

머신러닝 수학 2주차.

* Vector: Vector 끼리 곱할 수 있고, Scalar를 곱할 수 있는 객체. (object)

* $a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$
 \vdots
 $a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

⇒ linear equation에서의 system에서의 solution 종류: $\begin{cases} \text{Unique solution} \\ \text{no solution} \\ \text{infinitely solution} \end{cases}$

* $AB \neq BA$

* Identity Matrix = $\begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times n}$

* matrix addition과 multiplication의 기본속성: ① Associativity $AB(C) = A(BC)$
 ② Distributivity $(A+B)C = AC + BC$
 ③ Multiplication with Identity matrix.

* Inverse가 있는 Matrix A: Invertible, nonsingular
 " " " " " " " " singular

* Transpose ⇒ $(A+B)^T = A^T + B^T$ // $(AB)^T = B^T A^T$
 ⇒ Symmetric Matrix: $A^T = A$.

* Solving systems of linear equation: ① Elementary transformation (row operation)
 ② row-echelon form (⇒ ③ reduced row-echelon form)
 ④ Gaussian noise.

ex) $x \in \mathbb{R}^5$: $x = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$.

basic variable (pivot이 있는 column) = x_1, x_3, x_4 (particular solution을
 free variable = $x_2, x_5 = \lambda_1, \lambda_2$ 보고 알 수 있다)

* Inverse를 이용해서 linear equation을 푸는 법.

① A : square, invertible $\Rightarrow Ax=b \Leftrightarrow x=A^{-1}b$.

② A : ~~square~~ linearly independent column을 가졌다면

$$Ax=b \Leftrightarrow A^T Ax = A^T b \Leftrightarrow x = \underbrace{(A^T A)^{-1} A^T}_{\text{Moore-Penrose pseudo-inverse of } A} b.$$

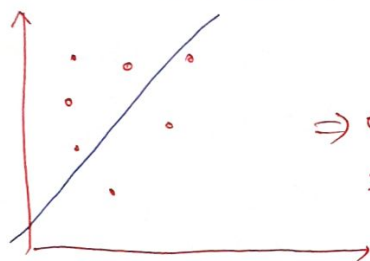
Moore-Penrose pseudo-inverse of A
(유사 역행렬과 불림)

$A \rightarrow$ square이 아닐 때, A^T 를 곱하면 symmetric matrix가 된다.

③과 같이 x 를 구하는 방식 \Rightarrow least square error를 minimize하는 방식.

\downarrow

머신러닝에서 사용하는 linear regression과 유사한 접근 방식.



\Rightarrow 이와 같이 각 point에서의 직선과의 거리가 최소가 되는
직선의 w, b 를 구하는 것. (approximate solution)