, z).

Entonces las *expresiones algebraicas* son una combinación de letras y números, ligados entre si con las operaciones matemática (suma, resta, multiplicación división).

Ejemplo: $2xy + 3x^2 + 4y^3$

Las **expresiones algebraicas** pueden escribirse en lenguaje simbólico o algebraico, o en lenguaje coloquial.

- En forma simbólica significa escribirlo mediante símbolos y signos.
- En forma coloquial es escribirlo en forma de oración.

Ejemplo:

- Lenguaje coloquial. “**La suma de los cuadrados de dos números**”
- Lenguaje Simbólico: $x^2 + y^2$

Las expresiones algebraicas se pueden clasificar en:

- Expresiones algebraicas **enteras**: no tienen variables en el denominador o bajo el signo radical. Ej: $3x^3y + 2x^2$
- Expresiones algebraicas **fraccionarias**: cuando tiene variables en el denominador.

Ej: $\frac{3}{x+1} - x + \frac{2x^2}{x-5}$

- Expresiones algebraicas **irracionales**: cuando tiene variables bajo el signo radical o como potencia de exponente fraccionario. Ej: $3\sqrt{x} + 2x^{\frac{5}{3}} - \sqrt[3]{x^4}$

Términos Algebraicos

Cada una de las partes de una suma algebraica, junto con el signo que la precede, se le llama **término algebraico**.

Ejemplo: Los términos algebraicos de la suma algebraica $x^3 - \frac{3y}{x^2} + 2x^5z$ son: x^3 ; $\frac{3y}{x^2}$; $2x^5z$

Partes de un Término Algebraico

Cada término consta de dos partes. Una de ellas es el **coeficiente** y la otra contiene las **variables**. El *coeficiente* es el producto de las constantes. (son los números que acompañan los términos). Una variable sin coeficiente visible, se entiende que posee coeficiente **uno**.

Ejemplo:

- 1) El coeficiente del término x^3 es 1
- 2) El coeficiente del término $\frac{3y}{x^2}$ es 3
- 3) El coeficiente del término $2x^5z$ es 2

Términos Semejantes

Los términos en que intervienen exactamente las mismas variables elevadas a exactamente la misma potencia se llaman **términos semejantes**.

Ejemplo: $-6xy^2z^3$ es semejante a $3xy^2z^3$

Las expresiones algebraicas enteras se denominan **Polinomios** (poli: muchos, monios: términos). Se clasifican en:

Monomios

Una expresión algebraica con **un** solo término es un **monomio**.

Ejemplos: $3x^2$; $-8x^7z^2y$, $4x^3$

Grado del monomio: La suma de los exponentes de la parte literal se llama grado del monomio. Ejemplos:

- 1) $3x^2$ tiene grado **2**
- 2) $-8x^7z^2y$ tiene grado **10**
- 3) $4x^3$ tiene grado **3**

POLINOMIOS

Un polinomio es una expresión de la forma

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad a_n \neq 0$$

Donde a_0, a_1, \dots, a_n son números reales que se llaman *coeficientes* del polinomio y **x** es *indeterminada*.

Las potencias de la indeterminada son naturales.

Entonces, llamaremos **polinomios** a la suma de monomios en los que, las variables estén elevadas a potencias naturales o cero.

Ejemplos:

1) $2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$, se lo escribe $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1$

2) $5x^2y - 7xy^3$, (2 variables: x, y) se lo escribe $P(x, y) = 5x^2y - 7xy^3$

3) $xy + 7zy - 2y$ (3 variables x, y, z) se lo denota $P(x, y, z) = xy + 7zy - 2y$

- Un polinomio con exactamente dos términos se lo denomina **binomio**.

Ejemplos: $P(x, y) = 2ax + by$; $P(x) = x + 5$

- Un polinomio con exactamente tres términos es un **trinomio**.

Ejemplos: $P(x) = x^3 - 2x + 7$; $P(x, y, z, w) = 2xy + 8zy - 4w$

Grado del polinomio: es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

Ejemplos:

$P(x) = 2x^2 - 5x + 3x^4 - 1$ tiene grado cuatro.

$P(x, y) = -3x^2y + 7xy^3$ tiene grado tres

$P(x, y, z) = 2xy + 5zy + 2y$ tiene grado uno

Coeficiente principal: El coeficiente que multiplica a la variable de mayor exponente en un polinomio.

Ejemplo: $P(x) = 2x^2 - 5x + 3x^4 - 1$ coeficiente principal es 3

Polinomio ordenado:

Un polinomio está ordenado si sus términos están ordenados en forma creciente o decreciente respecto de los exponentes de las variables.

Ejemplo: $M(x) = 2x^3 + 4x + 3$

Polinomio Completo:

Un polinomio está completo si tiene todas las potencias decrecientes del grado. Para completar un polinomio se agregan los términos que faltan con coeficientes cero.

Ejemplo: Polinomio completo: $P(x) = 2x + 5x^3 - x^2 + 4$

$N(x) = 5x^4 - 2x^2 + x$ Completo $N(x) = 5x^4 + 0x^3 - 2x^2 + x + 0$

OPERACIONES ENTRE POLINOMIOS

Suma y Resta

Para suma o restar dos polinomios, se suman o se restan los coeficientes de términos semejantes.

Ejemplo 1: $2m^3 + 10m^2 + 20m + 4m^3 + 5m^2 + 8m = 6m^3 + 15m^2 + 28m$

Ejemplo 2: Dados $P(x) = 5x^3 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$; $Q(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{2}x - 5$

Tener en cuenta que:

- En caso que, se suman dos polinomios de distinto grado, la suma es un polinomio que tiene el grado del mayor grado de los polinomios sumados.
- En caso que, se suman dos polinomios de igual grado, la suma es un polinomio que tiene el grado menor o igual al grado de los polinomios sumados.

Multipliación

Para multiplicar un polinomio por otro, cada término de un polinomio se multiplica por cada término del otro polinomio. Es decir se usa la propiedad distributiva.

Ejemplo:

1) $4x^2y(3xy^2 + 2x^3y) = (4x^2y)(3xy^2) + (4x^2y)(2x^3y) = 12x^3y^3 + 8x^5y^2$

2) $(x^2 + b)(x + c) = x^2(x + c) + b(x + c) = x^3 + cx^2 + bx + bc$

División de Polinomios

La división de polinomios se realiza de acuerdo con las reglas y propiedades de la división de números de varias cifras, aunque en polinomios tenemos variables

¿Cómo se realiza la división de polinomios?

Se disponen como en la división de números naturales y se ordenan **por sus potencias de mayor a menor**. Los términos del cociente se obtienen en varios pasos, parecidos a la división numérica.

- Para comprender cómo se hace, veamos el siguiente ejemplo:

Divide $8x^5 - 2x^2 + x^3 - 3$ por $(-2x^2 + 4x^3 + x - 1)$

- Escribimos el dividendo y el divisor ordenados en potencias decrecientes:
Dividendo: $8x^5 - 2x^2 + x^3 - 3$ y divisor: $(-2x^2 + 4x^3 + x - 1)$
- Luego observemos. ¿Faltan algunos términos en el dividendo? En ese caso, completamos con coeficientes de cero.
- En nuestro problema, el dividendo no tiene coeficiente en x^4 y en x , en consecuencia el dividendo nos queda de la siguiente manera:

$$8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3$$

¡Ahora estamos en condiciones de realizar la división!

| | |
|---|---|
| 1) Dividamos el primer término del dividendo por el primer término del divisor: $8x^5 : 4x^3 = 2x^2$ | $8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \mid \frac{4x^3 - 2x^2 + x - 1}{2x^2}$ |
| 2) El término del cociente se multiplica por el divisor. El producto se le resta al dividendo (o se le cambia el signo y se suma). | $\begin{array}{r} 8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \mid \frac{4x^3 - 2x^2 + x - 1}{2x^2} \\ -8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3 \end{array}$ |
| 3) Con $4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3$ como nuevo dividendo se repiten los pasos 1 y 2. Así, se obtiene otro término del cociente de menor grado: $4x^4 : 4x^3 = x$ | $\begin{array}{r} 8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \mid \frac{4x^3 - 2x^2 + x - 1}{2x^2 + x} \\ -8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3 \\ -4x^4 + 2x^3 - x^2 + x \\ \hline x^3 - x^2 + x - 3 \end{array}$ |
| 4) El proceso continúa hasta que no se pueden obtener más términos del cociente. Resto: $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$ Cociente: $2x^2 + x + \frac{1}{4}$ Grado(resto) < Grado(divisor) | $\begin{array}{r} 8x^5 + 0x^4 + x^3 - 2x^2 + 0x - 3 \mid \frac{4x^3 - 2x^2 + x - 1}{2x^2 + x + \frac{1}{4}} \\ -8x^5 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 3 \\ -4x^4 + 2x^3 - x^2 + x \\ \hline x^3 - x^2 + x - 3 \\ -x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \\ \hline -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{11}{4} \end{array}$ |

¡IMPORTANTE! La división está bien hecha si se cumple que:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$$

$$\text{Grado (resto)} < \text{Grado (divisor)}$$

División Exacta de polinomios. Múltiplos y divisores

La división entre polinomios es exacta si el resto es **cero**.

La división $(2x^3 + 5x^2 + 11x - 7) : (2x - 1)$ es exacta.

Se obtiene: $= (2x - 1)(x^2 + 3x + 7)$

$(2x^3 + 5x^2 + 11x - 7)$ es divisible por $(2x - 1)$ y por $(x^2 + 3x + 7)$

$(2x - 1)$ y $(x^2 + 3x + 7)$ son divisores de $(2x^3 + 5x^2 + 11x - 7)$

$(2x^3 + 5x^2 + 11x - 7)$ es múltiplo de $(2x - 1)$ y de $(x^2 + 3x + 7)$

Regla de Ruffini:

Cuando el divisor es un polinomio de la forma $x - a$, se puede aplicar el método ya aprendido o la regla de Ruffini, que prescinde de las variables.

Ejemplo: Para dividir $3x^4 - 2x^3 + 5x - 1$ por $(x - 2)$

Los pasos son los siguientes:

- 1) En la primera fila del cuadro anterior se colocan los coeficientes del polinomio completo y ordenado según las potencias decrecientes de x .
- 2) En la segunda fila, a la izquierda se escribe a , en este caso, **2**
- 3) En la tercer fila, se baja el coeficiente del término de mayor grado: 3 (éste será el coeficiente del 1º término del cociente).
- 4) Los otros números de la 2º y 3º fila se van obteniendo de la siguiente manera: multiplicamos $2 \times 3 = 6$ que va debajo del coeficiente del 2º término y en la 2º fila y luego se suman, es decir, $(-2) + 2 \times 3 = 4$. Así obtenemos el 2º coeficiente del cociente, ubicado en la 3º fila.

| | | | | | |
|---|---------------------------|----|---|----|-------|
| | 3 | -2 | 0 | 5 | -1 |
| 2 | | 6 | 8 | 16 | 42 |
| | 3 | 4 | 8 | 21 | 41 |
| | Coeficientes del cociente | | | | Resto |

Valor Numérico de un polinomio.

El valor numérico de un polinomio en $x = a$ es el valor que se obtiene de sustituir a la variable x por el número a y efectuar las operaciones indicadas.

Se obtiene un número al que denominaremos como P(a)

Ejemplo: El valor numérico de $3x^3 - 3x^2 + 4x - 9$ en $x = -1$

El valor numérico del polinomio en $x = a$ (a un número real), es:

$$P(-1) = 3(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4(-1) - 9$$

$$P(-1) = -19$$

Teorema del Resto

El resto de dividir un polinomio $p(x)$ de grado mayor o igual a uno, por otro de la forma $x + a$ es el valor numérico del polinomio $p(x)$ para $x + a$ cambiado de signo.

Potencia de un binomio:

Cuadrado del binomio

$$(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$$

Cubo del binomio.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3$$

FACTOREO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Definición: **Factor**ear un polinomio es transformarlo en un producto de expresiones algebraicas

CASOS DE FACTOREO

Primer caso: Factor común

Si en todo los términos de un polinomio figura un factor común (sea letra o número), dicho polinomio es igual al producto de ese factor por el polinomio que resulta al dividir cada término por ese factor.

Ejemplo:

$$. \quad 2ab + a^2b^3 - \frac{1}{2}ab^2c = ab.(2 + ab^2 - \frac{1}{2}bc)$$

$$3mn + 9m + 12n = 3(mn + 3m + 4n)$$

Segundo Caso: Factor por grupo.

Si los términos de un polinomio pueden agruparse o dividirse en subgrupo, en el cual en esos subgrupos tienen la misma cantidad de términos y además en esos subgrupos deben tener algo en común, entonces si queda la misma expresión en cada uno de los subgrupos, entonces se lo puede escribir como producto del factor común por lo que queda dentro del paréntesis.

Ejemplo:

◆ $3x - 2ab + nx - 2bx + an + 3a$

| | |
|---|--|
| <p>Puedo hacer 2 subgrupos con 3 términos cada uno</p> $(3x + nx - 2bx) + (3a + an - 2ab)$ $x(3 + n - 2b) + a(3 + n - 2b)$ $(x + a).(3 + n - 2b)$ | <p>Puedo hacer 3 subgrupos con 2 términos cada uno</p> $(3x + 3a) + (nx + an) + (-2bx - 2ab)$ $3(x + a) + n(x + a) - 2b(x + a)$ $(3 + n - 2b).(x + a)$ |
| <p>Luego $3x - 2ab + nx - 2bx + an + 3a = (x + a).(3 + n - 2b)$</p> | |

Tercer caso: Trinomio Cuadrado perfecto

Se llama trinomio cuadrado perfecto al trinomio tal que dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

| | |
|--|--|
| <p><u>Ejemplo 1</u></p> $25x^2 + 10xy^2 + y^4 = (5x + y^2)^2$ $\downarrow \quad \quad \downarrow$ $\sqrt{25x^2} = 5x \quad \sqrt{y^4} = y^2$ $10xy^2 = 2.(5x).(y^2)$ | <p><u>Ejemplo 2</u></p> $4 - 12x + 9x^2 = (2 - 3x)^2$ $\downarrow \quad \quad \downarrow$ $\sqrt{4} = 2 \quad \sqrt{9x^2} = 3x$ $-12x = 2.(2).(-3x)$ |
|--|--|

Cuarto caso: Cuatrinomio cubo perfecto

Todo cuatrinomio en el cual dos de los términos son cubo perfecto (a^3) y (b^3), un tercer término es el triplo del cuadrado de la base del primer cubo por la base del

segundo($3.a^2.b$), y el cuarto término es el triplo de la pase del primer cubo por el cuadrado de la base del segundo($3.a.b^2$).

Ejemplo:

| | |
|--|---|
| $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> \downarrow $\sqrt[3]{x^3} = x$ </div> <div style="text-align: center;"> \downarrow $\sqrt[3]{8y^3} = 2y$ </div> </div> <div style="margin-top: 20px;"> $6x^2y = 3.(x)^2.(2y)$ $12xy^2 = 3.(x).(2y)^2$ </div> | $27 - 54x + 36x^2 - 8x^3 = (3 - 2x)^3$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> \downarrow $\sqrt[3]{27} = 3$ </div> <div style="text-align: center;"> \downarrow $-\sqrt[3]{8x^3} = -2x$ </div> </div> <div style="margin-top: 20px;"> $-54x = 3.(3)^2.(-2x)$ $36x^2 = 3.(3).(-2x)^2$ </div> |
|--|---|

Quinto caso: Diferencia de cuadrado.

La diferencia de cuadrado es igual al producto de la suma por la diferencia de las bases de dichos cuadrados.

Ejemplo:

$$(16 - x^2) = (4 - x).(4 + x)$$

$$(100 - y^2) = (10 - y).(10 + y)$$

Sexto caso: Suma o Diferencia de potencias de igual grado.

A) Suma de potencias de igual grado con exponente impar

La suma de dos potencias de igual grado, de exponente impar, es igual al producto de la suma de las bases por el cociente que resulta de dividir la primera suma por la segunda.

Ejemplo:

$$(x^3 + 8) = (x^3 + 2^3)$$

Voy a hallar el cociente de $(x^3 + 8)$ lo divido por $(x + 2)$, aplico Ruffini

| | | | | | | |
|---|--------|---------|-----|---------------------|-------------------|----------|
| $x^3 + 0x^2 + 0x + 8$ | \div | $x + 2$ | $=$ | $1x^2 - 2x + 4 + 0$ | \longrightarrow | Cociente |
| $-2 \mid \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 8 \end{array}$ | | | | | | |

Luego: $(x^3 + 8) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

B) Suma de potencia de igual grado con exponente par

La suma de potencia de igual grado de exponente par, no es divisible ni por la suma ni por la diferencia de sus bases, dicha suma **no** se puede **factorar**

Ejemplo:

$$(x^2 + 4) = \text{"No se puede Factorar"}$$

C) Diferencia de potencia de igual grado con exponente par

La diferencia de dos potencias de igual grado, de exponente par, es igual al producto de la suma o de la diferencia de sus bases por el respectivo cociente que resulta de la primera diferencia dividida por la suma o diferencia de las bases.

Ejemplo:

$$(x^4 - 16) = (x^4 - 2^4)$$

Aplico Ruffini para hallar el cociente entre $(x^4 - 16)$ y $(x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & x^4 & +0x^3 & +0x^2 & +0x & -16 \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & 1x^3 & +2x^2 & +4x & +8 & +0 \end{array} \longrightarrow \text{Cociente}$$

Luego:

$$(x^4 - 16) = (x - 2) \cdot (x^3 + 2x^2 + 4x + 8)$$

D) Diferencia de potencia de igual grado con exponente impar

La diferencia de potencia de igual grado con exponente impar, es únicamente divisible por la diferencia de las bases.

Ejemplo:

$$(x^3 - 8) = (x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)$$

SIMPLIFICACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Para simplificar una fracción algebraica, se factorean el numerador y el denominador y se suprimen todos los factores comunes a ambos.

Ejemplo :Simplificar la siguiente fracción. $\frac{x^3 - x^2y + xy^2}{7x^3y - 7x^2y^2 + 7xy^3}$

Se factoriza el numerador y el denominador

$$x^3 - x^2y + xy^2 = x.(x^2 - xy + y^2)$$

$$7x^3y - 7x^2y^2 + 7xy^3 = 7xy.(x^2 - xy + y^2)$$

Luego:

$$\frac{x^3 - x^2y + xy^2}{7x^3y - 7x^2y^2 + 7xy^3} = \frac{\cancel{x}.(x^2 - \cancel{xy} + y^2)}{7\cancel{xy}.(x^2 - \cancel{xy} + y^2)} = \frac{1}{7y}$$

SUMAS Y RESTAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS CON IGUAL DENOMINADOR

Para operar con igual denominador, se realiza lo mismo que con las operaciones con fracciones con igual denominador, se escribe el mismo denominador y se suma o resta los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{2ab}{3xy^2} + \frac{(a+5)}{3xy^2} + \frac{(2-a)}{3xy^2} = \frac{2ab + a + 5 + 2 - a}{3xy^2} = \frac{2ab + 7}{3xy^2}$$

$$\frac{3a}{m^3 - x} - \frac{a+b}{m^3 - x} = \frac{3a - (a+b)}{m^3 - x} = \frac{2a - b}{m^3 - x}$$

SUMAS Y RESTAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS CON DISTINTO DENOMINADOR

Cuando los denominadores son distintos. Las fracciones se reducen previamente a mínimo común denominador y se procede como en el caso anterior.

Ejemplo:

$$\frac{3}{(x-1)} + \frac{4x}{2x+2} - \frac{2x}{x^2-1}$$

Se factoriza los denominadores:

$$\left. \begin{array}{l} (x-1) = (x-1) \\ 2x+2 = 2(x+1) \\ x^2-1 = (x-1).(x+1) \end{array} \right\} \text{ Común denominador } 2(x-1).(x+1)$$

Luego, se escribe con los denominadores factorizados y se resuelve igual que las operaciones con fracciones con distintos denominador.

$$\begin{aligned} \frac{3}{(x-1)} + \frac{4x}{2x+2} - \frac{2x}{x^2-1} &= \frac{3}{(x-1)} + \frac{4x}{2.(x+1)} - \frac{2x}{(x+1).(x-1)} \\ &= \frac{3.(2).(x+1) + 4x.(x-1) - 2x(2)}{2.(x+1).(x-1)} \\ &= \frac{6x+6+4x^2-4x-4x}{2.(x+1).(x-1)} \\ &= \frac{-2x+6+4x^2}{2.(x+1).(x-1)} \\ &= \frac{-2(x+3+2x)}{2.(x+1).(x-1)} = \frac{(x+3+2x)}{(x+1).(x-1)} \end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

El producto de varias expresiones algebraicas es otra fracción algebraica, se factoriza previamente los numeradores y denominadores con el fin de simplificar las expresiones, la simplificación del producto de fracciones algebraicas se realiza igual que la simplificación del producto de fracciones numéricas.

El cociente entre dos fracciones algebraicas es la fracción que resulta al multiplicar el dividendo por la fracción recíproca del divisor. Se factoriza previamente cada expresión para luego simplificar. La simplificación de cociente de fracciones algebraicas se realiza igual que la simplificación de cociente entre fracciones numéricas.

Ejemplo:

$$\frac{am - a}{a^2 - x^2} \times \frac{(a + x)}{a^2} \times \frac{3a - 3x}{mx - x}$$

Se factoriza todas las expresiones

- $am - a = a.(m - 1)$
- $(a^2 - x^2) = (a - x).(a + x)$
- $(a + x) = (a + x)$
- $a^2 = a^2$
- $3a - 3x = 3.(a - x)$
- $mx - x = x.(m - 1)$

1) Luego se escribe todas las expresiones factorizadas.

$$\frac{a(m - 1)}{(a - x).(a + x)} \times \frac{(a + x)}{a^2} \times \frac{3(a - x)}{x.(m - 1)}$$

2) Luego se simplifica

$$\frac{\cancel{a(m-1)}}{(\cancel{a-x}).(\cancel{a+x})} \times \frac{(\cancel{a+x})}{a^2} \times \frac{3(\cancel{a-x})}{x.(\cancel{m-1})} = \frac{3}{ax}$$

Ejemplo de división:

$$\frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{3x^3 - 12x^2} : \frac{x^2 - 16}{6x}$$

Se factoriza todas las expresiones

- $x^3 - 8x^2 + 16x = x.(x^2 - 8x + 16) = x.(x - 4)^2$
- $3x^3 - 12x^2 = 3x^2.(x - 4)$
- $x^2 - 16 = (x - 4).(x + 4)$
- $6x = 6x$

1) Se escribe todas las expresiones factorizada, pero la fracción divisor se invierte

$$\frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{3x^3 - 12x^2} : \frac{x^2 - 16}{6x} = \frac{x.(x - 4)^2}{3x^2.(x - 4)} \times \frac{6x}{(x - 4).(x + 4)}$$

2) Luego se simplifica

$$\frac{\cancel{x}.\cancel{(x-4)}^2}{\cancel{3x^2}.\cancel{(x-4)}} \times \frac{\cancel{6x}^2}{(\cancel{x-4}).(x+4)} = \frac{2}{x+4}$$

ECUACIONES

Una **ecuación** es una igualdad en la que aparecen números y letras ligadas mediante operaciones algebraicas. Las letras, cuyos valores son desconocidos se llaman “**incógnitas**”.

Identidad e igualdad: ¿es lo mismo?

Si una igualdad se satisface para cualquier valor asignado a sus letras, se llama **identidad** y, si sólo se satisface para algún valor asignado a sus letras (x), se llama **ecuación**.

Ejemplos:

Identidad: $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$ (cualquier valor de m y n)

Ecuación: $m - 2 = 3m - 12$ (sólo para cuando $m = 5$)

ECUACIÓN LINEAL

Una ecuación es **lineal** o de **Primer Grado** si tiene una incógnita y está elevada a la primera potencia.

Ejemplo: $x - 2 = 5x - 3$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una **solución** de la ecuación es un valor de la incógnita para el que la igualdad es cierta. **Resolver** una ecuación es encontrar su solución(o soluciones), o llegar a la conclusión de que no tiene.

- La ecuación más sencilla es de la forma $ax = b$, su única solución es $x = \frac{b}{a}$

Cuando nos enfrentamos a una ecuación más complicada, hay que empezar por transformarla en otras que sean más simples, que sean **equivalentes** (tienen la misma solución o soluciones)

Para obtener ecuaciones equivalentes, tendremos presente que las ecuaciones son iguales y, por lo tanto, cumplen las siguientes reglas de transformación:

- Si a los miembros de una ecuación se le suma(o resta) una misma cantidad, se obtiene una ecuación equivalente a la anterior.
- Si multiplicamos(o dividimos) los dos miembros por un mismo número distinto de cero, también se obtiene una ecuación equivalente.

Consideremos la ecuación: $5x - 5 = -x + 1$

Sumemos a ambos miembros de la ecuación, 5.

$$5x - 5 + 5 = -x + 1 + 5$$

$$5x = -x + 6$$

Como consecuencia el número 5 que estaba en el 1º miembro con signo (-), ha pasado al 2º miembro con signo (+).

Ahora sumemos x a ambos miembros

$$5x + x = -x + 6 + x$$

El término x que estaba en el segundo miembro con signo (-), pasa al 1º miembro con signo (+)

Dividamos por 6 a ambos miembros de la igualdad, para dejar la x sola en el 1º miembro. (El 6 que estaba multiplicando, ha pasado al segundo miembro dividiendo)

Solución: $x = 1$

Hemos resuelto la ecuación siguiendo un proceso que se llama **despejar la incógnita**, el cual consta de tres etapas.

1. Agrupar en un miembro todos los términos con x, y en el otro todos los números, usando para ello la regla de transposición.

$$5x + x = 5 + 1$$

2. Reducir los términos semejantes, llegando a una ecuación del tipo $a.x = b$

$$6x = 6$$

↑

Coeficiente de x

3. Finalmente, dividir los dos miembros por el coeficiente de x, para obtener la solución.

$$x = 1$$

Comprobación: Si se han hecho bien las operaciones, el valor encontrado para x es la solución. No obstante, lo sustituimos en la ecuación para confirmarlo:

$$5(1) - 5 = - (1) + 1$$

Efectivamente $x = 1$, es solución.

Ecuaciones sin solución

Por ejemplo, la ecuación $x = x - 5$ no tiene solución ya que no existe ningún número que al restarle 5 nos dé el mismo.

Si intentamos resolverla llegaremos a una ecuación equivalente que no tiene solución:

$$x - x = -5$$

$$0.x \neq -5$$

Ecuaciones con paréntesis y denominadores

Resolver lo que tenemos dentro del paréntesis o distribuir. Luego despejar la incógnita.

Para suprimir los denominadores de una ecuación, se multiplican los dos miembros por algún múltiplo de todos los denominadores, que de esta manera serán cancelados.

Es preferible el mínimo común múltiplo, para que los coeficientes se mantengan pequeños.

INECUACIONES

Las **desigualdades** que contienen varias variables se llaman **inecuaciones**.

Trabajaremos con inecuaciones de primer grado con una incógnita. Resolver una inecuación es encontrar todos los valores de la incógnita que la verifican, y el conjunto solución es un intervalo real o vacío.

Una inecuación se resuelve como una ecuación, salvo en el caso en que se divida o multiplique a ambos miembros por un número negativo, lo que invierte el sentido de la desigualdad.

Ejemplo

a) $-3x < 2 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$ la solución es $(-\frac{2}{3}, +\infty)$

b) $-4x > 8 \Rightarrow x < -2$ la solución es $(-\infty; -2)$

SISTEMA DE ECUACIONES

Un **sistema de ecuaciones**, es un conjunto de una o más ecuaciones con una cierta cantidad de incógnitas.

Ejemplos:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 3y = -7 \\ 6x + 2y = 9 \\ 3x + 9y = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x + 2y = 9 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 8y - 3z = 2 \\ 2x + 3y - 5z = 1 \\ -1x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$$

a) 3 ecuaciones y 2 incógnitas

b) 2 ecuaciones y 2 incógnitas

c) 3 ecuaciones y 3 incógnitas

“Estudiaremos los distintos métodos para resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas y dos ecuaciones”

¿Puedes decir cuántas ecuaciones y cuántas incógnitas hay en los siguientes sistemas?

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 2 \\ -3x + 5y + 1z = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = -7 \\ -9x + \frac{1}{2}y = 1 \\ -7x + 2y = 0 \\ -2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 2y + 2z = 2 \\ 2x + 3y + 1z = 3 \\ 5x + y - z = 0 \\ 2x - 1y - 2z = -1 \end{cases}$$

Método de Sustitución:

Se resume en los siguientes pasos.

1. Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones del sistema.
2. Se sustituye en la otra ecuación dicha incógnita por la expresión obtenida.
3. Se resuelve la ecuación obtenida
4. Se reemplaza el valor obtenido en la ecuación original para obtener el otro valor de la incógnita

Ejemplo: Resuelve el siguiente sistema de ecuación por el método de sustitución.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$$

1. **Despejar** una incógnita en una ecuación, por ejemplo de la primera ecuación despejamos x (puede ser x o y)

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - y = 9 \end{cases} \quad 2x + 3y = 7 \longrightarrow 2x = 7 - 3y \longrightarrow x = \frac{7 - 3y}{2}$$

Luego, la x despejada $\longrightarrow x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}y$

2. **Sustituir:**

Sustituyo en la otra ecuación, en donde dice x, la reemplazo por lo x despejada en la parte 1

$$x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}y$$

$$5x - y = 9 \quad 5 \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}y \right) - y = 9$$

3. **Resolver la ecuación**

$$5 \cdot \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}y \right) - y = 9 \quad \Rightarrow \quad \frac{35}{2} - \frac{15}{2}y - y = 9$$

$$-\frac{15}{2}y - y = 9 - \frac{35}{2} \quad \Rightarrow \quad -\frac{17}{2}y = -\frac{17}{2}$$

$$y = -\frac{17}{2} \div -\frac{17}{2} \quad \Rightarrow \quad y = 1$$

4. **Reemplazar** para obtener el otro valor de la incógnita. Se puede reemplazar en

cualquiera de las dos ecuaciones

$$x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}y$$

$$x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2}(1) \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{2} \quad \boxed{x = 2}$$

Solución del sistema $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Método de Igualación

Se resume en los siguientes pasos:

1. Se despeja la misma incógnita de las dos ecuaciones (x o y)
2. Se igualan las dos expresiones obtenidas en el paso 1.
3. Se resuelve la ecuación
4. Se reemplaza el valor obtenido en el paso 3, en cualquiera de las dos expresiones obtenidas en el primer paso.

Ejemplo: Resuelve el siguiente sistema de ecuación por el método de igualación

$$\begin{cases} 2x - 5y = -9 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$$

1. De la primera ecuación despejo x

$$2x - 5y = -9$$

$$2x = -9 + 5y$$

$$x = -\frac{9}{2} + \frac{5}{2}y$$

De la segunda ecuación despejo x

$$x + 4y = 2$$

$$x = 2 - 4y$$

$$x = 2 - 4y$$

2. Igualamos ambas expresiones

$$-\frac{9}{2} + \frac{5}{2}y = 2 - 4y$$

3. Resuelve la ecuación:

$$-\frac{9}{2} + \frac{5}{2}y = 2 - 4y$$

$$\frac{5}{2}y + 4y = 2 + \frac{9}{2}$$

$$\frac{13}{2}y = \frac{13}{2}$$

$$y = \frac{13}{2} : \frac{13}{2}$$

Luego $y = 1$

4. Se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones despejadas.

| | |
|--|--|
| <p>1. $x = -\frac{9}{2} + \frac{5}{2}y$</p> <p>$x = -\frac{9}{2} + \frac{5}{2}.1$</p> <p>$x = -2$</p> | <p>2. $x = 2 - 4y$</p> <p>$x = 2 - 4.1$</p> <p>$x = -2$</p> |
|--|--|

Solución del sistema $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Método de sumas y restas. Método de Reducción

Se resume en los siguientes pasos:

1. Se multiplican las ecuaciones con los coeficientes opuestos de la incógnita a despejar
2. Se resta o se suma las ecuaciones, con lo que se consigue eliminar dicha incógnita.
3. Se resuelve la ecuación
4. Se reemplaza el valor obtenido en la otra o se aplica el mismo método de nuevo

Ejemplo: Resuelve el siguiente sistema de ecuación por el método de reducción:

$$\begin{cases} 2x - \frac{5}{3}y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases}$$

1. Si quiero eliminar **x**, y despejar **y**, multiplico la ecuación 1 con el coeficiente de la variable x de la ecuación 2, multiplico la ecuación 2 por el coeficiente de la variable x de la ecuación 1.

$$\begin{array}{l} \begin{array}{c} 3 \curvearrowright \\ 2 \curvearrowleft \end{array} \begin{cases} 2x - \frac{5}{3}y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{cases} \end{array} = \begin{cases} 6x - 5y = 15 \\ 6x - 8y = 6 \end{cases}$$

2. Resto la ecuación 1 con la 2.

3. Resuelvo

$$\begin{array}{r} 6x - 5y = 15 \\ - \quad 6x - 8y = 6 \\ \hline \end{array}$$

$$0x + 3y = 9$$

$$3y = 9$$

$$y = 9 \div 3$$

$$\boxed{y = 3}$$

4. Aplico el mismo método para hallar x

Multiplico cruzado los coeficiente de la variable y

$$\begin{array}{r} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ -4 \\ -\frac{5}{3} \\ \curvearrowleft \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x - \frac{5}{3}y = 5 \\ 3x - 4y = 3 \end{array} \right. \\ \hline \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ -8x + \frac{20}{3}y = -20 \\ -5x + \frac{20}{3}y = -5 \\ \curvearrowright \end{array} \end{array}$$

$$-8x + \frac{20}{3}y = -20$$

$$-5x + \frac{20}{3}y = -5$$

$$-3x + 0y = -15$$

$$x = -15 \div -3$$

$$\boxed{x = 5}$$

$$\text{Solución del sistema } \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Método de Determinante

Se resume en los siguientes pasos:

1. Hallar el valor del discriminante
2. Hallar el valor de x y de y (dividiendo lo por el valor del discriminante)

Dado el sistema en forma general:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde a_1, a_2, b_1 y b_2 son los coeficientes de las incógnitas y c_1 y c_2 es el resultado de las ecuaciones

Para calcular x:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1 \times b_2 - c_2 \times b_1}{a_1 \times b_2 - a_2 \times b_1}$$

Para calcular y:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1 \times c_2 - a_2 \times c_1}{a_1 \times b_2 - a_2 \times b_1}$$

Ejemplo: Aplica el método de Determinante

$$\begin{cases} 4x - 3y = -7 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -7 & -3 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-7 \times 2 - 9 \times (-3)}{4 \times 2 - 6 \times (-3)} = \frac{-14 + 27}{8 + 18} = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ 6 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{4 \times 9 - 6 \times (-7)}{4 \times 2 - 6 \times (-3)} = \frac{36 + 42}{8 + 18} = \frac{78}{26} = 3$$

$$\text{Solución del sistema} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$$

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Para obtener las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a \neq 0$ para que sea de segundo grado. Pero puede faltar el término en x , o el independiente (ello da lugar a ecuaciones incompletas de fácil solución).

Ecuaciones sin término en x : $ax^2 + c = 0$

Las resolvemos despejando directamente x .

Ejemplos:

$$1) x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

$$2) x^2 + 9 = 0 \rightarrow x^2 = -9 \quad \text{No tiene solución en el campo Real.}$$

Ecuaciones sin término independiente: $ax^2 + bx = 0$

Comenzamos sacando factor común x .

Ejemplo: $7x^2 + 4x = 0$

$x \cdot (7x + 4) = 0$ el producto de dos números reales iguales a cero, implica que uno de ellos es cero.

$$x = 0 \quad \text{o} \quad 7x + 4 = 0$$

Soluciones: $x = 0$; $x = -4/7$

Ecuaciones factorizadas

Si la ecuación aparece descompuesta en factores e igualada a cero aplicamos el principio anterior.

Ejemplos:

1) Resuelve: $(x + 5)(6x - 7) = 0$

Solución: La igualdad $(x + 5)(6x - 7) = 0$, dice que uno de los factores es cero

$$x + 5 = 0 \quad \text{o} \quad 6x - 7 = 0$$

Las soluciones: $x = -5$; $x = 7/6$

2) Resuelve: $-9(x + 7)(x^2 - 16) = 0$

De los tres factores, sólo pueden hacerse cero el segundo o el tercero, luego:

$$x + 7 = 0 \quad \text{o} \quad x^2 - 16 = 0$$

Luego, aplicando el primer caso, se obtiene: $x = -7$; $x = \pm 4$

Soluciones: $x = -7$; $x = 4$; $x = -4$

Soluciones de la ecuación completa: $ax^2 + bx + c = 0$

Para resolver las soluciones de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ aplicamos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El doble signo proporciona-cuando existen en el campo de los números reales-las dos soluciones de la ecuación.

Ejemplos:

1) Resuelve $3x^2 - 2x - 1 = 0$,

Solución: Aplicando la fórmula, donde $a = 3$, $b = -2$; $c = -1$, se obtiene:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6}$$

Esto nos dice que hay dos valores de $x = \frac{2+4}{6}$; $x = \frac{2-4}{6}$.

En consecuencia, las soluciones son: $x = 1$; $x = -1/3$

2) Resuelve: $12x^2 + 12x + 3 = 0$

Solución: Simplificando previamente dividiendo por 3.

$$4x^2 + 4x + 1 = 0,$$

Aplicando la fórmula con $a = 4$, $b = 4$; $c = 1$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (1)}}{2 \cdot 4} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-4}{8} \end{aligned}$$

Como la radicación es nula, la solución es $x = -1/2$

3) Resuelve: $7x^2 - 2x + 1 = 0$

Solución:

Aplicando nuevamente la fórmula, con $a = 7$, $b = -2$, $c = 1$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (1)}}{2 \cdot 7} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 28}}{14} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{-24}}{14} \end{aligned}$$

No hay solución porque la raíz de un número negativo no existe en el campo de los números reales.

Discriminante

Al radicando $b^2 - 4ac$, se lo denomina **discriminante**, ya que el valor del mismo sirve para determinar la naturaleza de las raíces y se lo simboliza con la letra griega delta Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

De acuerdo al valor que tome Δ podemos decir como son las raíces

Si $\Delta > 0$ entonces las raíces son **reales y distintas**.

Si $\Delta = 0$ entonces las raíces son **reales e iguales**

Si $\Delta < 0$ entonces las raíces son **complejas conjugadas**

Unidad 0

Actividad N°1 : Marcar con una cruz (x) al campo numérico que pertenece cada número.

| Número | N | Z | Q | I | R |
|--|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{2}$ | | | | | |
| -8 | | | | | |
| $-\sqrt[3]{27}$ | | | | | |
| 0,125 | | | | | |
| $\frac{1}{3}$ | | | | | |
| 6 | | | | | |
| $\sqrt{16}$ | | | | | |
| $(\sqrt{2})^2$ | | | | | |
| $-(-3)$ | | | | | |
| 1,5566556655... | | | | | |
| $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}$ | | | | | |
| $\sqrt{3} + 1$ | | | | | |
| $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$ | | | | | |
| $\left(-\frac{8}{4}\right)$ | | | | | |

Actividad N° 2 : Completar el cuadro escribiendo los inversos aditivos y los multiplicativos de los siguientes números racionales.

| | 3 | -5 | -1 | 2/5 | -3/4 | -1/5 | 3/2 | -5/7 |
|------------------------|---|----|----|-----|------|------|-----|------|
| Inverso Aditivo | | | | | | | | |
| Inverso Multiplicativo | | | | | | | | |

Actividad N° 3 : Unan con flecha cada número real con el intervalo al que pertenece.

| | |
|--------------------------------|---------------|
| 1) $\left(-\frac{7}{3}\right)$ | a) (0;1) |
| 2) $\sqrt{5}$ | b) (1;3) |
| 3) f | c) $(-3; -2]$ |
| 4) $\left(\frac{1}{7}\right)$ | d) $(-2; 0]$ |
| 5) $\sqrt[3]{100}$ | e) $[3; 5]$ |

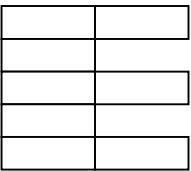
Actividad Nº 4: Escriban V (Verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

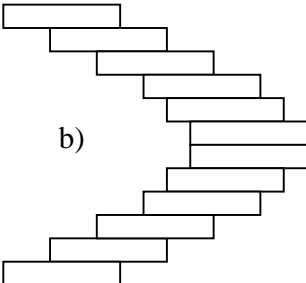
- 1) -3 es un numero natural
- 2) Todo número natural es entero.....
- 3) Todo número entero es natural.....
- 4) Los múltiplos de 11 son números enteros.....
- 5) El inverso multiplicativo de todo número entero, distinto de cero, es un número entero.....
- 6) Los números pares son racionales.....
- 7) Los números impares son irracionales.....
- 8) La raíz cuadrada de cinco es racional.....

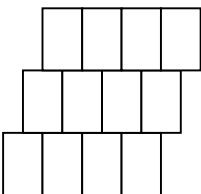
Actividad Nº 5: Completar el siguiente cuadro. Realice las operaciones.

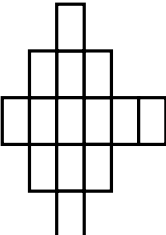
| a | b | a-b | a.b | a: b | -(a+b) |
|------|----|-----|-----|------|--------|
| 4 | -2 | | | | |
| 0 | -5 | | | | |
| -9 | -3 | | | | |
| +5 | -5 | | | | |
| -12 | +6 | | | | |
| -256 | -8 | | | | |
| 35 | -7 | | | | |

Actividad Nº 6: En cada una de las figuras pinten la parte correspondientes a la fracción indicada.

a)  $\frac{3}{8}$

b)  $\frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{4}$ 

d)  $\frac{2}{7}$

Actividad Nº 7: Dada la siguiente fracción $\frac{3}{8}$ escribe:

- a) Una fracción equivalente con denominador 48: _____
- b) Una fracción equivalente con numerador 39: _____

- c) Una fracción equivalente con numerador 12: _____
- d) Una fracción equivalente con denominador 40: _____

Actividad Nº 8

Completar para que resulten fracciones equivalentes:

$$a) \frac{3}{4} = \frac{\dots\dots}{28} = \frac{15}{\dots\dots}$$

$$b) \frac{40}{25} = \frac{\dots\dots}{75} = \frac{\dots\dots}{5}$$

$$c) \frac{9}{12} = \frac{81}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{4}$$

$$d) \frac{5}{2} = \frac{\dots\dots}{100} = \frac{40}{\dots\dots}$$

$$e) -\frac{1}{95} = \frac{\dots\dots}{285} = \frac{-5}{\dots\dots}$$

$$f) \frac{2}{7} = \frac{14}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{84}$$

Actividad Nº 9: Completen con <, > o =, según corresponda.

$$a) \frac{11}{9} \dots\dots \frac{13}{11}$$

$$b) \frac{3}{5} \dots\dots \frac{4}{7}$$

$$c) \frac{3}{8} \dots\dots \frac{5}{11}$$

$$d) -\frac{1}{9} \dots\dots \frac{13}{5}$$

$$e) -\frac{5}{7} \dots\dots -\frac{3}{2}$$

$$f) \frac{15}{2} \dots\dots \frac{23}{3}$$

$$g) -\frac{1}{7} \dots\dots -\frac{1}{9}$$

$$h) \frac{9}{13} \dots\dots \frac{8}{17}$$

$$i) \frac{1}{3} \dots\dots \frac{2}{6}$$

$$j) -\frac{3}{8} \dots\dots \frac{3}{5}$$

$$k) \frac{8}{3} \dots\dots \frac{3}{4}$$

$$l) \frac{9}{2} \dots\dots \frac{18}{4}$$

Actividad Nº 10 : Escriban en forma decimal cada una de las siguientes fracciones

$$1) \frac{17}{5} =$$

$$3) \frac{2}{45} =$$

$$5) \frac{38}{11} =$$

$$2) \frac{32}{3} =$$

$$4) \frac{11}{15} =$$

$$6) \frac{101}{330} =$$

Actividad Nº 11: Escriban como fracción irreducible cada una de las siguientes expresiones decimales

$$1) 0,\hat{8} =$$

$$3) 3,\overline{15} =$$

$$5) 2,5\hat{2} =$$

$$2) 2,\hat{5} =$$

$$4) 0,\overline{18} =$$

$$6) 5,2\hat{4} =$$

POTENCIACION Y RADICACION

Actividad Nº12: Resolver aplicando propiedades

$$a) \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 =$$

$$b) \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^6 =$$

$$c) \left(\frac{4}{5}\right)^5 \div \left(\frac{4}{5}\right)^3 =$$

$$\begin{array}{lll}
 d) \left(-\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = & e) \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^3\right]^2 = & f) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \\
 g) \left(\frac{7}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3 \div \left(\frac{7}{4}\right)^6 \div \left(\frac{7}{4}\right) = & h) \left\{\left[\left(\frac{2}{5}\right)^7\right]^0\right\}^{125} = & i) \left(\frac{8}{27}\right)^{-1} = \\
 j) \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} = & k) \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = & l) (32)^{-1} = \quad m) \sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \\
 n) \left(-\frac{1}{4}\right)^{-6} \div \left[\left(-\frac{1}{4}\right)^2\right]^{-3} = & & \tilde{n}) \sqrt[4]{14 + \sqrt[3]{5 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} =
 \end{array}$$

Actividad Nº 13

Completar con = o \neq según corresponda, explica el caso en que sea distinto

$$\begin{array}{ll}
 a) \sqrt{4+9} \quad \text{_____} \quad \sqrt{4} + \sqrt{9} = & b) \sqrt[3]{27 \cdot 8} \quad \text{_____} \quad \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{8} = \\
 c) \left(\frac{3}{4}\right)^3 \quad \text{_____} \quad \frac{3^3}{4^3} = & d) \left(5 - \frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{_____} \quad 5^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \\
 e) \sqrt{100} : 25 \quad \text{_____} \quad \sqrt{100} : \sqrt{25} = & f) -(-2)^5 \quad \text{_____} \quad 2^5 = \\
 g) \left(-\frac{5}{3}\right)^2 \quad \text{_____} \quad \frac{25}{3} = & h) (-2^4) \quad \text{_____} \quad -2^4 =
 \end{array}$$

Actividad Nº 14: Simplificar aplicando propiedades de la potenciación, con a y b distinto de cero.

$$\begin{array}{lll}
 a) (a \cdot a^2)^2 : a^5 = & b) (x^5)^3 : (x \cdot x)^2 = & c) (b \cdot b^{-2})^3 \cdot b^2 = \\
 a) \frac{a^7 \cdot a^8 : a^{10}}{(a^4 : a^5) : a^9} = & b) \frac{a^3 \cdot b^5 : (a \cdot b)^3}{a^7 \cdot b^4} = & c) \frac{(a^7 \cdot b^5)^2 : (a^4 \cdot b^{-2})}{a^{10} \cdot b^8} =
 \end{array}$$

Actividad Nº 15: Resolver utilizando las propiedades de la potenciación cuando sea posible.

$$\begin{array}{ll}
 a) \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{12}\right]^3 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^{38} = & b) 2^{-35} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{36} \cdot (2^{70})^{1/2} =
 \end{array}$$

$$c) \left(\frac{\sqrt{9^3} \cdot (27)^{-1}}{\sqrt[3]{27}} \right)^{-3} =$$

$$d) \sqrt[3]{\left[(8^5 \cdot 8^4 \div 8^8)^{-1} \cdot \frac{1}{8} \right]} =$$

$$e) \left[\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \right)^{-3} \div \left(\frac{3}{2} \cdot (-4) \right) \right]^{-1} =$$

$$f) \sqrt{\left(-\frac{4}{7} \right)^0 + \left(\frac{4}{3} \right)^{-2}} =$$

$$g) \sqrt[3]{\left(-\frac{4}{7} \right)^0 - \left[\frac{2}{3} + (0, \hat{3})^3 \right]} =$$

$$h) \sqrt{(0, \hat{1})^{-1} \cdot 0,25} - \sqrt[5]{-\left(\frac{1}{2} \right)^4 + \left(\frac{1}{2} \right)^5} =$$

Actividad Nº 16: Ejercicios combinados. Separar en términos, aplicar propiedades cuando sea conveniente, y simplificar resultado:

$$a) \sqrt[3]{\left(\frac{3}{5} - 1 \right) \cdot \frac{5}{16}} =$$

$$\text{Respuesta: } -\frac{1}{2}$$

$$b) \left(1,3 \times 0,5 - \frac{1}{20} \right)^{-2} =$$

$$\text{Respuesta: } \frac{25}{9}$$

$$c) \sqrt[3]{\left(\frac{7}{3} - 0, \hat{1} \right) \cdot \frac{50}{3}} =$$

$$\text{Respuesta: } \frac{10}{3}$$

$$d) \left[(1, \hat{3} - 0, \hat{8}) \div (-0, \hat{3}) \right]^3 =$$

$$\text{Respuesta: } -\frac{64}{27}$$

$$e) \left(3 - \frac{1}{2} \right)^{-2} - 0,02 \div \frac{1}{10} + \sqrt[3]{\frac{7}{8}} - 1 =$$

$$\text{Respuesta: } -\frac{27}{50}$$

$$f) \left(\frac{1}{2} - 1 \right)^{-2} + (0, \hat{3})^2 - \sqrt{1 - 0, \hat{8}} =$$

$$\text{Respuesta: } \frac{34}{9}$$

$$g) (2)^{-2} \cdot \sqrt{1,44} + \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{1 \div \frac{36}{25}} =$$

$$\text{Respuesta: } -\frac{41}{30}$$

$$h) \left[\sqrt[3]{1 - 0,992} + \left(\frac{5}{2} \right)^{-1} \right]^2 - (0,32) \times \left(\sqrt[5]{\frac{1}{32}} \right)^{-1} =$$

$$\text{Respuesta: } -\frac{7}{25}$$

Actividad Nº 17: Reemplazar cada expresión decimal por su fracción equivalente y resolver. Puedes usar calculadora.

$$a) 0,8\hat{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \div 0,6 =$$

$$b) \frac{0,5 - 0,25}{1 + \frac{1}{2}} \div \frac{1}{2 - 0,75} =$$

$$c) \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{5} - 0,3 \right) \div 0,2 =$$

$$d) -\frac{2}{5} \cdot \left[1 + \frac{2}{3} \cdot \left(0,25 - \frac{1}{5} \right) \right] =$$

Actividad Nº 18: Descomponer y extraer factores, luego simplificar si es posible

$$a) \sqrt{160}$$

$$b) \sqrt{180}$$

$$c) \sqrt{300}$$

$$d) \sqrt[3]{250}$$

$$e) \frac{1}{5} \sqrt[3]{375}$$

$$f) \sqrt[3]{128a^7b^7c^9}$$

$$g) \sqrt[5]{\frac{250a^7c^9}{125b^8d^{10}}}$$

$$h) \sqrt{100a^7d^4}$$

Actividad Nº 19: Efectuar las siguientes sumas y restas algebraicas.

$$a) \sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 3\sqrt{5} =$$

$$b) \sqrt{2} - \sqrt{200} + \sqrt{72} =$$

$$c) \frac{1}{3}\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{40} - 2\sqrt[3]{5} =$$

$$d) \sqrt{\frac{5}{18}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{125}{8}} =$$

$$e) \sqrt{45} - \sqrt{80} =$$

$$f) 3\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{625} =$$

$$g) \frac{1}{2}\sqrt[3]{16} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{54} - \frac{2}{5}\sqrt[3]{250} =$$

$$h) \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{1715} + \sqrt[3]{320} =$$

$$i) 2\sqrt{52} + (-4)\sqrt{117} + 120\sqrt{13}$$

$$j) 3\sqrt{18} + -16\sqrt{2} + \sqrt{50} - 4\sqrt{32}$$

$$k) 5\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 9\sqrt{32} =$$

$$m) 4\sqrt{45} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{125} =$$

$$n) \frac{2}{3}\sqrt{\frac{4}{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{16} + \frac{1}{4}\sqrt{72} =$$

$$\tilde{n}) 4\sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{40} + 3\sqrt[3]{3} =$$

Actividad Nº 20: Realizar las siguientes multiplicaciones y divisiones con radicales

$$a) \sqrt{40} \cdot \sqrt[3]{60} =$$

$$b) 5\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{8} =$$

$$c) \sqrt{a^7b^8c^9} \cdot \sqrt{a^2b^2c^3} =$$

$$d) \sqrt[3]{128a^7b^8c^9} \div \sqrt[4]{36a^3bd} =$$

$$e) \sqrt{40} \div \frac{1}{2}\sqrt[3]{60} =$$

$$f) \sqrt[5]{(a-x)^3} \cdot \sqrt[10]{(a-x)} =$$

$$g) 3\sqrt{32} \cdot \sqrt[5]{128} =$$

$$h) \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{60}} =$$

Actividad N° 21: Racionalizar las siguientes expresiones.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \frac{3+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = & \text{b)} \frac{4}{\sqrt[3]{16}} = & \text{c)} \frac{2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = & \text{d)} \frac{1}{\sqrt{f}} = \\ \text{e)} \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = & \text{f)} \frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt[4]{9a^2}} = & \text{g)} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{5}}} = & \text{h)} \frac{a}{\sqrt[7]{a^4}} = \\ \text{i)} \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = & \text{j)} \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = & \text{k)} \frac{3}{2+\sqrt{7}} = \end{array}$$

Actividad N° 22: Hallen y verifiquen los siguientes logaritmos aplicando la definición.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \log_2 64 = & \text{b)} \log_5 125 = & \text{c)} \log_3 27 = \\ \text{d)} \log_9 \frac{1}{81} = & \text{e)} \log_{10} 0,001 = & \text{f)} \log_2 \frac{1}{8} = \\ \text{g)} \log_3 \sqrt{3} = & \text{h)} \log_a \sqrt[3]{a^2} = & \text{i)} \log_a 1 = \end{array}$$

Actividad N° 23: Dadas las siguientes potencias, escribir los logaritmos que se derivan de ellas como operación inversa.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 2^0=1 \dots\dots\dots & \text{b)} 4^2=16 \dots\dots\dots \\ \text{c)} 2^1=2 \dots\dots\dots & \text{d)} 4^0=1 \dots\dots\dots \\ \text{e)} 2^6=64 \dots\dots\dots & \text{f)} 4^{-3}=\frac{1}{64} \dots\dots\dots \end{array}$$

Actividad N°24: Resolver las siguientes operaciones aplicando la definición de logaritmo:

$$\begin{array}{ll} 1) \log_5 25 + \log_2 \frac{1}{4} = & \text{Rta}=0 \\ 2) (\log_7 49)^2 - \log_2 16 = & \text{Rta}=0 \\ 3) \log 1000 - \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{3}} 1 = & \text{Rta}=3 \\ 4) \left[\log_2 8 - \log_3 \frac{1}{3} \right]^{\frac{1}{2}} = & \text{Rta}=2 \\ 5) \left(\log_5 \frac{1}{25} \right)^3 - \frac{1}{\log_{\frac{1}{9}} 3} = & \text{Rta}=-6 \\ 6) \frac{\log_5 1 + \log_{\frac{1}{81}} 3}{\log_3 81 - \log_{\frac{1}{9}} 81} = & \text{Rta}=-\frac{1}{24} \end{array}$$

Actividad Nº 25: Resuelvo las siguientes ecuaciones

a) $2^x + 3 \cdot 2^x = \frac{5}{4}$

b) $\log x^2 + \log x^2 = 8$

c) $1,5^x = 5,0625$

d) $(x+1)^{-3} = 0,86383$

e) $\sqrt[3]{0,025} = 0,158$

f) $2^{4x-1} - 2 = 8$

g) $\log_4(x+5) = 2$

h) $3^{x+2} - 3^{x-1} + 3^x = 87$

i) $\log_{\sqrt{x}}(3x-1) = 2$

j) $25^{x-2} = 5^{x+2}$

k) $9^{\frac{2}{x}} = 3$

l) $5^{x+2} - 10 \cdot 5^{x-1} = 23$

ll) $4^{x+3} = 264$

m) $\log x + \log 4 = 0$

n) $\log 9 = 2 \cdot \log(x-2)$

o) $10^x = 8$

p) $4^{x-3} = \frac{1}{2^x}$

q) $5^{x^2-2} = 7$

r) $3^{2x} - 5 = 76$

s) $10 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} - 3^{x+2} = -54$

Actividad Nº26: Definir por extensión, los siguientes conjuntos formados por:

- a) los colores del arco iris.
- b) Los meses del año.
- c) Los números impares comprendidos entre 4 y 14
- d) Los múltiplos de 3 mayores que 5 y menores que 17.
- e) Los múltiplos de 5 mayores que 22 y menores que 38.
- f) $\{x/x \text{ signos del zodiaco}\}$
- g) Los números primos menores de 15

Actividad Nº27: Definir por comprensión, cada uno de los siguientes conjuntos.

- a) $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- b) $B = \{1,3,5,7,9\}$
- c) $C = \{\text{azul, rojo, amarillo}\}$
- d) $D = \{\text{pulgar, indice, mayor, anular, meñique}\}$
- e) $E = \{\text{Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Jupiter, Saturno, Urano, Neptuno, Plutón}\}$

Actividad Nº28: Dados los siguientes conjuntos.

$$A = \{2,4,5,7,9\}$$

$$B = \{5,9\}$$

$$C = \{2,4,6,7,9\}$$

Decir cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas o falsas y porque.

a) $B \subset A$

b) $B \subset C$

c) $C \subset A$

Actividad Nº29: Colocar V o F.

a) $5 \in \{2,4,5,6,7,8\}$ ☐

b) $r \notin \{o, p, r, s, t\}$ ☐

c) $\text{Brasil} \in \{\text{países de Africa}\}$ ☐

d) $\text{Paraná} \notin \{\text{ríos de America}\}$ ☐

Actividad Nº 30: ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son vacíos, unitarios, finitos, infinitos?

a) $A = \{\text{meses del año}\}$

b) $B = \{\text{vocales de la palabra taza}\}$

c) $C = \{\text{los números pares}\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{N} / 6 < x < 8\}$

e) $E = \{x / x \text{ es presidente del océano Atlántico}\}$

f) $F = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 3\}$

Actividad N º 31: Decir cuál es el conjunto complementario de:

a) $A = \{2,3,4\}$ con respecto al conjunto de todos los números de una cifra

b) $B = \{a,u\}$ con respecto al conjunto de las vocales.

c) $C = \{x / x \text{ color primario}\}$ con respecto al conjunto de los colores del arco iris.

Actividad N º32: Dados los conjuntos.

$$A = \{3,5,4,8\}$$

$$B = \{1,2,3,4,6\}$$

$$C = \{5,7,9\}$$

Hallar: a) $A \cup B$

b) $A \cap C$

c) $B \cup C$

d) $A \times B$

e) $C \times B$

Actividad N° 33: Dados los conjuntos:

$$M = \{0,2,5,7,8\} \quad N = \{5,7,9,6\} \quad P = \{0,2,5,6,1,8\}$$

Hallar por medio del diagrama de Venn y expresarlo en forma de extensión:

$$a) M \cap N \quad b) M \cap N \cap P \quad c) M \cup N \cap P \quad d) M - N \quad e) M \cap (P - N)$$

Actividad N°34: Plantear y resolver las siguientes situaciones utilizando los conjuntos.

A) Una encuesta de 150 alumnos sobre idiomas extranjeros, arrojó el siguiente resultado: 54 pueden leer inglés, 45 pueden leer francés, 28 pueden leer alemán, 17 pueden leer Inglés y Francés, 11 pueden leer francés y alemán y 8 pueden leer los 3 idiomas. ¿Cuántos pueden leer solamente inglés? , ¿Cuántos no pueden leer ninguno de los 3 idiomas? ¿Cuántos pueden leer sólo un idioma?

B) El equipo de fútbol “ EL PACHI” está formado por Pedro, Diego, Hugo, Carlos, Roberto, Rolando y Edgar. El equipo de Olimpiadas de Matemáticas de dicha clase está formado por Andrea, Diego, Cristina, José Rolando y Edgar. ¿Quiénes están en ambos equipos? ¿Quiénes están en al menos uno de los dos equipos? ¿Quiénes están en el equipo de fútbol pero no en el de las olimpiadas? ¿Quiénes están únicamente en el equipo de las olimpiadas? ¿Quiénes están sólo en uno de esos dos equipos?

C) Laura tiene discos de diferentes géneros musicales: pop, rock, punk, gothic, clásica y jazz. Su amiga Diana tiene discos de salsa, gothic, hip-hop, pop, metal e industrial. Luis, un amigo común, quería escuchar la música que le gusta a cada una de ellas, así que le prestaron un disco de cada uno de los géneros. ¿De qué géneros le han prestado los discos? . Si Luis se decide a oír primero los discos que le gustan a ambas, ¿qué discos escucha?.

D) Se preguntó a 50 padres de alumnos sobre los deportes que practicaban, obteniéndose los siguientes resultados: 20 practican sólo fútbol, 12 practican fútbol y natación y 10 no practican ninguno de estos deportes. Con estos datos averigua el número de padres que practican natación, el número de ellos que sólo practican natación y el de los que practican alguno de dichos deportes.

E) A una prueba de ingreso a la Universidad se presentaron 100 alumnos, de los cuales 65 aprobaron el examen de Matemáticas, 25 el de Matemáticas y Física y 15 aprobaron sólo el de Física. ¿Cuántos no aprobaron ninguno de los exámenes mencionados?

Actividad N°35: Dadas las siguientes relaciones binarias, indicar dominio y recorrido de las mismas:

- a) $R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, c), (c, d)\}$
- b) $M = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$
- c) $P = \{(1, 3), (3, 1), (1, 6), (6, 1)\}$
- d) $S = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1)\}$
- e) $Q = \{(x, y) / x \in N \wedge y \in N \wedge x \leq y \wedge y \leq x\}$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Actividad N°36 Escribir en lenguaje algebraico cada uno de los siguientes enunciados.

- a) El doble de un número C.....
- b) El triple de un número A.....
- c) La mitad de un número P.....
- d) La cuarta parte de un número Q.....
- e) El siguiente de un número entero X.....
- f) Un número par.....
- g) La sexta parte de un número D mas las quinta parte de un número E.....
- h) El cuadrado de un número X.....
- i) El cuadrado del siguiente de un número Y.....
- j) La diferencia entre un número entero A y su consecutivo.....
- k) El producto entre un número A y B.....

Actividad N°37: Unir con flecha

- | | |
|--|-------------|
| a) El cuadrado de la diferencia entre dos números A y B. | $(A + B)^3$ |
| b) El doble del siguiente de un número A. | $2.(A + 1)$ |
| c) Al cubo de un número A se lo aumenta en B unidades. | $2.A + 3$ |
| d) La diferencia entre los cuadrados de dos números A y B. | $A^3 + B$ |
| e) La suma entre el doble de A y 3. | $A^2 - B^2$ |
| f) El cubo de la suma entre A y B. | $(A - B)^2$ |

Actividad N°38: Traduce estas expresiones al lenguaje coloquial

- a) $4x - 2$:
- b) $2x^3$
- c) $\frac{1}{4}(x + 3)$
- d) $(x + 2)^2$

Actividad N°39: Completar los siguientes polinomios en forma descendente.

- a) $R(x) = 12x^4 + 3x - 2$
- b) $T(x) = 5x^2 + 6x^4 + 2$
- c) $M(x) = 6x^5 + 12x^4 - 3x + 6$

Actividad N°40 Indicar el grado, nombre, coeficiente principal y coeficiente independiente de los siguientes polinomios.

| Polinomio | Grado | nombre | Coef. principal | Coef. independiente |
|---|-------|--------|-----------------|---------------------|
| $P(x) = 2x - x^2 + 7$ | | | | |
| $Q(x) = \frac{5}{3}x^3 + 2x - 7x^4 - \frac{8}{5}$ | | | | |
| $R(x) = 6y^3 - 3y + 9$ | | | | |
| $S(x) = 12x^5 - 8x^3 + 25$ | | | | |
| $T(x) = x^4 - 2$ | | | | |

Actividad N°41: Marquen con una X el polinomio que cumple con las siguientes condiciones.

1) Binomio de tercer grado

- a) $x + 3$ ☐ b. $x^3 + x + 2$ ☐ c. $3x + 1$ ☐ d. $x^3 + 1$ ☐

2) Trinomio de segundo grado

a) $2x + 3$ b. $x^2 + 2$ c. $x + 3x^2 - 5$ d. $x^2 + x^3 + x$

3) Cuatrinomio de tercer grado

a). $4x^2 + 2x - x^3$ b. $x - 5x^3 + x^2 + 5$ c. $x^3 + x$

Actividad N°42: Relacionen con una flecha cada polinomio con los datos que le correspondan.

- | | |
|---------------------------|--|
| 1) $4x^5 - 2x^2 + x - 1$ | a- Cuatrinomio de quinto grado y coeficiente principal igual a 8 |
| 2) $3x^3 - 5x + 8x^5 + 3$ | b-Binomio de tercer grado y coeficientes 2 y 7 |
| 3) $-x^4 + 5$ | c-Binomio de segundo grado y coeficiente principal igual a -1 |
| 4) $-x^2 + 3$ | d-Trinomio de segundo grado y coeficiente principal igual a 3 |
| 5) $3x^2 + 2x - 1$ | e-Binomio de cuarto grado y coeficientes -1 y 5 |
| 6) $7x + 2x^3$ | f-Cuatrinomio de quinto grado y coeficiente principal igual a 4 |

Actividad N°43: Dados los siguientes polinomios.

$$C(x) = 2x^3 + 4x^4 - 9x^2 + 8 \quad D(x) = x^5 - 1 + 3x^2 - 3x^3 \quad R(x) = -8x^2 + 6x - 2$$

Hacer:

a) $C(x) + D(x) + R(x) =$

b) $D(x) - [C(x) + R(x)] =$

c) $R(x) - C(x) =$

d) $R(x) + D(x) - C(x) =$

Actividad N°44: Resolver las siguientes sumas algebraicas.

a) $\frac{4}{3}x^2 - \left\{ \frac{1}{2}x - 3x^3 + \left[-\frac{5}{2}x^2 - (2x^3 - 3x) \right] + \frac{1}{3}x^2 \right\} =$

b) $2a + 3a^2 - \left\{ -\frac{1}{2}b + \left[\frac{1}{2}a^2 - (3a + \frac{5}{4}b) \right] + (4a^2 - \frac{1}{8}b) \right\} =$

Actividad N°45: Resolver los siguientes productos.

$$\begin{array}{ll} a)(x^2 - 2x + 5)(-2x + 1) = & b)\left(4x^5 - 2x^4 + 6x^2 - 5x - \frac{1}{2}\right)(4x^2) = \\ c)(3y^2 - 3y + 9)(2y + 3) = & d)\left(5x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x\right)(-3x^3 + 2x - 1) = \\ e)(a^3 - a^2 + a - 1)(a + 1) = & f)(4x^2 - 2x + 1)(3x - 5) \end{array}$$

Actividad N°46: Calcular el cociente y determinar el resto en las siguientes divisiones

$$\begin{array}{l} a)(8x^4 - 6x^3 + 10x^2) \div (-2x^2) = \\ b)(-10x^5 + 9x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 6x) \div (-\frac{1}{4}x) = \\ c)\left(6x^3 - 2x^2 + 9x + \frac{1}{2}\right) \div (3x^2 - 2x + 2) = \\ d)\left(4x^4 + \frac{23}{2}x^2 - 15x - 10x^3\right) \div (2x - 3) = \\ e)(10x^5 + 2x^3 + 6x + 10) \div (x^2 + 2) = \\ f)\left(12x^5 - \frac{5}{3} + x^3\right) \div (6x^2 + 5 - 3x) = \end{array}$$

Actividad N°47: Aplicar la regla de Ruffini en las siguientes divisiones: Indicar cociente y resto.

$$\begin{array}{ll} a)(x^2 - 7x + 10) \div (x - 2) = & b)(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) \div (x - 3) = \\ c)(x^4 - 2x^3 + 3) \div (x - 1) = & d)(x^3 - 27) \div (x - 3) = \\ e)\left(\frac{2}{5}x^3 + \frac{4}{5}x - \frac{9}{20}\right) : \left(x - \frac{1}{2}\right) & \end{array}$$

Actividad N°48: Desarrollar las potencias de los siguientes binomios.

$$a)(2x + 3y)^2 \quad b)(3 - 5y)^2 \quad c)(4 + 5c)^3 = \quad d)(2x^2 - 5x)^3 =$$

Actividad N°49: Dados los polinomios.

$$P(x) = x^2 + 2x + 4 \quad Q(x) = x^2 - 2x + 1 \quad R(x) = x^2 - \frac{1}{2}x^3 - x \quad T(x) = x - 2$$

Hallar:

$$\begin{array}{l} a) 2.P(x) - Q(x) + [R(x) \div (2x)] = \\ b) 3.Q(x) + [P(x) + 2R(x)] = \\ c) (2.P(x) + Q(x)) \div T(x) = \end{array}$$

FACTOREO

Actividad N°50: Sacar factor común en las expresiones siguientes:

a) $25a^3b^2 - 10a^5c + 5a^2b^3 + 15a^6b^2 =$

b) $4mn + 16mp + 24m^2q =$

c) $x^3 + 2x^2 - 7x^4 =$

d) $4x + 20 =$

e) $7m - 14m^5 + 21m^3 =$

f) $7a^3b^3c^8 - 14a^2bc^5 + 49ab^4c^2 + 28a^2b^3c^3 =$

g) $\frac{3}{5}xy^2z - \frac{12}{10}ayz^3 - \frac{9}{20}yz^6 =$

Actividad N°51: Factoriza los siguientes polinomios por grupo

a) $2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b =$

b) $am - an + ax - bn + cn + bm - cm + bx - cx =$

c) $\frac{1}{2}a^2x - 2ax^2 + ax - \frac{1}{2}ab + 2bx - b =$

d) $2a^2b - 3ab^2 + 4am - 6bm =$

e) $15mx + 6m + xy - 2x - 5x^2 - 3my =$

f) $3x^5 + \frac{1}{3}x^3y^2 - x^4y - 6x^2y^3 - \frac{2}{3}y^5 + 2xy^4 =$

g) $7x + y - xy - 7 - z^2 + xz^2 =$

Actividad N°52:

a) Indica cuáles de los siguientes trinomios son cuadrados perfectos, y en tal caso, factoréarlos como tales.

a) $x^2 + 10x + 25 =$

b) $x^2 + 20x + 100 =$

c) $y^2 + 6y + 9 =$

d) $\frac{9}{25}x^6 + \frac{12}{5}x^3y + 4y^2 =$

e) $16 - 8x + x^2 =$

$$f) \frac{1}{9}m^3 - m^4 + \frac{9}{4} =$$

$$g) 36m^2n^4 - 24mn^2x^3 + 4x^6 =$$

b) Factorea, de ser posible, los siguientes trinomios utilizando las raíces de la ecuación cuadrática correspondiente:

$$a) x^2 - 6x - 40 =$$

$$b) 4x^2 - 12x + 8 =$$

$$c) x^2 - 3x + 5 =$$

$$d) 2x^2 - 4x - 30 =$$

$$e) x^2 + 6x + 9 =$$

$$f) 6x^2 - 2x + 9 =$$

Actividad N°53: Factorea usando el cuarto caso

$$a) 125 + 75a + 15a^2 + a^3 =$$

$$b) 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3 =$$

$$c) 27x^6 + 108x^4y^3 + 144x^2y^6 + 64y^9 =$$

$$d) 1 + \frac{3}{4}a^2x + \frac{3}{16}a^4x^2 + \frac{1}{64}a^6x^3 =$$

$$e) 1 - 9x + 27x^2 - 27x^3 =$$

Actividad N°54: Factorea las siguientes diferencias de cuadrados.

$$a) 4a^2 - 9b^4 =$$

$$b) 36m^4 - 4n^2 =$$

$$c) 144x^2 - 49y^4 =$$

$$d) \frac{1}{9}a^6 - \frac{1}{25}m^4d^2 =$$

$$e) 49c^4 - \frac{121}{169}z^6 =$$

$$f) 0,25m^4 - 0,09x^2 =$$

Actividad N°55: Factorea las siguientes sumas y diferencias de potencia de igual grado.

$$a) (x^3 + 125) =$$

$$b) (1 + y^7) =$$

$$c) (x^3 - \frac{1}{8}) =$$

$$d) (x^5 - 32) =$$

$$e) (128 + y^7) =$$

Actividad N°56: Factoriza las siguientes expresiones, combinando los distintos casos de factorización.

a) $5x^2 - 10xy + 5y^2 =$

Rta: $5(x - y)^2$

b) $3x^2 + 3x + \frac{3}{4} =$

Rta: $3(x + \frac{1}{2})^2$

c) $a^2m - b^2m - a^2n + b^2n =$

Rta: $(a + b).(a - b).(m - n)$

d) $2ax^3 + 6bx^3 - 2a - 6b =$

Rta: $2.(a + 3b).(x - 1).(x^2 + x + 1)$

e) $2x^2y + 2xyz - 2axz - 2ax^2 =$

Rta: $2x.(x + z).(y - a)$

f) $2x^4 - 6x^3 - 18x^2 - 10x =$

Rta: $2x.(x + 1)^2.(x - 5)$

g) $4x^3 - 4x^2 - 25x + 25 =$

Rta: $4.(x + 1).(x - \frac{5}{2}).(x + \frac{5}{2})$

Actividad N°57: Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\frac{8x + 8}{4x + 4} =$

b) $\frac{3x^2 - 12x + 12}{12x^2 - 48} =$

c) $\frac{x^2 - 7x}{x^2 - 14x + 49} =$

d) $\frac{2am^2 + 2m^2x}{a^2m^2 + x^2m^2 + 2axm^2} =$

e) $\frac{xy - 3x + 2y - 6}{(x + 2).(y - 3)} =$

f) $\frac{y^3x^2 + 4x^2y + 2y^2x^2 + 8x^2}{xy^4 - 16x} =$

Actividad N°58: Efectúa las siguientes sumas y restas con igual denominador

a) $\frac{2a^2 + 12a - 2b}{3a - b} + \frac{15a - 7b - 2a^2}{3a - b} =$

b) $\frac{a^2 - 25}{x + y} + \frac{a^2 + 25}{x + y} =$

c) $\frac{a}{(a + 1)^2} + \frac{1}{a^2 + 2a + 1} =$

d) $\frac{6x^2}{4x - 8} - \frac{12x}{4x - 8} =$

e) $\frac{7x^2}{x - 1} - \frac{7x}{x - 1} =$

f) $\frac{10x^2 + 30}{x + y} - \frac{12x^2 + 15}{x + y} =$

Actividad N°59: Resuelve las siguientes operaciones algebraicas con distintos denominadores

a) $\frac{2x}{x^2 + 8x + 16} + \frac{4}{x + 4} =$

b) $\frac{16x}{x^2 - 16} - \frac{x + 4}{x - 4} =$

c) $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a + b} + \frac{(a + b)^2}{a - b} =$

d) $\frac{5x}{2x - 1} - \frac{2x}{2x + 1} + \frac{3}{4x^2 - 1} =$

$$e) \frac{x}{x-1} - \frac{x^2}{x^2-1} =$$

$$f) \frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+2x+1} =$$

$$g) \frac{x+5}{x^2-4x+3} - \frac{2x+6}{x^2-3x} =$$

$$h) \frac{2 \cdot (x+3)}{x^2+2x-3} + \frac{x+3}{x^2+4x+3} =$$

$$i) \frac{1}{x^2+6x+9} - \frac{1}{x^2-9} =$$

$$j) \frac{1}{x^2-6x-9} + \frac{2x^2}{x^2-3x} =$$

Actividad N°60: Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones algebraicas

$$a) \frac{x^2-49}{6} \cdot \frac{3}{x+7} =$$

$$b) \frac{x^2-9}{3x-9} \div \frac{x^2+6x+9}{x^2+3x} =$$

$$c) \frac{x+2}{x} \cdot \frac{x^2+2x}{4x+8} =$$

$$d) \frac{3x^3}{3x+2} \div \frac{9x^2}{9x^2-4} =$$

$$e) \frac{3x^2-3}{6x} \cdot \frac{2x^2+6x}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x+3}{5x-5} =$$

$$f) \frac{x^3-4x}{2x} \div \frac{x^2+2x}{4x+8} =$$

$$g) \frac{1}{x-2} \cdot \frac{4-2x}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{2} =$$

$$h) \frac{x^4-1}{4x^2+4} \div \frac{5x^2-5}{5x-5} =$$

Actividad N°61: Resuelve aplicando operaciones combinadas.

$$a) \left(\frac{x}{x-1} - \frac{3x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{4x^2-4}{12x^2-24x+12} =$$

$$b) \frac{6x^2-6}{3x^2+3x+3} \cdot \left(\frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} \right) =$$

$$c) \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x^2-1} \right) \cdot^{-1} =$$

$$d) \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x} \right) =$$

$$e) \left(\frac{6}{3x^2-12} \div \frac{1}{x+2} \right) + \frac{9}{x^2-4} =$$

$$f) \left(\frac{3x-1}{x^5} \cdot \frac{x^3}{9x^2-6x+1} \right) - \frac{5}{3x^3-3x^2} =$$

ECUACIONES-SISTEMA DE ECUACIONES

Actividad N°62: Resuelve las siguientes ecuaciones.

$$a) 2 \cdot (m+3) + 3m = 13$$

$$b) 2 \cdot (x+3) + 4 \cdot (x+5) = 6$$

$$c) \frac{5}{2}x = \frac{4}{3}x - 7$$

$$d) \frac{5}{3}z = \frac{4}{5}z - 7$$

$$e) \frac{2x-3}{2} = \frac{5x+2}{3}$$

$$f) (3x-4)^3 = 1 - \frac{7}{8}$$

$$g) \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$$

$$h) \sqrt{2x+1} - \frac{1}{3} = 1$$

$$i) 9x - 12 \left(\frac{5}{4}x + 1 \right) = 1$$

$$j) \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 26$$

$$k) \frac{x-5}{3} + \frac{x}{4} = \frac{3}{2}(x-2) + 5$$

$$l) \frac{2(x+4)}{3} - \frac{3(5-x)}{2} = 6$$

Actividad N° 63: Plantear y resolver las siguientes situaciones problemáticas.

- Una cuerda de 16 m de longitud se corta en dos trozos de modo que uno de ellos corresponde a las tres quintas partes del otro. Calculen la longitud de cada trozo.
- Un ángulo de un triángulo es el duplo de otro. El tercer ángulo mide 5° más que el mayor de dos primeros; hallen cada ángulo.
- Repartir 2650\$ entre cuatro personas de manera que la primera reciba tres quinto de lo que recibe la segunda, la tercera un sexto de lo que recibe la primera, y la cuarta dos tercio de lo que recibe la tercera.
- Una persona gasta un tercio de su dinero y luego dos quintos de lo que le queda, tiene aun \$60. ¿Cuánto tenía al principio?.
- Un triangulo ABC de 52 cm de perímetro, el lado b es los dos tercio del lado a, y el lado c es 3 cm más largo que b. Calcular la longitud de cada lado.
- Tres personas heredan 1.140 acciones, según el testamento, la primera recibe la mitad de lo que recibe la segunda, y la tercera, seis acciones menos que el triplo de la primera. ¿Cuántas acciones le corresponde a cada una?.
- Siendo 36.20 metros el perímetro de un rectángulo y 8,20 metros uno de sus lados, ¿Cuál es la longitud del otro?
- Un automóvil consume $\frac{1}{4}$ el combustible en un viaje, luego $\frac{2}{3}$ del resto en otro viaje y aun le quedan 15 litros en el tanque. ¿Cuál es la capacidad total del tanque de combustible?

Actividad N°64: Marca cada intervalo sobre la recta real.

- a) $(-11; -6)$ b) $(-\infty; -6)$ c) $[-1; 5]$ d) $[-12; -5]$

Actividad N° 65 Escribí el intervalo que puede asociarse con cada desigualdad.

- a) $0 < x < 9$
- b) $-2 \leq x < 9$
- c) $x < 3$
- d) $x \leq 8$
- e) $x \geq -2$
- f) $x \leq 0$

Actividad N° 66: Coloca verdadero (v) o falso (f).

- a) $2 \in (2; 3)$ ☐
- b) $0,5 \in (0; 0,4)$ ☐
- c) $1 \in [0; \infty)$ ☐
- d) $-3 \notin (-\infty; -3)$ ☐
- e) $7 \in [7; 12]$ ☐

Actividad N° 67: Resolver la inecuación, hallar el intervalo solución y representar su solución en recta numérica.

- a) $3x - 2 \leq 10 - x$
- b) $\frac{2}{5}x - 6 < x$
- c) $(3 - 2x) \cdot \frac{5}{2} \geq -\frac{1}{4} + 26x$
- d) $\left(10 + \frac{5}{9}x\right) \cdot \frac{9}{5} \geq 0$
- e) $4a + 5 \geq 2a + 9$
- f) $6y + 11 > 18 - y$
- g) $2z - 7 \geq 5z + 8$
- h) $3 - 7n < 2n + 21$
- i) $-4 \leq 3y + 2$

Actividad N°68: Resuelve los siguientes sistemas por sustitución:

- a) $\begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ 5x + 4y = 2 \end{cases}$ Rta. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} \frac{1}{5}x - 2y = 10 \\ 3x - \frac{3}{2}y = 36 \end{cases}$ Rta. $\begin{cases} x = 10 \\ y = -4 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} 2x - 5y = -9 \\ x + 4y = 2 \end{cases}$ Rta. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Actividad N°69: Resuelve los siguientes sistemas por igualación

- a) $\begin{cases} 4x - 3y = -7 \\ 6x + 2y = 9 \end{cases}$ Rta. $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$ Rta. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} -x - y = -1 \\ 5x + 4y = -3 \end{cases} \text{Rta: } \begin{cases} x = -7 \\ y = 8 \end{cases}$$

Actividad N°70: Resuelve aplicando el método de reducción

$$a) \begin{cases} 5x + 6y = 32 \\ 3x - 2y = -20 \end{cases} \quad \text{Rta: } \begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 3y = 10 \\ 2x + \frac{5}{4}y = 1 \end{cases} \quad \text{Rta: } \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Actividad N°71: Resuelve por el método de determinante y grafica:

$$a) \begin{cases} \frac{3}{2}x + y = 8 \\ \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}y = 7 \end{cases} \quad \text{Rta: } \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - \frac{y}{5} = \frac{9}{5} \\ 2x + \frac{y}{2} = \frac{9}{2} \end{cases} \quad \text{Rta: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x - y = 2 \\ \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}y = 0 \end{cases} \quad \text{Rta: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Actividad N°72: Plantea los siguientes problemas y resolverlos por cualquier método, **sin graficar**.

a) La suma de un número más el triple de otro es igual a 17, si el triple del primero se resta el doble del segundo se obtiene 7. ¿Cuáles son los números? **Rta: 5 y 4**

b) Dos números son tales que el primero es igual a la mitad del segundo disminuido en $\frac{1}{2}$, y el segundo es igual al cuádruplo del primero. ¿Cuáles son dichos números? **Rta: $\frac{1}{2}$ y 2**

c) En un colegio mixto hay 1300 alumnos, si se hubieran inscripto 50 niñas mas el numero de niñas, hubiera duplicado el de varones. ¿Cuántas niñas y cuantos varones hay? **Rta. Niñas 850 y 450 varones.**

d) Un padre tiene el doble de la edad de su hijo, y el doble de la suma de las dos edades es 120. ¿Qué edad tiene el padre y el hijo? **Rta: 40 y 20 respectivamente.**

Actividad N° 76 Hallar las raíces de las siguientes ecuaciones de segundo grado y factorizar:

$$a) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$b) x^2 - 16 = 0$$

$$c) \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2} = 0$$

$$d) x^2 + x + 1 = 0$$

$$e) -x^2 + 0,01 = 0$$

$$f) x - \frac{1}{2}x^2 = x^2 + 2$$

$$g) -x^2 - x = 5 - \frac{(x+1)}{2}$$

$$h) y = -x^2 + 4$$

$$i) y = -x^2 + x + 2$$

$$j) y = 2x^2 + 4x - \frac{5}{2}$$

$$k) 3x^2 - 12x + 12 = 0$$

$$l) \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 5 = 0$$

$$m) y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$$

$$n) y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{11}{4}$$

Actividad N °77: Calcular el discriminante en las siguientes ecuaciones de segundo grado y decir qué tipo de soluciones tiene.

$$a) x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$b) 4x^2 + 9x - 2 = 0$$

$$c) \frac{3}{4}x^2 - 2x + \frac{4}{3} = 0$$

$$d) 2x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$$

$$e) x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$f) -2x^2 + 8x + 6 = 0$$

Actividad N ° 78: Hallar el valor de k para que las siguientes ecuaciones cuadráticas tengan:

a) Dos soluciones reales e iguales

b) Dos soluciones reales y distintas

c) Soluciones complejas conjugadas

$$\text{➤ } 2x^2 - Kx + 8 = 0$$

$$\text{➤ } x^2 + 2x - K = 0$$

$$\text{➤ } 3x^2 + 2x + (K + 1) = 0$$

$$\text{➤ } Kx^2 - 3x + 5 = 0$$

Actividad N °79: Hallar la ecuación cuadrática dados los siguientes datos:

a) Las raíces son $x_1 = 5$ y $x_2 = -1$ y el coeficiente cuadrático es -1

b) El coeficiente cuadrático es 2 y tiene una raíz doble $x = 4$

c) Las raíces son $x_1 = -2$ y $x_2 = -7$ y el coeficiente cuadrático es 2

d) Las raíces son $x_1 = -1/2$ y $x_2 = 4$ y el coeficiente cuadrático es impar

Resultados Unidad 0

Año 2018

Actividad 4

- 1) F
- 2) V
- 3) F
- 4) V
- 5) F
- 6) V
- 7) F
- 8) F

Actividad 5

| a | b | a-b | a·b | a:b | -(a+b) |
|------|----|------|------|-----|--------|
| 4 | -2 | 6 | -8 | -2 | -2 |
| 0 | -5 | 5 | 0 | 0 | 5 |
| -9 | -3 | -6 | 27 | 3 | 12 |
| 5 | -5 | 10 | -25 | -1 | 0 |
| -12 | 6 | -18 | -72 | -2 | 6 |
| -256 | -8 | -248 | 2048 | 32 | 264 |
| 35 | -7 | 42 | -245 | -5 | -28 |

Actividad 7

- a) $\frac{18}{48}$
- b) $\frac{39}{104}$
- c) $\frac{12}{32}$
- d) $\frac{15}{40}$

Actividad 8

- a) $\frac{3}{4} = \frac{21}{28} = \frac{15}{20}$
- b) $\frac{40}{25} = \frac{120}{75} = \frac{8}{5}$
- c) $\frac{9}{12} = \frac{81}{108} = \frac{3}{4}$
- d) $\frac{5}{2} = \frac{250}{100} = \frac{40}{16}$
- e) $\frac{-1}{95} = \frac{-3}{285} = \frac{-5}{475}$
- f) $\frac{2}{7} = \frac{14}{49} = \frac{24}{84}$

Actividad 9

- a) $\frac{11}{9} > \frac{13}{11}$
- b) $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$
- c) $\frac{3}{8} < \frac{5}{11}$
- d) $\frac{-1}{9} < \frac{13}{5}$
- e) $\frac{-5}{7} > \frac{-3}{2}$
- f) $\frac{15}{2} < \frac{23}{3}$
- g) $\frac{-1}{7} < \frac{-1}{9}$
- h) $\frac{9}{13} > \frac{8}{17}$
- i) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
- j) $\frac{-3}{8} < \frac{3}{5}$
- k) $\frac{3}{8} > \frac{3}{4}$
- l) $\frac{9}{2} = \frac{18}{4}$

Actividad 10

- a) $\frac{17}{5} = 3,4$
- b) $\frac{32}{3} = 10.\bar{6}$
- c) $\frac{2}{45} = 0,0\bar{4}$
- d) $\frac{11}{15} = 0,7\bar{3}$
- e) $\frac{101}{330} = 0,3\overline{06}$

Actividad 11

- 1) $0.\bar{8} = \frac{8}{9}$
- 2) $2.\bar{5} = \frac{23}{9}$
- 3) $3.\overline{15} = \frac{104}{33}$
- 4) $0.\overline{18} = \frac{2}{11}$
- 5) $2,5\bar{2} = \frac{227}{90}$
- 6) $5,2\bar{4} = \frac{472}{90}$

Actividad 12

a) $\frac{256}{390625}$

b) $\left(\frac{3}{8}\right)^8$

c) $\frac{16}{25}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $\frac{729}{15625}$

f) 1

g) $\frac{7}{4}$

h) 1

i) $\frac{27}{8}$

j) 16

k) $\frac{125}{8}$

l) $\frac{1}{32}$

m) 2

n) 1

ñ) 2

Actividad 13

a) \neq , la raíz no distribuye sobre la suma.

b) =

c) =

d) \neq , la potencia no distribuye sobre la suma.

e) =

f) =

g) \neq , la potencia distribuye sobre el producto.

h) \neq , la potencia distribuye sobre el producto.

Actividad 14

a) a

b) x^{11}

c) $\frac{1}{b}$

d) a^{15}

e) $\frac{1}{a^7 b^2}$

f) b^4

Actividad 15

a) 4

b) 2^{-36}

c) 27

d) $\frac{1}{4}$

e) -6

f) $\frac{5}{4}$

g) $\frac{2}{3}$

h) 2

Actividad 16

a) $\frac{-1}{2}$

b) $\frac{25}{9}$

c) $\frac{10}{3}$

d) $\frac{-64}{27}$

e) $\frac{-27}{50}$

f) $\frac{34}{9}$

g) $\frac{-41}{30}$

h) $\frac{-7}{25}$

Actividad 17

a) $\frac{61}{90}$

b) $\frac{5}{24}$

c) $\frac{11}{2}$

d) $-\frac{31}{75}$

Actividad 18

a) $4\sqrt{10}$

b) $6\sqrt{5}$

c) $10\sqrt{3}$

d) $5\sqrt[3]{2}$

e) $\sqrt[3]{3}$

f) $4a^2 b^2 c^3 \sqrt[3]{2ab}$

g) $\frac{ac}{bd^2} \sqrt[5]{2\frac{a^2 c^4}{b^3}}$

h) $10a^3 d^2 \sqrt{a}$

Actividad 19

- a) $\frac{7}{2}\sqrt{5}$
- b) $-3\sqrt{2}$
- c) $\frac{13}{3}\sqrt[3]{5}$
- d) $-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}}$
- e) $-\sqrt{5}$
- f) $4\sqrt[3]{5}$
- g) $\sqrt[3]{2}$
- h) $13\sqrt[3]{5}$
- i) $112\sqrt{13}$
- j) $-18\sqrt{2}$
- k) $55\sqrt{2}$
- l) ...
- m) $35\sqrt{5}$
- n) $6 + \frac{13}{6}\sqrt{2}$
- ñ) $24\sqrt[3]{5}$

Actividad 20

- a) $4\sqrt[6]{2 \times 5^5 \times 3^2}$
- b) 80
- c) $20a^3b^4c^4\sqrt[10]{a^9b^4c^7}$
- d) $2ab^2c^3\sqrt[12]{\frac{2^{10}a^7b^5}{3^6d^3}}$
- e) $2\sqrt[6]{2^5 \times 2^{-6} \times 3^{-6}}$
- f) $\sqrt[10]{(a-x)^7}$
- g) $24\sqrt[10]{2^9}$
- h) $\sqrt[12]{5^5 \times 3^{-3} \times 2^{-6}}$

Actividad 21

- a) $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{10}}{10}$
- b) $2\sqrt[5]{2}$
- c) $6 + 4\sqrt{3}$
- d) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$
- e) $\frac{7-2\sqrt{10}}{3}$
- f) $\frac{-2\sqrt[4]{a^2}}{a}$
- g) $\frac{2}{5}\sqrt[4]{5^3}$
- h) $\sqrt[7]{a^3}$
- i) $\frac{\sqrt[6]{2}}{2}$
- j) $3 - \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$
- k) $\sqrt{7} - 2$

Actividad 22

- a) 6
- b) 3
- c) 3
- d) -2
- e) -3
- f) -3
- g) $\frac{1}{2}$
- h) $\frac{2}{3}$
- i) 0

Actividad 23

- a) $\log_2 1 = 0$
- b) $\log_4 16 = 2$
- c) $\log_2 2 = 1$
- d) $\log_4 1 = 0$
- e) $\log_2 64 = 6$
- f) $\log_4 \frac{1}{64} = -3$

Actividad 25

- a) $-1,678\dots$
- b) 100
- c) 4
- d) 0,0500031
- e) 1,999219017
- f) 1,080482024
- g) 11
- h) 2
- i) $\frac{1}{2}$
- j) 6
- k) 4
- l) 0
- m) 1,02219706
- n) $\frac{1}{4}$
- ñ) 1
- o) 0,903089987
- p) -2
- q) $\pm 1,791385485$
- r) 1,940029217
- s) 4

Actividad 26

- a) $A = \{\text{rojo, naranja, amarillo, verde, azul, índigo, violeta}\}$
- b) $B = \{\text{Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre, Diciembre}\}$
- c) $C = \{5, 7, 9, 11, 13\}$
- d) $D = \{6, 9, 12, 15\}$
- e) $E = \{25, 30, 35\}$
- f) $F = \{\text{Acuario, Leo, Sagitario, Virgo, Cancer, Capricornio, Tauro, Géminis, Aries, Escorpio, Libra, Piscis}\}$
- g) $G = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

Actividad 27

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} / x \leq 9\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es impar} \wedge x \leq 9\}$
- c) $C = \{x / x \text{ es color primario}\}$
- d) $C = \{x / x \text{ es dedo de la mano}\}$
- e) $C = \{x / x \text{ es planeta del sistema solar}\}$

Actividad 28

- a) V
- b) F
- c) F

Actividad 29

- a) V
- b) F
- c) F
- d) F

Actividad 30

- a) Finito
- b) Unitario
- c) Infinito
- d) Unitario
- e) Vacío
- f) Vacío

Actividad 31

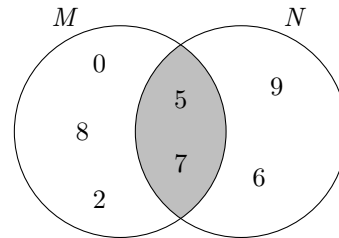
- a) $A = \{0, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- b) $B = \{e, i, o\}$
- c) $C = \{\text{naranja, verde, índigo, violeta}\}$

Actividad 32

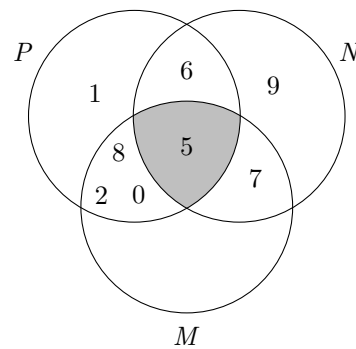
- a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$
- b) $A \cup C = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
- c) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$
- d) $A \times B = \{(3, 1); (3, 2); (3, 3); (3, 4); (3, 6); (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 6); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (4, 4); (4, 6); (8, 1); (8, 2); (8, 3); (8, 4); (8, 6)\}$
- e) $C \times B = \{(5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 6); (7, 1); (7, 2); (7, 3); (7, 6); (7, 4); (9, 1); (9, 2); (9, 3); (9, 4); (9, 6)\}$

Actividad 33

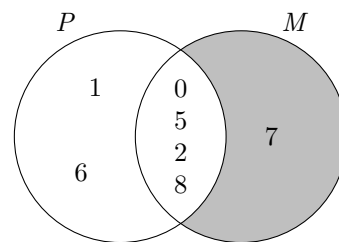
- a) $M \cap N = \{5, 7\}$



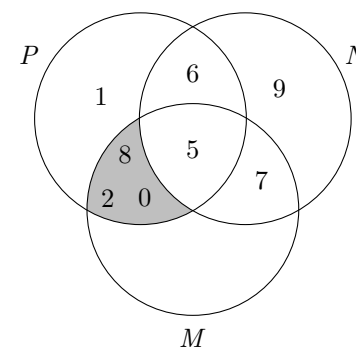
- b) $M \cap N \cap P = \{5\}$



- c)
- d) $M - N = \{7\}$

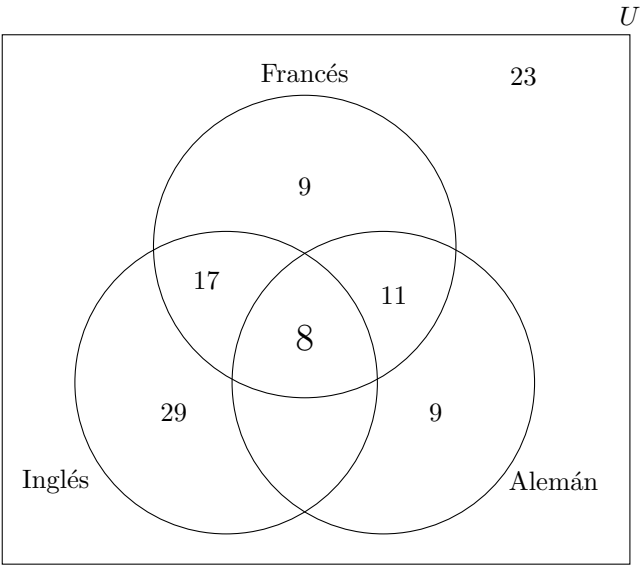


- e) $M \cap (P - N) = \{0, 2, 8\}$

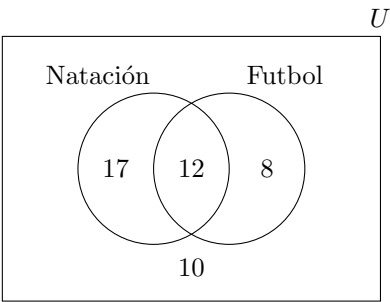


Actividad 34

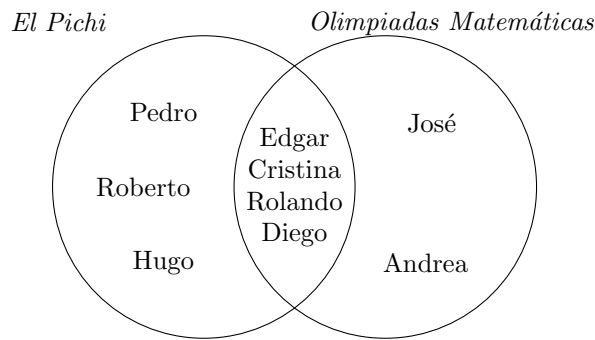
a) Hacemos un diagrama de Venn de todos los elementos.



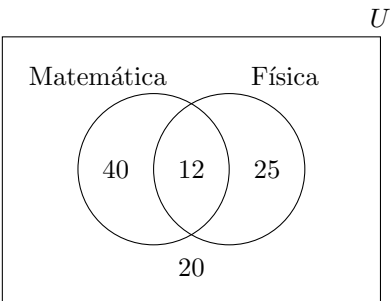
Leen sólo inglés: 29. Lee un sólo idioma: 47. Ningún idioma: 23. Sólo francés: 9. Sólo alemán: 9.



b) Realizamos un diagrama para visualizar los elementos:

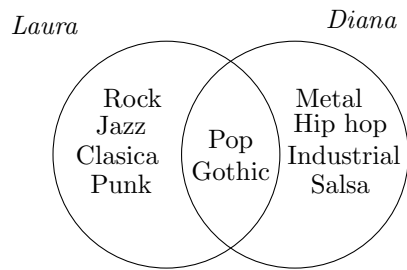


Están en ambos equipos: Edgar, Rolando, Cristina y Diego. Están en el equipo de futbol solamente: Pedro, Hugo, Roberto. Están sólo en uno de los dos equipos: Pedro, Hugo, Roberto, Andrea y José.



e)

c) Luego de realizar el diagrama de Venn, extraemos las siguientes conclusiones: Todos los géneros prestados: Pop, Rock, Punk, Gothic, Clasica, Jazz, Salsa, Hip hop, Metal, Industrial. Géneros a oír primero: Pop, Gothic.



d) Practican natación: 20. Sólo natación: 8. Algún deporte: 40

Actividad 44

- a) $5x^3 + \frac{7}{2}x^2 - \frac{7}{2}x$
 b) $-\frac{3}{2}a^2 + 5a + \frac{15}{8}b$

Actividad 45

- a) $-2x^3 + 5x^2 - 12x + 5$
 b) $16x^7 - 8x^6 + 24x^4 - 20x^3 - 2x^2$
 c) $6y^3 - 3y^2 + 9y + 27$
 d) $-15x^6 - 6x^5 + \frac{43}{4}x^4 - x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{4}x$
 e) $a^4 - 1$
 f) $12x^3 - 26x^2 + 13x - 5$

Actividad 46

- a) $q(x) = -4x^2 + 3x - 5$, $r(x) = 0$
 b) $q(x) = 40x^4 - 36x^3 - 12x - 24$, $r(x) = 0$
 c) $q(x) = 2x + \frac{2}{3}$, $r(x) = \frac{19}{3}x - \frac{5}{6}$
 d) $q(x) = 2x^3 - 2x^2 + \frac{11}{4}x - \frac{27}{8}$, $r(x) = \frac{27}{4}x - \frac{81}{8}$

Actividad 47

- a) $q(x) = x - 5$, $r(x) = 0$
 b) $q(x) = x^2 - 3x + 2$, $r(x) = 0$
 c) $q(x) = x^3 - x^2 - x - 1$, $r(x) = 2$
 d) $q(x) = x^2 + 3x + 9$, $r(x) = 0$
 e) $q(x) = \frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{9}{10}$, $r(x) = 0$

Actividad 49

- a) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{13}{2}x + \frac{13}{2}$
 b) $-x^3 + 6x^2 - 6x + 7$
 c) $3x + 8$, resto = 25

Actividad 50

- a) $5a^2(3a^4b^2 - 2a^3c + 5ab^2 + b^3)$
 b) $4m(n + 4p + 8mq)$
 c) $x^2(x + 2 - 7x^2)$
 d) $4(x + 5)$
 e) $7m(1 - 2m^4 + 3m^2)$
 f) $7abc^2(a^2b^2c^6 - 2ac^3 + 7b^3 + 4ab^2c)$
 g) $\frac{3}{5}yz(xy - 2az^2 - \frac{3}{4}z^5)$

Actividad 51

- a) $(a + b)(2x - y + 5)$
 b) $(a + b - c)(m - n + x)$
 c) $(ax - b)(\frac{1}{2}a - 2x + 1)$
 d) $(ab + 2m)(2a - 3b)$
 e) $(3m - x)(5x + 2 - y)$
 f) $(x^3 - 2y^3)(3x^2 + \frac{1}{3}y^2 - xy)$
 g) $(x - 1)(7 - y + z^2)$

Actividad 52

- a) a) $(x + 5)^2$
 b) $(x + 10)^2$
 c) $(y + 3)^2$
 d) $(\frac{3}{5}x^3 + 2y)^2$
 e) $(4 - x)^2$
 f) No es trinomio cuadrado perfecto
 g) $(6mn^2 - 2x^3)^2$
 b) a) $(x - 10)(x + 4)$
 b) $4(x - 1)(x - 2)$
 c) No tiene raices en los reales
 d) $2(x - 5)(x + 3)$
 e) $(x + 3)^2$
 f) No tiene raices en los reales

Actividad 53

- a) $(5 + a)^3$
 b) $(2a + 3b)^3$
 c) $(3x^2 + 4y^3)^3$
 d) $(1 + \frac{1}{4}a^2x)^3$
 e) $(1 - 3x)^3$

Actividad 54

- a) $(2a + 3b^2)(2a - 3b^2)$
 b) $(6m^2 + 2n)$
 c) $(12x + 7y^2)(12x - 7y^2)$
 d) $(\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{5}m^2d)(\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{5}m^2d)$
 e) $(7c^2 + \frac{11}{13}z^3)(7c^2 - \frac{11}{13}z^3)$
 f) $(0, 5m^2 + 0, 3x)(0, 5m^2 - 0, 3x)$

Actividad 55

- a) $(x + 5)(x^2 - 5x + 25)$
 b) $(y + 1)(y^6 - y^5 + y^4 - y^3 + y^2 - y + 1)$
 c) $(x - \frac{1}{2})(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4})$
 d) $(x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$
 e) $(y + 2)(y^6 - 2y^5 + 4y^4 - 8y^3 + 16y^2 - 32y + 64)$

Actividad 57

- a) 2
- b) $\frac{x-2}{4(x+2)}$
- c) $\frac{x}{x-7}$
- d) $\frac{2}{a+x}$
- e) 1
- f) $\frac{x}{y-2}$

Actividad 58

- a) 9
- b) $\frac{2a^2}{x+y}$
- c) $\frac{1}{a+1}$
- d) $\frac{3x}{2}$
- e) $7x$
- f) $\frac{-2x^2+15}{x+y}$

Actividad 59

- a) $\frac{6x+16}{(x+4)^2}$
- b) $\frac{-x+4}{x+4}$
- c) $\frac{2a(a^2+3b^2)}{a^2-b^2}$
- d) $\frac{6x^2+7x+3}{4x^2-1}$
- e) $\frac{x}{(x+1)(x-1)}$
- f) $\frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)}$
- g) $\frac{-x-2}{(x-1)x}$
- h) $\frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}$, (para $x \neq -3$)
- i) $-\frac{6}{(x-3)(x+3)^2}$
- j) $-\frac{2x^3-12x^2-19x+3}{(x-3)(x^2-6x-9)}$, (para $x \neq 0$)

Actividad 60

- a) $\frac{x-7}{2}$
- b) $\frac{x}{3}$
- c) $\frac{x+2}{4}$
- d) $x(x - \frac{2}{3}) = \frac{x(3x-2)}{3}$
- e) $\frac{x+1}{5}$
- f) $\frac{2(x^2-4)}{x}$
- g) $2 - x$
- h) $\frac{x-1}{4}$

Actividad 61

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{4(x+1)}{x(x^2+x+1)}$
- c) $\frac{x^2-1}{x^2}$, (para $x \neq -1$ y $x \neq 1$)
- d) $-\frac{1}{x}$, (para $x \neq -1$ y $x \neq 1$)
- e) $\frac{2x+13}{(x+2)(x-2)}$
- f) $-\frac{4}{3} \frac{x-\frac{1}{6}}{x^2(x-\frac{1}{3})(x-1)}$

Actividad 62

- a) $m = \frac{7}{5}$
- b) $x = \frac{-20}{6}$
- c) $x = -6$
- d) $z = -\frac{105}{13}$
- e) $x = -\frac{13}{4}$
- f) $x = \frac{3}{2}$
- g) $x = -3$
- h) $x = \frac{2}{9}$
- i) $x = -\frac{13}{6}$
- j) $x = 24$
- k) $x = -4$
- l) $x = 5$

Actividad 63

- a) 10m y 6m
- b) 35° , 70° y 75°
- c) 900, 1500, 150 y 100
- d) 150
- e) 21, 14 y 17
- f) 191, 382 y 567
- g) 9,9
- h) 60



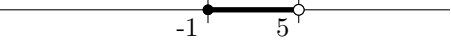

Actividad 65

- a) $(0, 9)$
- b) $[-2, 9)$
- c) $(-\infty, 3)$
- d) $(-\infty, 8]$
- e) $[-2, \infty]$
- f) $(-\infty, 0]$

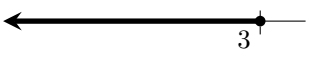
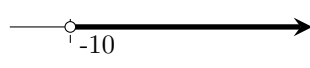
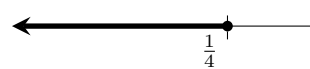
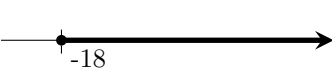
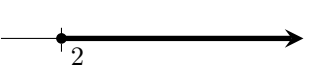
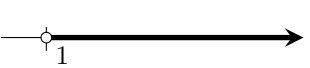

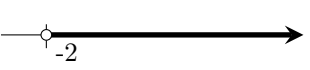
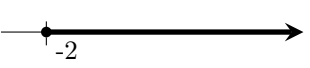
Actividad 66

- a) F
- b) V
- c) V
- d) V
- e) V

Actividad 64

- a) 
- b) 
- c) 
- d) 

Actividad 67

- a) $x \leq 3$ $(-\infty, 3]$ 
- b) $x > -10$ $(-10, \infty)$ 
- c) $x \leq \frac{1}{4}$ $(-\infty, \frac{1}{4}]$ 
- d) $x \geq -18$ $[-18, \infty)$ 
- e) $a \geq 2$ $[2, \infty)$ 
- f) $y > 1$ $(1, \infty)$ 
- g) $z \leq -5$ $(-\infty, -5]$ 
- h) $n > -2$ $(-2, \infty)$ 
- i) $y \geq -2$ $[-2, \infty)$ 

Actividad 76

- a) Raíces: $x_0 = 3$, $x_1 = 2$. Factorizado: $(x - 3)(x - 2)$
- b) $x_0 = 4$, $x_1 = -4$, $(x - 4)(x + 4)$
- c) $x_0 = \sqrt{3}i$, $x_1 = -\sqrt{3}i$, $(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3}i)$
- d) $x_0 = -\frac{\sqrt{3}i+1}{2}$, $x_1 = \frac{i\sqrt{3}+1}{2}$, $(x + \frac{\sqrt{3}i+1}{2})(x - \frac{\sqrt{3}i+1}{2})$
- e) $x_0 = -\frac{1}{10}$, $x_1 = \frac{1}{10}$, $(x + 0,1)(x - 0,1)$

Descargar en formato digital



<http://qrs.ly/4s65rz3>