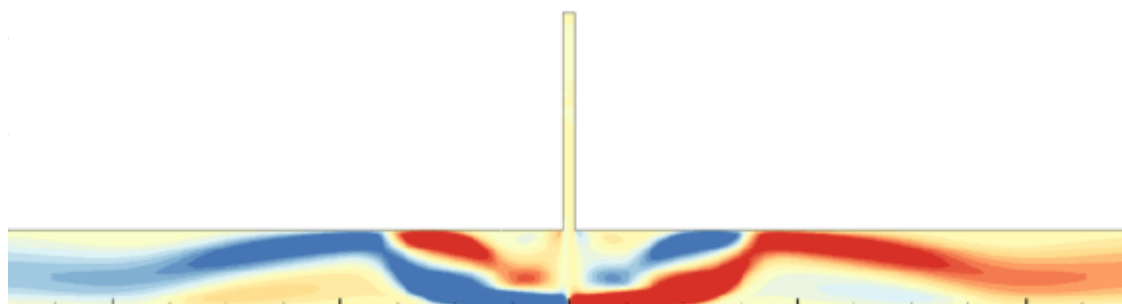


RAPPORT DE STAGE DE MASTER DET

Étude de stabilité d'un jet impactant confiné

Aboubakr DIOP



Encadrants :

David LO JACONO

Joël TCHOUFAG

David FABRE

Master Sciences, Technologies, Santé (STS)

Mention Mécanique Énergétique et Transferts

Master 2 Dynamique Énergétique et Transferts

Résumé

La problématique de ce stage s'inscrit dans un vaste domaine d'études sur la dynamique des jets impactant. Notre travail s'est focalisé sur le cas en milieu confiné, le paramètre de confinement (ou rapport d'aspect noté χ) étant défini comme le rapport des hauteurs des canaux de sortie et d'entrée du jet. L'objectif principal de cette étude était de déterminer l'influence du confinement sur la stabilité globale de l'écoulement. A cette fin, nous avons commencé notre étude en revisitant l'étude de stabilité menée par Meliga & Chomaz (Theor. Comput. Fluid Dyn. (2011), **25**, 179-193) noté MC11, pour $\chi = 2$. Nous supposons que l'écoulement est composé d'un champ de base et de perturbations infinitésimales dont les taux de croissance déterminent la stabilité du champ de base associé. Le problème est résolu numériquement grâce au logiciel d'éléments finis FreeFem++, afin d'obtenir les seuils d'instabilité. Après avoir confronté nos résultats et validé notre code de stabilité avec MC11, nous avons étendu cette analyse de stabilité linéaire à d'autres confinements. Nous avons ainsi exploré les rapports d'aspect $\chi \in [1.5, 4.5]$ pour des valeurs de $Re \leq 1100$, où Re est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du canal d'entrée du jet. Cette étude est particulièrement complémentaire à celle de Varieras & Brancher (Flow Turb. Comb. (2007), **78**, 1-15) qui étudia la stabilité du jet impactant pour $\chi \in [4.5, 9]$. Nos résultats montrent que l'écoulement dans le canal d'éjection devient instable longtemps avant que le mode de jet n'apparaisse, en accord avec les expériences de Varieras & Brancher. L'instabilité primaire dans le canal est causée par des modes tridimensionnels dont la longueur d'onde transversale au seuil d'instabilité, λ_c , croît avec χ . Une analyse de la structure de vorticité des modes a permis de localiser le maximum d'instabilité dans la zone d'inflexion du jet de paroi qui se rattache à la paroi supérieure du canal confiné. Bien que le mécanisme d'inflexion soit toujours dominant, cette étude a mis en évidence l'existence d'un confinement critique $\chi_c \approx 3.25$ qui sépare deux familles de modes critiques. Pour $\chi < \chi_c$ l'instabilité primaire est globalement due aux modes stationnaires, leur seuil Re_c étant décroissant avec χ ponctué un saut soudain à χ_c . Au-delà de ce saut ($\chi > \chi_c$), l'instabilité primaire est instationnaire, la fréquence étant basse et relativement constante.

Abstract

The subject of this internship is part of a vast field of study on the dynamics of impinging jets. Our work focuses on the case of confined channels, the confinement parameter (or aspect ratio, χ) being defined as the ratio of the heights of the jet output and input channels. The main objective of this study was to determine the influence of confinement on the global stability of the flow. To this end, we started our work by revisiting the stability study carried out by Meliga & Chomaz (Theor. Comput. Fluid Dyn. (2011), **25**, 179-193), denoted MC11, for $\chi = 2$. We assume that the field is made of a base flow and infinitesimal perturbations whose growth rates determine the stability of the flow. The problem is solved numerically using the finite element software FreeFem++, in order to obtain the instability thresholds. Having confronted our results and validated our code of stability compared to the reference case of MC11, we extended such linear stability analysis to other confined configurations. We have explored the aspect ratios $\chi \in [1.5, 4.5]$ for value $Re \leq 1100$, where Re is the Reynolds number based on the diameter of the input channel. This study is particularly complementary to that of Varieras & Brancher (Flow Turb. Comb. (2007), textbf78, 1-15) who studied the stability of the impinging jet for $\chi \in [4.5, 9]$. The primary instability in the channel is caused by three-dimensional modes, with their associated spanwise wavelength at the threshold, λ_c increasing with χ . The analysis of the vortical structure of the global modes has allowed us to locate the maximum of the instability on the inflection part of the wall jet that reattaches to the upper wall of the confined channel. Though the inflectional instability mechanism remains at the root, this study demonstrated the existence of a critical aspect ratio $\chi_c \approx 3.25$ that separates between two families of modes. For $\chi < \chi_c$, the primary instability is in overall due to steady modes, their Re_c threshold decreasing with χ except for a sudden jump around χ_c . Beyond this jump ($\chi > \chi_c$), the primary instability is unsteady, the frequency being low and relatively constant.

Remerciements

Tout d'abord je remercie M. David Lo Jacono de m'avoir accepté pour ce stage et m'avoir permis de toucher enfin plus concrètement à ces instabilités, qui m'ont toujours attiré. En effet ces types d'instabilité m'ont attiré depuis ma première année de Master où j'ai commencé à découvrir cette branche complexe de la mécanique des fluides.

Je remercie aussi M. Joël Tchoufag non seulement pour sa patience, ses conseils et les connaissances qu'il n'a pas hésité à partager pour m'éclairer sur le sujet tout au long de ces 5 mois de stage, mais aussi pour ces parties de football endiablées avec les autres collègues de l'IMFT. Je remercie aussi les collègues de bureau pour la bonne ambiance. Ce stage a été une opportunité de connaître le monde de la recherche vers lequel je veux m'orienter et en même temps de découvrir le travail en laboratoire.

Enfin je tiens à remercier Maimouna pour sa patience et la relecture attentive de ce rapport.

Table des matières

Résumé	1
Introduction	7
1 Formulation générale	8
1.1 Configuration du problème	8
1.1.1 Géométrie étudiée	8
1.1.2 Equations générales	8
1.2 Analyse de stabilité globale	9
1.2.1 Champ de base	9
1.2.2 Problème linéaire	10
2 Modélisation numérique	11
2.1 Formulation variationnelle	11
2.2 Résolution numérique	12
2.2.1 Algorithme de Newton	12
2.2.2 Méthode de <i>shift-and-invert</i>	12
2.3 Validation du domaine de calcul	13
2.4 Verification	15
3 Spectres et modes d'instabilité	17
3.1 Influence du confinement	17
3.1.1 Cas $\chi < 2$	17
3.1.2 Cas $\chi > 2$	18
3.1.3 Recapitulatif des résultats	18
3.2 Structure et interprétation des modes globaux	19
Conclusion	22
Bibliographie	24
Annexes	25

Table des figures

1.1	Domaine d'étude composé d'un canal vertical et d'un canal horizontal. S_{in} section du canal vertical et entrée du jet de diamètre e , S_{lat} est la paroi latéral du canal vertical, S_{low} et S_{up} respectivement paroi inférieur et supérieur du canal horizontal de hauteur H , S_{out} section de sortie du jet. L'axe Δ est ici l'axe de symétrie du domaine.	8
2.1	Champ de base obtenu avec l'algorithme de Newton à $Re = 300$. Les bulles de recirculation sont représentées par les lignes fléchées.	13
2.2	Différentes coupures du canal à x fixé et $-2 \leq y \leq 0$. Représentation des points de décollement et de rattachement x_{r1} , x_{r2} et x_{r3} des deux bulles de recirculation. Les bulles de recirculation sont délimitées par les lignes fléchées tandis que et les lignes sans flèche montrent l'isocontour $U = 0$	14
2.3	Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $x = 2$, (b) $x = 5$, (c) $x = 8$, (d) $x = 11$	15
2.4	Coefficient de frottement calculé sur la paroi impactante S_{low} . La présente étude est en trait noir continu et le résultat de [1] en pointillé bleu.	15
2.5	(a) Spectre valeurs propres à $Re = 450$ à gauche mode symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge), mode stationnaire en carré et instationnaire en triangle. (b) Spectre extraite de MC11.	16
2.6	Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité(a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle. . . .	16
3.1	Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité pour $\chi = 1.5$ (a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle.	17
3.2	Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité pour $\chi = 3$ (a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle.	18
3.3	Seuils d'instabilités pour les différents χ , (a) & (b) Re_c , (c) St_c et (d) λ_c	19
3.4	Seuils d'instabilités des modes stationnaires pour tous les confinements étudiés. Les lignes noires continues représentent l'isocontour $U = 0$	20
3.5	Seuils d'instabilités des modes instationnaires pour les différents confinements étudiés. Les lignes noires continues représentent l'isocontour $U = 0$	21
3.6	Mode adjoint. (a) \hat{v}_a vitesse adjointe suivant \mathbf{e}_y , (b) \hat{u}_a vitesse adjointe suivant \mathbf{e}_x	22
3.7	Générateur d'onde pour les deux rapports d'aspect $\chi = 2.5$ et $\chi = 3.5$. (a) Confinement 2.5 mode antisymétrique stationnaire $Re_{as} = 294.950$, (b) confinement 2.5 mode antisymétrique instationnaire $Re_{ai} = 369.770$, (c) confinement 3.5 mode symétrique stationnaire $Re_{ss} = 294.212$, (d) confinement 3.5 mode symétrique instationnaire $Re_{si} = 206.275$	23
3.8	Confinement 1.5.Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	26
3.9	Confinement 2.5. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	26
3.10	Confinement 3.Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	26
3.11	Confinement 3.5.Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	27

3.12	Confinement 4.	Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	27
3.13	Confinement 4.5.	Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$	27

Introduction

Les instabilités hydrodynamiques ont une place importante en mécanique des fluides. La transition vers la turbulence est généralement due à la déstabilisation croissante de l'état laminaire de l'écoulement par des perturbations extérieures, qu'elles soient infinitésimales ou d'amplitude finie.

Dans cette étude nous nous intéressons à un jet impactant dans un canal confiné. L'objectif principal étant l'étude des instabilités de paroi qui se développent dans ce canal, à la recherche des valeurs critiques de ce instabilités pour différents rapports d'aspect, χ . Ce paramètre de confinement étant défini comme le rapport des hauteurs des canaux de sortie et d'entrée du jet.

Les jets impactants sont très utilisés de nos jours pour de très nombreuses applications notamment dans le milieu industriel. Cette technique est utilisée dès lors qu'un important et rapide transfert est souhaité. On peut les utiliser pour tempérer des feuilles métalliques, refroidir des composants électroniques, pour sécher du papier ou du textile, pour décongeler des poulets dans l'industrie alimentaire. L'intérêt d'étudier ces jets est donc essentiel pour pouvoir optimiser ces applications industrielles.

Il existe dans le paysage scientifique une grande variété d'études sur les jets impactants. Les études actuelles se sont intéressées à la géométrie du jet qu'elle soit circulaire, rectangulaire [2] ou lobée [3], la nature de la surface impactante [4], plane inclinée ou présentant des obstacles [5] ou sur l'influence aussi du nombre de Reynolds [6]. La majorité des études réalisées est le cas où le jet est confiné entre la surface où l'on souhaite augmenter l'efficacité des transferts thermiques et une deuxième surface opposée à la première où se trouve l'entrée du jet. La majeure partie des études faite sur les jets se sont plus focalisées sur des des rapports d'aspect $\chi \geq 4$. D'ailleurs une étude pour ces différents rapports d'aspect a été déjà réalisé à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) par [7]. Cette étude a permis de connaître à quel χ le jet qui impacte la plaque va se déstabiliser et que cette déstabilisation est due aux instabilités de parois dans le canal horizontal. Une autre étude a été aussi réalisé par [8] mais que pour un seul rapport d'aspect $\chi = 2$. Dans ce vaste paysage d'études sur les jets impactants il manquait une réelle connaissance des mécanismes d'instabilités se développant dans le canal horizontal pour des petits rapports d'aspect. Ce stage vient donc s'inscrire dans cette optique avec comme particularité l'étude de stabilité purement hydrodynamique de ces petits rapports d'aspect. Le but étant la connaissance des seuils critiques des différents modes (mode antisymétrique et symétrique stationnaire et instationnaire), de voir lequel de ces modes se déstabilise en premier, de savoir le type d'instabilité présents dans ce canal horizontal. En effet pour ces confinements les instabilités de jet de paroi apparaissent après les premiers mode instables, en accord avec les résultats expérimentaux de [7] qui montrent que ces instabilités n'apparaissent qu'à partir de $\chi = 5$. Ce stage vient donc apporter des éclairages sur ces petits confinements.

La première partie de ce rapport va être une description du problème qui portera principalement sur le domaine étudié et les équations utilisées. La deuxième partie consiste à la validation des codes de calcul et à leurs vérification par comparaison des résultats obtenus avec des cas de référence. La troisième partie sera consacré aux résultats obtenus suivi par une partie consacrée à l'interprétation des résultats obtenus. Ce rapport se terminera par une conclusion et quelques perspectives possibles.

Chapitre 1

Formulation générale

1.1 Configuration du problème

1.1.1 Géométrie étudiée

On considère le problème dont la géométrie est représentée sur la figure 1.1. Cette configuration, que nous supposons bidimensionnelle, est constituée d'un canal d'entrée de longueur L_1 dont la section d'entrée (S_{in}) a pour largeur e . Ce canal débouche sur un second canal orthogonal, de longueur $2L_2$ et de surfaces supérieure et inférieure nommées respectivement S_{up} et S_{low} . Un jet de profil parabolique initial entre par S_{in} , s'écoule dans le canal vertical et impacte sur S_{low} . Le jet impacté est ensuite éjecté, tout en restant confiné par la présence de S_{up} , et conduit par le canal horizontal vers la section de sortie S_{out} de hauteur H .

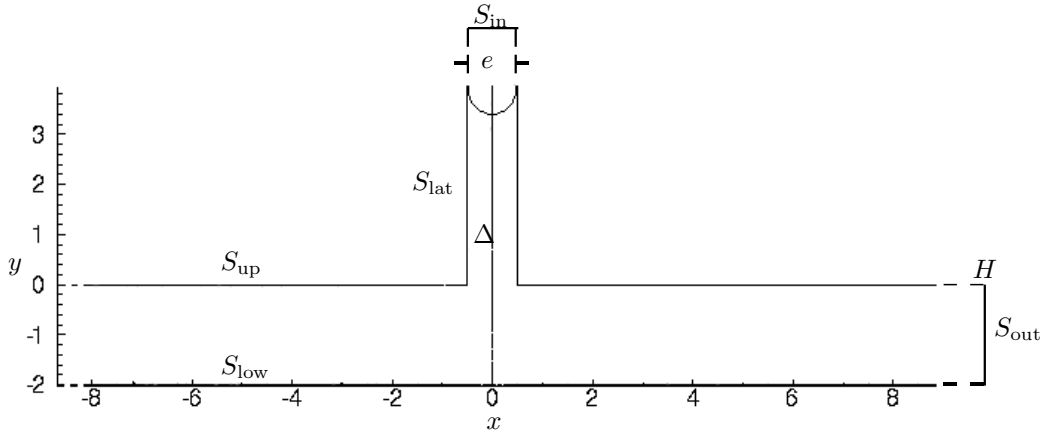


FIGURE 1.1 – Domaine d'étude composé d'un canal vertical et d'un canal horizontal. S_{in} section du canal vertical et entrée du jet de diamètre e , S_{lat} est la paroi latérale du canal vertical, S_{low} et S_{up} respectivement paroi inférieure et supérieure du canal horizontal de hauteur H , S_{out} section de sortie du jet. L'axe Δ est ici l'axe de symétrie du domaine.

1.1.2 Equations générales

L'écoulement du jet régie par les équations de Navier–Stokes données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}^* &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + \nabla \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{u}^* + \frac{1}{\rho} \nabla p^* - \nu \nabla^2 \mathbf{u}^* &= \mathbf{0}, \end{cases} \quad (1.1)$$

où \mathbf{u}^* et p sont respectivement le champ de vitesse et de pression, ρ et ν la masse volumique et la viscosité cinématique du jet. En considérant comme grandeurs de référence le diamètre d'entrée e et la vitesse maximale

d'entrée du jet U_j , les variables deviennent :

$$x = \frac{x^*}{e} \quad ; \quad y = \frac{y^*}{e} \quad ; \quad z = \frac{z^*}{e} \quad ; \quad t = \frac{U_j^*}{t} e \quad ; \quad p = \frac{p^*}{\rho U_j^2}.$$

On obtient ainsi après remplacement dans les équations (1.1), les équations de Navier–Stokes adimensionnalisées (1.2).

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \nabla p - Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{u} &= \mathbf{0}, \end{cases} \quad (1.2)$$

où $Re = \frac{U_j e}{\nu}$ est le nombre de Reynolds. En plus de ce dernier, le second paramètre de contrôle gouvernant ce problème est le rapport d'aspect $\chi = H/e$. Celui-ci définit le confinement du jet après l'impact, de sorte que les cas les plus confinés correspondent aux faibles valeurs de χ .

On pose comme condition aux limites un profil de vitesse de Poiseuille en entrée, une condition d'adhérence sur toutes les parois ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$), et une condition de traction nulle en sortie¹ :

$$\begin{cases} \mathbf{u} &= (-1 + (2x)^2) \mathbf{e}_y & \text{sur } S_{\text{in}}, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{up}} \cup S_{\text{low}} \cup S_{\text{lat}}, \\ p\mathbf{n} - Re^{-1} \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{out}}. \end{cases} \quad (1.3)$$

Il est important de noter que le domaine géométrique et le profil parabolique du jet étant symétriques par rapport à l'axe Δ , on peut s'attendre à obtenir un écoulement présentant des propriétés de symétrie vis-à-vis de cet axe. Par conséquent, nous avons limité le domaine d'étude à la moitié de la configuration présentée sur la figure 1.1, en imposant des conditions de symétrie appropriées à l'axe Δ . Ces dernières seront spécifiées dans la suite.

1.2 Analyse de stabilité globale

Pour procéder à l'analyse de stabilité globale de ce problème, nous décomposons le problème en un champ de base stationnaire auquel sont associées des perturbations infinitésimales dont la croissance ou la décroissance temporelle gouverneront le comportement instable ou stable du champ de base. On pose donc $\mathbf{q} = \mathbf{Q} + \epsilon \mathbf{q}'$ où $\mathbf{q} = (\mathbf{u}, p)^T$ est le vecteur d'état constitué du champ de vitesse $\mathbf{u} = (u, v, w)^T$ et du champ de pression p .

En injectant cette décomposition dans les équations 1.2, on obtient à l'ordre 0 un problème non-linéaire et à l'ordre ϵ un problème linéarisé autour de la solution du problème précédent. On considérera dans cette étude un écoulement de base stationnaire et bidimensionnel, c'est-à-dire avec $\mathbf{Q} = (U, V, 0, P)^T$, tandis que les perturbations seront à priori tridimensionnelles.

1.2.1 Champ de base

L'écoulement de base est régi par les équations de Navier–Stokes 2D stationnaires, c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0, \\ \nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} + \nabla P - Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{U} &= \mathbf{0}. \end{cases} \quad (1.4)$$

Pour cette étude nous avons choisi de mettre en entrée un profil de Poiseuille, sur les parois une condition d'adhérence, en sortie une condition de traction nulle et sur l'axe Δ une condition de symétrie comme le traduisent les équations 1.5 ci-dessous :

$$\begin{cases} \mathbf{U} &= (-1 + (2x)^2) \mathbf{e}_y & \text{sur } S_{\text{in}}, \\ U = V &= 0 & \text{sur } S_{\text{up}} \cup S_{\text{low}} \cup S_{\text{lat}}, \\ P\mathbf{n} - Re^{-1} \nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{out}}, \\ \partial_x V = U &= 0 & \text{sur } \Delta. \end{cases} \quad (1.5)$$

1. Il faut noter que cette condition est celle qui s'impose naturellement lorsqu'on résout un problème d'écoulement ouvert par la méthode des éléments finis que nous avons employée dans cette étude.

1.2.2 Problème linéaire

A l'ordre ϵ , on obtient un système d'équations linéarisées autour du champ de base calculé précédemment :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}' &= 0, \\ \partial_t \mathbf{u}' + \nabla \mathbf{u}' \cdot \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{u}' + \nabla p' - Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{u}' &= \mathbf{0}, \end{cases} \quad (1.6)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{u}' &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{in}}, \\ \mathbf{u}' &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{up}} \cup S_{\text{low}} \cup S_{\text{lat}}, \\ p' \mathbf{n} - Re^{-1} \nabla \mathbf{u}' \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{0} & \text{sur } S_{\text{low}}. \end{cases} \quad (1.7)$$

Le système linéaire ci-dessus est résolu en cherchant une solution sous la forme de modes normaux. Cela revient à supposer que la solution peut se décomposer sous la forme :

$$\mathbf{q}' = \hat{\mathbf{q}}(x, y) e^{(\sigma + i\omega)t + ikz} + c.c.,$$

où $c.c.$ désigne le complexe conjugué, k le nombre d'onde réel dans la direction transversale, σ le taux de croissance et ω la fréquence du mode global $\hat{\mathbf{q}}(x, y)$. Lorsque $\sigma > 0$ (resp. $\sigma < 0$) le mode est linéairement instable (resp. stable). Le domaine étant infini dans la direction z et symétrique par rapport au plan (x, y) , on peut limiter l'étude aux nombres $k > 0$.

En introduisant cette décomposition dans les équations 1.6, on obtient pour chaque valeur de k un problème aux valeurs propres généralisés de la forme :

$$(\sigma + i\omega) \mathcal{B} \hat{\mathbf{q}} = \mathcal{A}_k \hat{\mathbf{q}}. \quad (1.8)$$

Pour notre étude nous distinguons deux types de symétrie pour les modes : antisymétrique et symétrique. Pour chacune d'elle nous avons imposé des conditions aux limites spécifiques sur l'axe de symétrie en raison du choix fait de travailler avec la moitié du domaine. On obtient donc les modes antisymétriques en imposant $\partial_y U = V = 0$ sur Δ tandis que les modes symétriques vérifient la condition $U = \partial_y V = 0$ sur Δ . Pour résoudre le problème aux valeurs propres sur FreeFem++ nous utilisons le solver UMFPACK qui utilise une méthode dite de *shift-and-invert* qui sera brièvement présentée dans le prochain chapitre. Cette approche a été utilisé avec succès dans de très nombreux travaux [9, 10].

Chapitre 2

Modélisation numérique

Le logiciel utilisé dans cette étude est FreeFem++, basé sur les éléments finis et écrit en C++ [11]. Le domaine de calcul étant discrétisé en triangles grâce à un algorithme de Delaunay–Voronoi, nous choisissons d’interpoler les champs de vitesse et de pression respectivement par des éléments quadratiques P2 (6 degrés de libertés par triangle) et linéaires P1 (3 degrés de libertés par triangle). Dans ce chapitre, nous présenterons tout d’abord l’écriture variationnelle des équations de Navier–Stokes, base de toute méthode d’éléments finis. Ensuite, l’algorithme de Newton utilisé pour obtenir le champ de base sera décrite. Enfin, la technique dite de *shift-and-invert* utilisée par la librairie ARPACK (incluse dans le FreeFem++) pour résoudre le problème aux valeurs propres sera brièvement présenté.

2.1 Formulation variationnelle

Pour établir la formulation variationnelle de ce problème, on multiplie le système 1.2 par les fonctions tests \mathbf{v} pour l’équation de quantité de mouvement et q pour l’équation de conservation de la masse. Les fonctions \mathbf{v} et q doivent appartenir à des espaces dit de Sobolev ayant des propriétés de convergence particulières [11]. En intégrant sur tout le domaine Ω , on obtient :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} + \int_{\Omega} \nabla p \cdot \mathbf{v} - Re^{-1} \int_{\Omega} \nabla^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{u}) q = 0. \quad (2.1)$$

En intégrant par parties et en utilisant la formule de Green, on obtient :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{v}) p + Re^{-1} \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{v} - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{u}) q + \int_{\partial \Omega} (p \mathbf{n} - Re^{-1} \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{v} = 0. \quad (2.2)$$

Le terme de bord dans l’équation 2.2, découlant de l’intégration par parties, s’annule comme condition à la limite pour chaque bord de l’ensemble $\partial \Omega$. D’une part, sur les surfaces S_{in} , S_{lat} , S_{up} et S_{low} où s’applique des conditions de Dirichlet, la fonction test \mathbf{v} s’annule. D’autre part, sur le bord de sortie S_{out} , c’est le terme de traction $p \mathbf{n} - Re^{-1} \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ qui s’annule comme condition naturelle de sortie.

On montre que pour faciliter la convergence de la solution et assurer l’unicité de la solution, on peut employer une technique dite de pénalisation et ajouter à la formulation variationnelle le terme $\int_{\Omega} \epsilon p q$ où ϵ est très faible ($\sim 10^{-7}$). Finalement, la formulation faible s’écrit :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{v} + \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{v}) p + Re^{-1} \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u} : \nabla \mathbf{v} - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{u}) q - \int_{\Omega} \epsilon p q = 0. \quad (2.3)$$

La dernière étape de la méthode de Galerkin pour les éléments finis consiste à projeter les inconnues (\mathbf{u}, p) de l’équation 2.3 dans une base constituée des mêmes fonctions (\mathbf{v}, q) . Cette projection conduit à une écriture matricielle du type :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} A & B \\ B^t & \epsilon \end{pmatrix}}_L \begin{pmatrix} u \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

2.2 Résolution numérique

À l'ordre ϵ^0 , on écrit la formulation variationnelle en partant cependant des équations stationnaire 1.4 et on résout le système 2.4 par l'algorithme de Newton présenté ci-dessous. En revanche, à l'ordre ϵ , la formulation variationnelle part des équations 1.6 et aboutit à la matrice $L = (\sigma + i\omega)\mathcal{B} + \mathcal{A}$ résolue par une méthode de *shift-and-invert*.

2.2.1 Algorithme de Newton

Le champ de base utilisé dans l'analyse de stabilité globale est obtenu en recherchant une solution stationnaire et symétrique des équations de Navier–Stokes, c'est-à-dire qui satisfait :

$$\mathcal{N}(\mathbf{U}, P) = \begin{pmatrix} \nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{U} + \nabla P - Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{U} \\ \nabla \cdot \mathbf{U} \end{pmatrix} = 0. \quad (2.5)$$

Aux équations (2.5) s'ajoutent les conditions limites (1.5). La méthode de Newton, connue pour ses propriétés de convergence quadratique, est utilisée pour déterminer un point fixe (\mathbf{U}_0, P_0) des équations (2.5) de façon itérative, à cause du terme non-linéaire $\mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U}$ qui empêche une inversion directe de l'opérateur. Avant de décrire l'algorithme de Newton, soulignons qu'en premier lieu, une solution initiale est obtenue en résolvant l'équation de Poisson homogène, correspondant à un écoulement potentiel et irrotationnel. Ensuite, cette solution sert de point initial pour intégrer les équations de Navier–Stokes sur un faible intervalle de temps, afin de permettre le développement des effets visqueux. La solution obtenue à la suite à cette simulation directe est alors utilisée pour initialiser les itérations de la méthode de Newton. En général, cette solution initiale, notée (\mathbf{U}^n, P^n) est très approximative et ne satisfait pas les équations (2.5). Le but de l'algorithme qui sera décrit ci-dessous est dès lors de trouver la correction $(\delta \mathbf{U}^{n+1}, \delta P^{n+1})$ de sorte que si le champ $(\mathbf{U}^{n+1}, P^{n+1}) = (\mathbf{U}^n + \delta \mathbf{U}^{n+1}, P^n + \delta P^{n+1})$ satisfait les conditions aux limites, alors :

$$\mathcal{N}(\mathbf{U}^n + \delta \mathbf{U}^n, P^n + \delta P^n) = 0. \quad (2.6)$$

En faisant un développement limité d'ordre 1, l'équation (2.6) peut être approchée par $\mathcal{N}(\mathbf{U}^n, P^n) + \mathcal{A}_0(\delta \mathbf{U}^{n+1}, \delta P^{n+1}) = 0$ où \mathcal{A}_0 est l'opérateur Navier–Stokes (stationnaire) linéarisé autour de (\mathbf{U}^n, P^n) . La correction recherchée est donc solution du système suivant :

$$\nabla \mathbf{U}^n \cdot \delta \mathbf{U}^{n+1} + \nabla \delta \mathbf{U}^{n+1} \cdot \mathbf{U}^n + \nabla \delta P^{n+1} - Re^{-1} \nabla^2 \delta \mathbf{U}^{n+1} = -\nabla \mathbf{U}^n \cdot \mathbf{U}^n - \nabla P^n + Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{U}^n, \quad (2.7a)$$

$$\nabla \cdot \delta \mathbf{U}^{n+1} = -\nabla \cdot \mathbf{U}^n. \quad (2.7b)$$

En résolvant ce système linéaire par inversion directe de la matrice \mathcal{A}_0 (après une projection Galerkin éléments finis) grâce à la librairie UMFPACK, on obtient un incrément $(\delta \mathbf{U}^{n+1}, \delta P^{n+1})$ qui est ajouté à la solution approximative précédente. Si $\|\delta \mathbf{U}^{n+1}\| < \varepsilon$ où $\varepsilon \ll 1$, alors $\delta \mathbf{U}^{n+1} \approx \delta \mathbf{U}^n$ et on a trouvé le point fixe correspondant au champ de base à Re donné. Sinon, à partir du nouveau champ $(n+1)$ obtenu, on recommence la démarche d'obtention d'une correction à l'écoulement en procédant suivant l'algorithme :

- 1) $(\mathbf{U}^n, P^n) \leftarrow (\mathbf{U}^{n+1}, P^{n+1})$
- 2) Résoudre (2.7) et obtenir $(\delta \mathbf{U}^{n+1}, \delta P^{n+1})$
- 3) $(\mathbf{U}^{n+1}, P^{n+1}) = (\mathbf{U}^n + \delta \mathbf{U}^{n+1}, P^n + \delta P^{n+1})$
- 4) Vérifier le critère de convergence et reprendre à 1) si nécessaire.

Dans cette étude, le paramètre de convergence ε vaut 10^{-9} .

2.2.2 Méthode de *shift-and-invert*

Cette méthode est de la famille des algorithmes de Krylov–Schur. Elle fut introduite par G.W. Steward [12] et permet de résoudre des problème de la forme :

$$\mathbf{M}\mathbf{q} = \lambda \mathbf{N}\mathbf{q}, \quad (2.8)$$

où \mathbf{M} et \mathbf{N} sont des matrices $n \times n$ réelles ou complexes, l'entier n étant très grand en général. La méthode *shift-and-invert* est une transformation spectrale employée dans le but d'améliorer la convergence de la recherche des valeurs-vecteurs propres (vvp) vers une région particulière du spectre, laquelle correspond au voisinage d'un paramètre s appelée *shift*. Si (λ, \mathbf{q}) est un vvp de (\mathbf{M}, \mathbf{N}) et si $s \neq \lambda$, alors on peut réécrire comme :

$$(\mathbf{M} - s\mathbf{N})\mathbf{q} = (\lambda - s)\mathbf{N}\mathbf{q}. \quad (2.9)$$

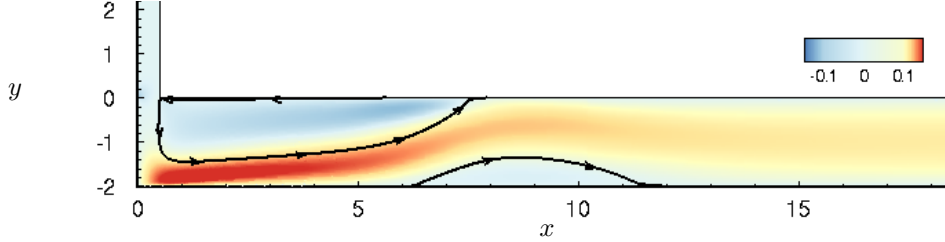


FIGURE 2.1 – Champ de base obtenu avec l’algorithme de Newton à $Re = 300$. Les bulles de recirculation sont représentées par les lignes fléchées.

En définissant $\mu = 1/(\lambda - s)$ et la matrice $\mathbf{R} = (\mathbf{M} - s\mathbf{N})^{-1}\mathbf{N}$, le problème à résoudre revient à :

$$\mathbf{R}\mathbf{q} = \mu\mathbf{q}. \quad (2.10)$$

Or une technique de Krylov–Schur a pour but de calculer rapidement les valeurs propres de \mathbf{R} ayant les plus grandes normes. Par conséquent, la transformation aboutissant à (2.10) est efficace pour trouver les valeurs propres du problème (2.8) proches s car les k valeurs propres μ_j de \mathbf{R} de plus grandes normes correspondent aux k valeurs propres λ_j les plus proches du *shift*. Précisons qu’une fois les valeurs propres transformées obtenues, celles du problème original sont calculées par la relation $\lambda_j = s + 1/\mu_j$. Il est intéressant de noter que les vecteurs propres \mathbf{q}_j associés à μ_j dans le problème (2.10) sont également associés à λ_j dans le problème initial. Les valeurs propres μ_j ont été calculées dans cette stage grâce à la librairie ARPACK incluse dans FreeFem++. Cette dernière permet d’obtenir efficacement un faible nombre k de vvps de la matrice \mathbf{R} contrairement à un algorithme QR (plus coûteux) qui aurait permis d’obtenir le spectre complet. Dans la méthode du *shift-and-invert*, le spectre complet est obtenu en variant les valeurs du *shift* et en calculant les valeurs propres autour de ce dernier.

2.3 Validation du domaine de calcul

Cette partie est cruciale dans l’étude que l’on veut mener. En effet, la précision de résultats obtenus par une méthode numérique dépend de façon générale du domaine de calcul adopté. Ce domaine doit être validé non seulement dans ses dimensions géométriques, mais également dans sa discrétisation. Deux contraintes majeures s’imposent : la précision des résultats et le coût de calcul. Le but de cette étude préalable est donc d’obtenir un domaine discrétisé (ou maillage) pour lequel le problème est à la fois bien résolu et peu coûteux en temps de calcul.

Afin d’évaluer un domaine de calcul optimal, 4 maillages ont été générés. Pour cela, on change les valeurs de L_1 , L_2 , N_p et N désignant respectivement les longueurs des canaux d’entrée et d’évacuation, et les densités de maillage proche impact et dans le canal de sortie. Nous avons raffiné les parties les plus critiques du domaine : entrée du jet, zone d’impact et région où se développe la première zone de recirculation. Les caractéristiques des différents maillages sont inscrites dans le tableau 2.1 :

Pour choisir judicieusement le maillage optimal, nous nous intéressons à l’influence du maillage sur des grandeurs qui caractérisent le champ de base. La figure 2.2 montre qu’un champ de base typique est particulièrement caractérisée par la présence de deux bulles de recirculation dans le canal d’évacuation du jet. Nous avons donc représenté les profils de vitesse à différentes stations x_s du canal de sortie, et ensuite examiné localement l’influence du maillage sur la position des points de décollement et recollement indexés sur la figure 2.2. Cette dernière montre aussi que nous avons choisi les stations $x_s = 2, 5, 8, 11$ et représenter les

maillage	L_1	L_2	N	N_p
1	10	89	14	24
2	8	76	12	22
3	6	64	10	20
4	6	53	8	16

TABLE 2.1 – Récapitulatif des paramètres principaux des différents maillages testés où L_1 est la longueur du canal d'entrée, L_2 longueur du demi-canal de sortie, N et N_p sont les densités de mailles dans les zones de notre domaine.

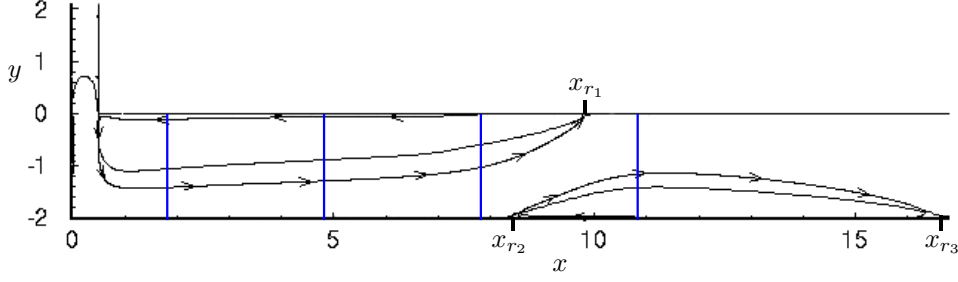


FIGURE 2.2 – Différentes coupures du canal à x fixé et $-2 \leq y \leq 0$. Représentation des points de décollement et de rattachement x_{r1} , x_{r2} et x_{r3} des deux bulles de recirculation. Les bulles de recirculation sont délimitées par les lignes fléchées tandis que les lignes sans flèche montrent l'isocontour $U = 0$.

profils $U(x_0, y)$ pour l'écoulement de base à $\chi = 2$ et $Re = 300$. La figure 2.3 montre les résultats obtenus pour les 4 maillages.

Les profils de la vitesse $U(x, y)$ sont quasiment identiques pour les 4 maillages générés (non montrés). La présence de bulles de recirculation est clairement mise en évidence sur ces profils par les changements de signe de la vitesse. A $x_s = 2$, la vitesse est négative de $y = 0$ à $y = -1.1$ et relativement faible ce qui correspond au début de la bulle de recirculation. Ensuite, la vitesse du jet redevient positive et sort de la bulle de recirculation *après* le changement de signe, et ce jusqu'à la paroi inférieure. Notons au passage que la condition d'adhérence $U = 0$ aux parois est bien vérifiée. A $x_s = 5$, le profil de vitesse a la même allure que précédemment. Cependant, à $x_s = 8$, les vitesses négatives sont concentrées à un intervalle plus réduit, mais avec une amplitude plus grande, atteignant 31% de la vitesse maximale hors de la bulle de recirculation à cette station. Notons que pour $x_s = 8$, on est proche de la fin de la première bulle. Quant à la dernière station, $x_s = 11$, on n'y rencontre pas la bulle de recirculation supérieure, mais inférieure comme l'attestent les faibles vitesses négatives à l'approche de la paroi S_{low} .

Etant donné que l'influence du maillage apparaît peu sur les profils de vitesse, nous avons opté pour une analyse encore plus locale, en relevant la position des points de raccordement et décollement x_{r1} , x_{r2} et x_{r3} du jet éjecté, pour chacun des 4 maillages. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.2. Les variations

maillage	x_{r1}	x_{r2}	x_{r3}
1	7.5	6.3	11.5
2	7.6	6.5	11.7
3	7.8	6.6	11.8
4	7.8	7.0	11.8

TABLE 2.2 – Influences des différents maillages sur les points décollement/recollement de l'écoulement.

sont mineures sur la position des bulles de recirculation des différents champs de base obtenus ainsi que sur les profils de vitesse (non montrés). Le maillage 4 a été choisi pour la suite de l'étude.

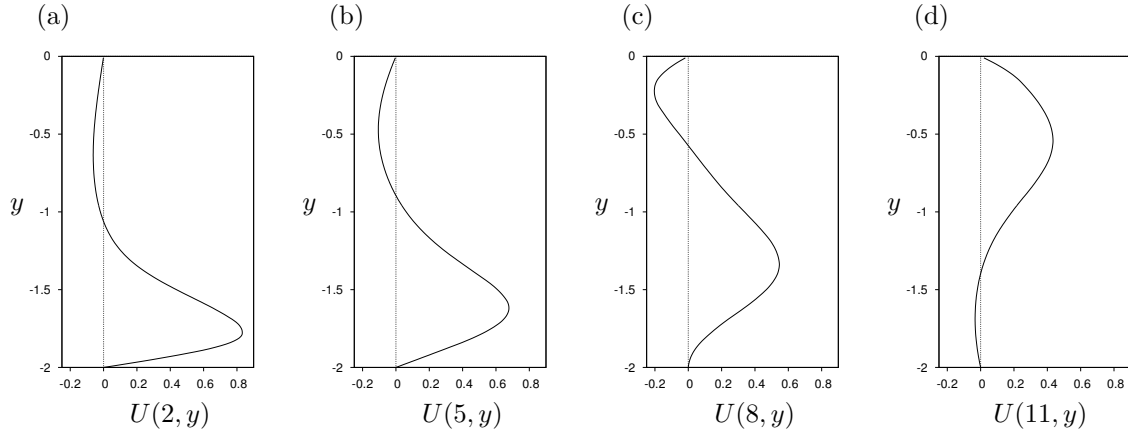


FIGURE 2.3 – Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $x = 2$, (b) $x = 5$, (c) $x = 8$, (d) $x = 11$

2.4 Verification

Pour vérifier notre outil de calcul appliqué à ce problème, nous avons calculé le coefficient de traînée induit par le jet de paroi de l'écoulement de base sur la paroi inférieure après l'impact, étant donné que ce jet joue un rôle majeur dans l'instabilité globale de l'écoulement [7]. Notre résultat a été comparé à celui de Park *et al.* [1] et est illustré sur la figure 2.4.

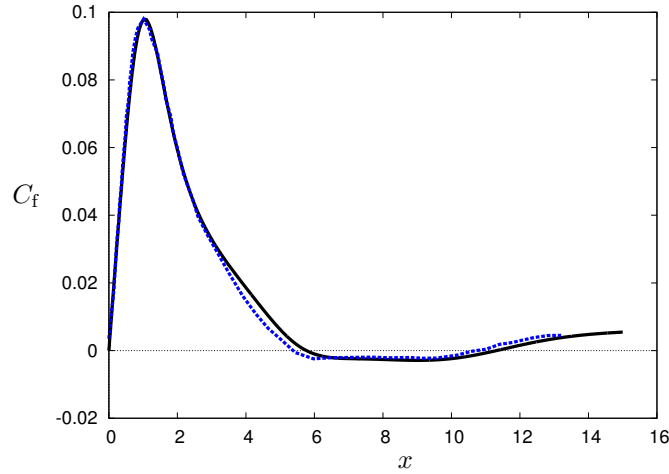


FIGURE 2.4 – Coefficient de frottement calculé sur la paroi impactante S_{low} . La présente étude est en trait noir continu et le résultat de [1] en pointillé bleu.

La figure 2.4 montre un excellent accord entre notre coefficient de frottement et celui obtenu par [1], confirmant la précision de notre champ de base et le choix du maillage. Nous avons également vérifié que cette précision était conservée à l'ordre ϵ de notre étude de stabilité, en résolvant le problème aux valeurs propres et en confrontant nos résultats à ceux de MC11.

Il est important de noter que dans cette étude, nous avons choisi le diamètre du jet e comme longueur de référence, contrairement à MC11 qui ont choisi la hauteur du canal horizontal H . Dans la suite, les valeurs de Re_{MC11} données issues de MC11, seront adaptées à notre définition, c'est-à-dire : $Re = Re_{MC11}/2$. Nous avons donc fait l'analyse de stabilité à $Re = 450$ afin de comparer au cas $Re_{MC11} = 900$ étudié par MC11. Le spectre de valeurs propres que nous obtenons est représenté sur la figure 2.5(a). On arrive à retrouver les mêmes branches que dans celles de la figure 2.5(b) tirée de MC11. La seule différence entre les deux figures provient du fait que, pour une branche donnée, MC11 ont plus une grande quantité de valeurs propres. Toutefois, nous obtenons comme eux quatre types de modes, différenciés par leur symétrie par rapport à

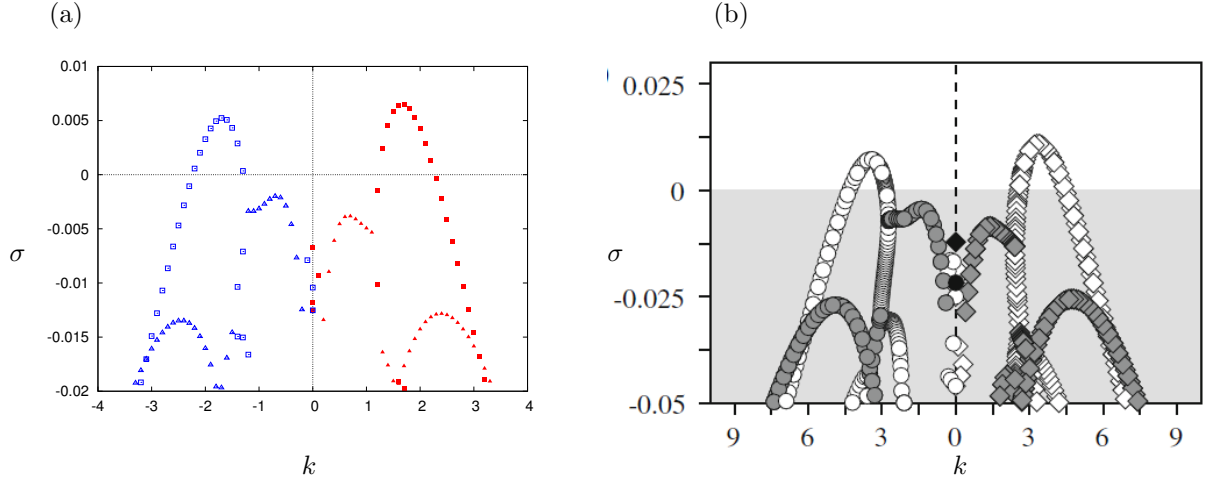


FIGURE 2.5 – (a) Spectre valeurs propres à $Re = 450$ à gauche mode symétrique (bleu) et à droite anti-symétrique (rouge), mode stationnaire en carré et instationnaire en triangle. (b) Spectre extraite de MC11.

Δ et leur comportement fréquentiel. On distingue ainsi des modes antisymétriques et symétriques, pouvant être stationnaires ou instationnaires.

En résolvant le problème de stabilité pour d'autres nombres de Reynolds, nous avons déterminé les seuils d'instabilité de chacun de ces types de modes. Les résultats montrent que le mode dominant à $\chi = 2$ est le mode antisymétrique stationnaire. Il devient instable à $Re_{as} \approx 429$ avec un nombre d'onde $k_{as} \approx 1.7$ (longueur d'onde $\lambda_{as} = 2\pi/k_{as} \approx 3.69$). Vient après le mode symétrique stationnaire qui est instable à $Re_{ss} \approx 435.74$ pour un nombre d'onde $k_{ss} \approx 1.6$ ($\lambda_{ss} \approx 3.92$) et ensuite le mode symétrique instationnaire à $Re_{si} \approx 483$ et $k_{si} \approx 0.9$ ($\lambda_{si} \approx 6.98$). Enfin, le mode antisymétrique instationnaire devient instable à $Re_{ai} \approx 500$ et $k_{ai} \approx 0.9$ ($\lambda_{ai} \approx 6.98$). La figure 2.6 représente le spectre des valeurs propres à ces différents seuils. Ces résultats sont en accord avec ceux de MC11, puisque ceux-ci trouvent comme seuils, $Re_{as} = 429$ ($k_{as} = 1.745$) et $Re_{ss} = 435.75$ ($k_{ss} = 1.785$).

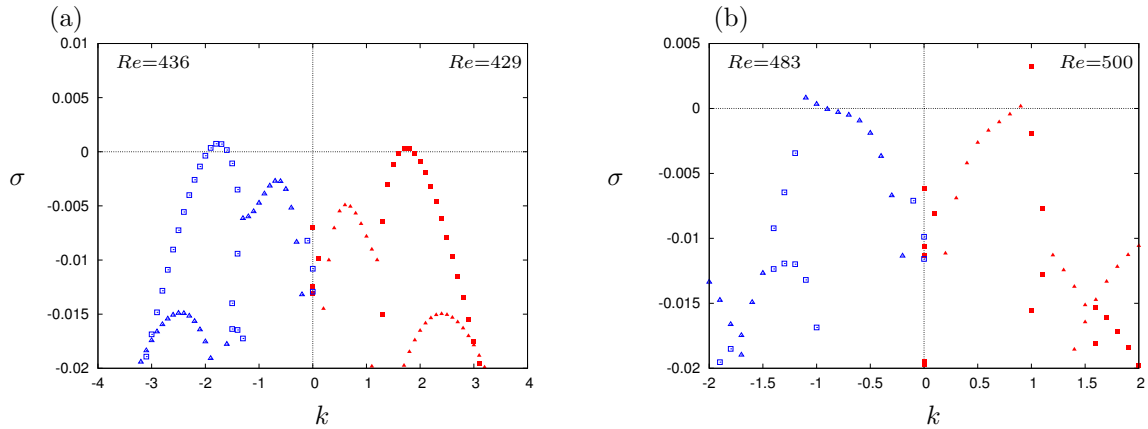


FIGURE 2.6 – Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité (a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle.

Chapitre 3

Spectres et modes d'instabilité

Dans ce chapitre nous allons montrer les résultats de l'analyse de stabilité obtenus avec les autres rapports d'aspect. Nous avons mené des études pour $\chi \in [1.5; 4.5]$. Pour chaque confinement, on a mené une étude préalable de validation du maillage. Cette étape est cruciale et nous a permis d'obtenir le maillage adéquat pour chaque rapport d'aspect afin de mener l'analyse de stabilité. Toutefois l'étape de validation et vérification, présentée dans le chapitre précédent pour le confinement $\chi = 2$ ne sera plus détaillé ici. Les profils de jet de paroi de l'écoulement de base pour chaque rapport d'aspect sont montrés en annexe.

3.1 Influence du confinement

3.1.1 Cas $\chi < 2$

Nous avons exploré pour cela le cas $\chi = 1.5$. On trouve pour ici que le mode dominant est symétrique instationnaire et a pour seuil d'instabilité $Re_{si} = 820.913$. Il s'agit d'un mode 3D de nombre d'onde transverse $k_{si} = 0.664$ et de fréquence $St_{si} = 0.00106$. Le second mode dominant, également 3D, est le symétrique stationnaire avec comme valeurs critiques $Re_{ss} = 995.920$ et $k_{si} = 1.345$. Ensuite viennent les modes antisymétriques instationnaires ($St_{sa} = 0.00086$) et stationnaires qui deviennent respectivement instables à $Re_{ai} = 1033.77$ ($k_i = 0.658$) et $Re_{as} = 1045.640$ ($k_{as} = 2.606$). Les figures 3.1(a & b) montrent proche des seuils d'instabilité des modes stationnaires et instationnaires respectivement, les taux de croissance σ des perturbations en fonction de leur nombre d'onde k . Sur chacune des figures, les modes symétriques sont représentés en bleu et à gauche tandis que les antisymétriques sont en rouge et à droite.

Ces résultats nous indiquent d'emblée que l'ordre dans lequel apparaissent les 4 familles d'instabilités est

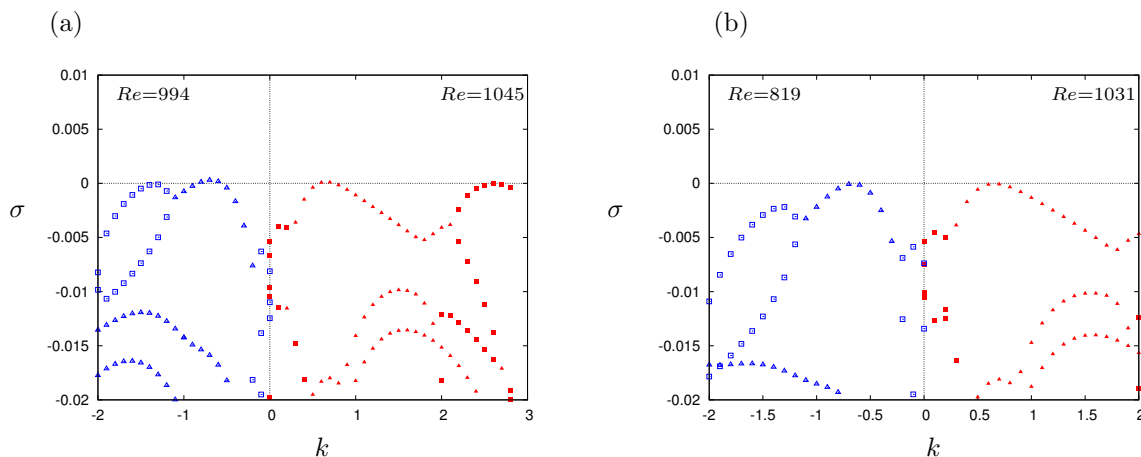


FIGURE 3.1 – Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité pour $\chi = 1.5$ (a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle.

différent selon le confinement. En effet, tandis qu'à $\chi = 2$, le mode dominant est antisymétrique station-

naire, le cas hyper-confiné $\chi = 1.5$ étudié ici montre la dominance du mode symétrique instationnaire. Ces modes étant soit stationnaires, soit à très basse fréquence $St \sim 0.001$, ils n'ont pas les caractéristiques de l'instabilité de battement du jet observé par [7]. On s'attend donc plutôt à des modes se développant dans le canal d'éjection. Par ailleurs, puisque les valeurs critiques pour chacun des 4 types modes sont plus grands à $\chi = 1.5$ qu'à $\chi = 2$, ces instabilités pourraient avoir une source qu'on peut contrôler par le confinement. La structure spatiale des modes dominants sera analysée plus finement dans la suite, afin d'en déduire l'origine physique de ces instabilités.

3.1.2 Cas $\chi > 2$

Après avoir étudié un cas plus confiné que notre configuration de référence, nous avons aussi fait l'analyse pour des valeurs de $\chi > 2$. A $\chi = 2.5$, les résultats (mode dominant, fréquence, nombre d'onde) trouvés suivent la même tendance qu'à $\chi = 2$, si ce n'est que les seuils d'instabilité sont inférieurs.

Toutefois pour le confinement $\chi = 3$, le mode antisymétrique stationnaire qui se déstabilise pour $Re_{as} = 256.021$ ($k_{as} = 1.259$) est précédé par le mode symétrique instationnaire qui devient instable à $Re_{si} = 254.117$ ($k_{si} = 0.816$). Bien que ce dernier reste un mode basse fréquence comparativement aux fréquence de battement de jet [7], il oscille à $St_{si} = 0.0032$ trois fois plus vite que les modes critiques instationnaires à $\chi = 2$. Viennent ensuite le mode antisymétrique instationnaire qui devient instable à $Re_{ai} = 288.680$ ($k_{ai} = 0.691$) et oscille à $St_{ai} = 0.0030$ et le mode symétrique stationnaire devient instable à partir de Reynolds $Re_{ss} = 326.098$ pour un nombre d'onde $k_{ss} = 1.434$. Ici donc également, l'augmentation du rapport d'aspect entraîne la diminution des valeurs de seuils d'instabilité comme l'on s'y pouvait s'y attendre [7, 13]. Cependant, cette diminution fait défaut dans le cas du mode symétrique stationnaire. En effet, on trouve qu'à $\chi = 2.5$ l'on a $Re_{ss} = 311.800$. En revanche, pour $\chi > 3$, on observe à nouveau une décroissance monotone de $Re_{ss}(\chi)$: il s'agit donc d'un saut ponctuel du seuil. Ce saut du seuil d'instabilité stationnaire est aussi observé pour le mode antisymétrique entre les confinements $\chi = 3$ et $\chi = 3.5$. Il existe donc une valeur critique χ_c où les courbes de neutralité des modes stationnaires subissent un saut, les modes oscillants (dont les seuils décroissent de façon monotone) devenant de fait les plus dangereux au-delà de χ_c .

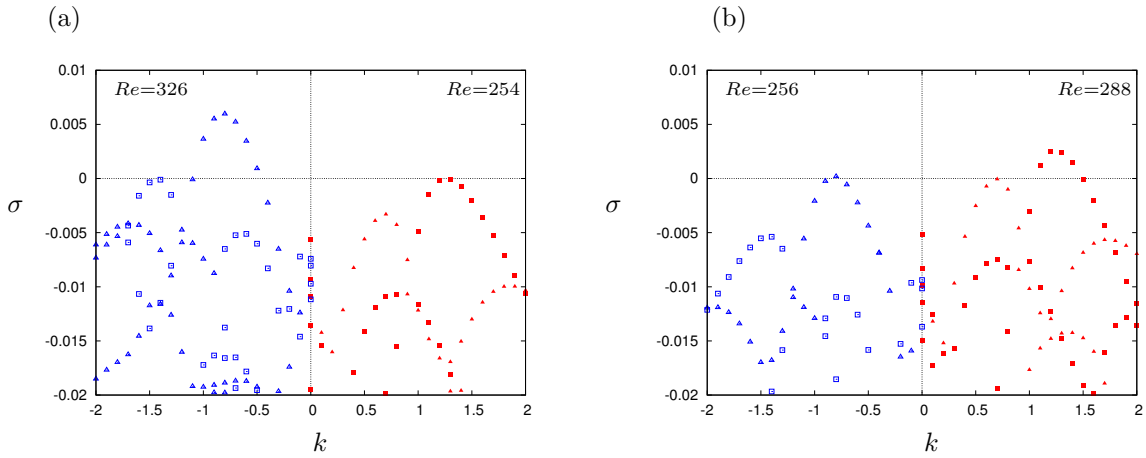


FIGURE 3.2 – Spectre des valeurs propres pour des valeurs de Reynolds proche du seuil d'instabilité pour $\chi = 3$ (a) stationnaire (b) instationnaire. Sur chacune des figures, à gauche symétrique (bleu) et à droite antisymétrique (rouge) et les modes stationnaires en carré et instationnaires en triangle.

3.1.3 Recapitulatif des résultats

Dans cette section, les résultats de l'analyse de stabilité ont été regroupés dans la figure 3.3.

Les courbes $Re_{ai}(\chi)$ et $Re_{as}(\chi)$ sont représentées sur la figure 3.3(a) tandis que les courbes $Re_{si}(\chi)$ et $Re_{ss}(\chi)$ sont sur la figure 3.3(b). Les sauts d'instabilité stationnaire sont bien mises en évidence sur ces courbes, la valeur χ_c étant telle que $3 \leq \chi_c \leq 3.25$ aussi bien pour les symétriques qu'antisymétrique, bien qu'il apparaisse pour des situations un peu plus confinées dans le cas symétrique. Les figures 3.3(c & d) représentent quant à elles la variation du Strouhal et du nombre d'onde critique en fonction du rapport d'aspect. On constate que la fréquence des modes instationnaires croît linéairement avec le rapport d'aspect,

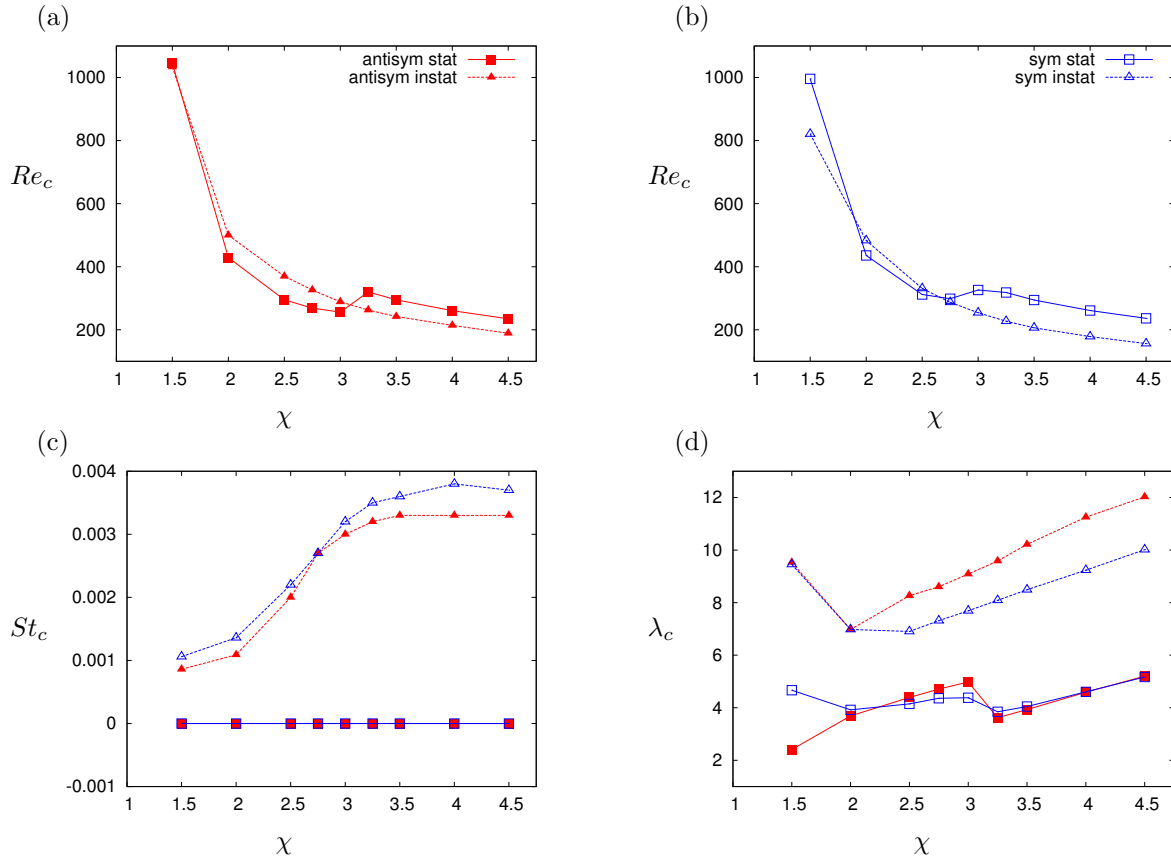


FIGURE 3.3 – Seuils d’instabilités pour les différents χ , (a) & (b) Re_c , (c) St_c et (d) λ_c

avant d’atteindre un plateau pour $\chi \geq 3.25$. Autrement dit, légèrement au-delà du confinement critique χ_c , les modes dominants qui étaient antisymétriques stationnaires pour $\chi \leq \chi_c$ (sauf à $\chi = 1.5$) deviennent symétriques instationnaires avec une fréquence constante $St \simeq 0.0033$.

Dans le tableau 3.1 (en annexe) sont donnés, pour chaque type confinement, les valeurs plus précises des Reynolds critiques, nombres d’onde et les fréquences adimensionnelles aux seuils d’instabilité des 4 types de modes.

3.2 Structure et interprétation des modes globaux

Les résultats ci-dessus montrent que l’influence du confinement est de retarder l’instabilité primaire, en plus de changer son comportement temporelle (stationnaire/oscillant). Cela signifie que cette instabilité tend à se développer dans le canal d’évacuation dont la paroi supérieure est responsable du confinement du jet éjecté après l’impact. Ces résultats sont confirmés par les figures 3.4 & 3.5 où nous avons représenté les 4 types de mode à leurs seuils d’instabilité respectifs, à différentes valeurs de χ . La structure de ces modes est illustrée par la vorticité dans la direction transverse. Ces représentations nous permettent de visualiser correctement l’arrangement de ces modes dans le canal confiné et nous éclairent sur la nature des instabilités qui s’y développent. Ces figures montrent en plus d’avoir des seuils d’instabilité très proches, les modes symétriques et antisymétriques ont des structures spatiales très similaires, qu’ils soient stationnaires ou non. Ce résultat est en accord avec ceux de MC11. Comme noté par ces auteurs, cela signifie que l’écoulement réel (constitué de la superposition du champ de base et des perturbations instables) se développe des deux côtés de l’axe Δ sans qu’il n’y ait d’interaction de part et d’autre de l’axe de symétrie. Ce résultat est aussi en accord avec les observations expérimentales de [7] qui ont montré des jets de paroi instables de part et d’autre du jet impactant sans déstabiliser (jusqu’à une certaine valeur de Re) ce dernier.

Nous remarquons essentiellement deux types d’arrangement spatial des structures de vorticité. Le premier type concerne les cas les plus confinés ($\chi = 1.5, 2$). On constate que la vorticité est très allongée dans la

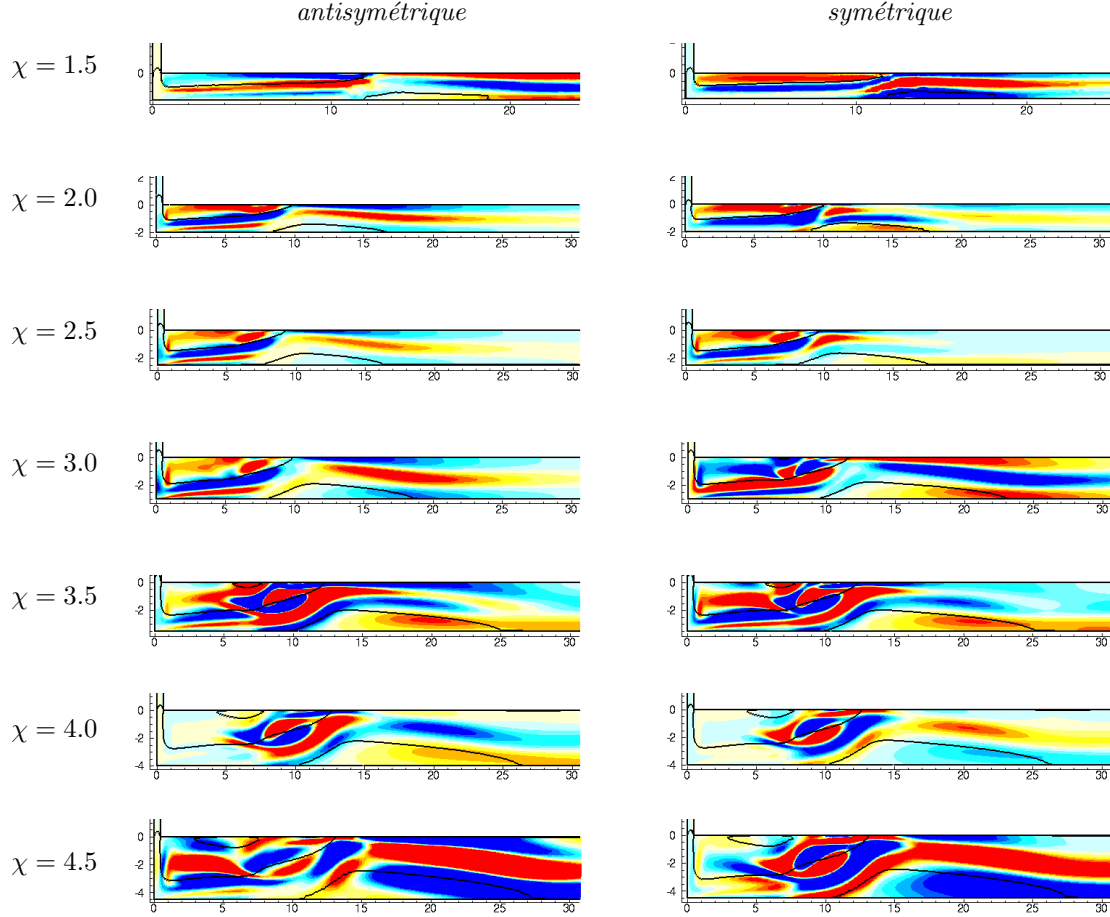


FIGURE 3.4 – Seuils d’instabilités des modes stationnaires pour tous les confinements étudiés. Les lignes noires continues représentent l’isocontour $U = 0$.

direction longitudinale et se concentre surtout dans la première bulle et au-dessus de la seconde. Le second type est manifeste à partir de $\chi = 2.5$. Tandis qu’il existe toujours des structures allongées au-dessus de la seconde bulle de recirculation, elles sont globalement moins prononcées (voir niveaux de couleur) que les structures concentrées autour du l’isocontour de vitesse $U = 0$. Ces dernières prennent la forme d’un dipôle de vorticité qui s’accroît avec le rapport d’aspect.

Nous avons choisi de représenter l’isocontour $U = 0$ du champ de base plutôt que la limite des bulles de recirculation parce que cet isocontour marque nettement le jet de paroi éjecté depuis le point d’impact. En effet, ce système est potentiellement le si ge de plusieurs types d’instabilité : *centrifuge*   cause des recirculations [14], *inflexion*   cause du jet [7], *elliptique*   cause de l’accélération entre les deux bulles de recirculation [8]. L’enroulement des structures de vorticité non pas autour des limites de bulle de recirculation, ni entre celles-ci mais sur les surfaces du jet montrent que ces instabilités sont dues à l’inflexion du jet de paroi. Bien qu’elles soient absentes des figures ci-dessus, nous avons constaté que les isocontours $\partial_{yy}U = 0$ suivent la même allure de les niveaux $U = 0$, confirmant la présence des points d’inflexion comme source d’instabilité de l’écoulement dans le canal. Ce mécanisme est confirmé pour les cas les moins confinés où apparaît une bulle secondaire à l’intérieur de la première bulle. En effet, on remarque qu’au seuil d’instabilité stationnaire pour les confinements $\chi > 3.5$, il apparaît dans la première zone de recirculation une bulle secondaire tandis qu’elle apparaît à partir de $\chi = 4$ pour les modes instationnaires. L’apparition de cette bulle secondaire accroît non seulement le volume total de la première bulle (  cause de l’incompressibilité de l’écoulement) mais aussi de la déformation de l’isocontour $U = 0$, ce qui favorise donc l’instabilité inflexionnelle et décroît les seuils.

Enfin, notons qu’une observation globale des figures 3.4 & 3.5 montrent qu’à mesure que le confinement décroît, la zone où la perturbation instable est accentuée se décale progressivement du jet de paroi proche

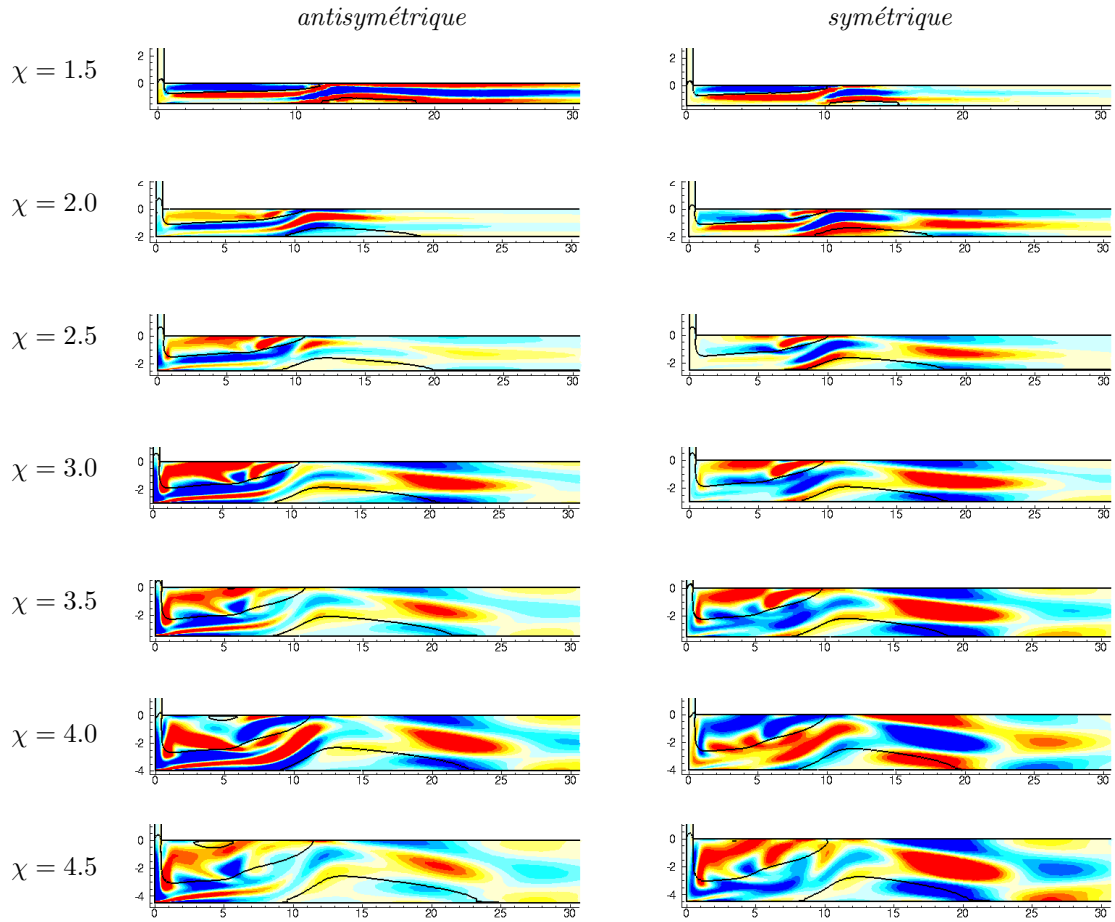


FIGURE 3.5 – Seuils d’instabilités des modes instationnaires pour les différents confinements étudiés. Les lignes noires continues représentent l’isocontour $U = 0$.

du point d’impact vers la zone de rattachement de la première bulle pour les modes stationnaires, tandis que l’inverse est observée pour les modes instationnaires. Le croisement de ces deux tendances opposées coïncide avec la valeur du confinement critique χ_c qui fait la transition entre les modes stationnaires et instationnaires en tant que les plus dangereux.

Conclusion

Résumé

Ce stage avait pour but d'apporter les éléments manquants dans l'étude des jets impactants confinés : en particulier l'influence du confinement sur la stabilité globale de cet écoulement complexe. Le problème a été résolu par une approche numérique. Nous avons d'abord validé les codes de calcul en comparant les résultats obtenus à l'étude de référence de MC11. Une fois cette validation faite, nous avons fait une analyse de stabilité linéaire pour des confinements inférieurs et supérieurs au cas de référence. Les seuils, fréquences et nombres d'onde pour lesquelles on a des instabilités ainsi que les modes globaux auxquels ils sont associés ont été déterminés pour chaque confinement.

Nous avons trouvé que la courbe de neutralité de l'instabilité linéaire est décroissante avec le rapport d'aspect, en accord avec les résultats de la littérature [7, 13]. Cependant, tandis que le seuil d'instabilité des modes oscillants (tous à basse fréquence) décroît de façon monotone avec le rapport d'aspect, un saut du seuil d'instabilité des modes stationnaires est observé pour un rapport d'aspect critique $3 \leq \chi_c \leq 3.25$. L'existence de ce rapport critique change considérablement la nature de l'instabilité primaire. En effet, si dans le cas $\chi = 1.5$ on trouve une domination des deux modes symétriques, les autres cas $\chi \leq \chi_c$ montrent que l'instabilité primaire est due au mode antisymétrique stationnaire. Au-delà de χ_c en revanche, les modes stationnaires sont les plus dangereux.

L'analyse de la structure de vorticité des modes instable montre que ces instabilités se développent dans le canal d'évacuation bien avant l'instabilité de battement du jet avec l'impact observé par [7]. Les modes observés dans notre étude sont localisés dans la première bulle de recirculation. L'analyse du profil du jet éjecté après l'impact a montré que les maximums de vorticité de la perturbation sont localisés autour des points d'inflexion du jet. De fait, l'instabilité primaire de cet écoulement est due au cisaillement du jet de paroi qui se développe dans le canal.

Perspectives

Pour une étude ultérieure il faudra raffiner l'étude des rapports d'aspect $\chi < 2$, et aussi regarder de plus près les mécanismes responsables de l'augmentation subite du nombre de Reynolds critique autour de χ_c .

Afin d'approfondir la compréhension des mécanismes d'instabilité primaire des jets impactants, nous avons commencé l'étude du problème adjoint dans cette configuration. Les modes globaux adjoints permettent de quantifier la réceptivité de l'écoulement aux perturbations extérieures. Sur la figure 3.6 est représentée les composantes de la vitesse adjointe. On constate un excellent accord avec le résultat obtenu par MC11, pour la composante longitudinale. Donc d'après cette figure on conclue que c'est dans notre première bulle de recirculation que notre écoulement est plus réceptif à des perturbations extérieures, et que les structures de vorticité se développant au-dessus de la seconde bulle seront moins importantes de façon générale.

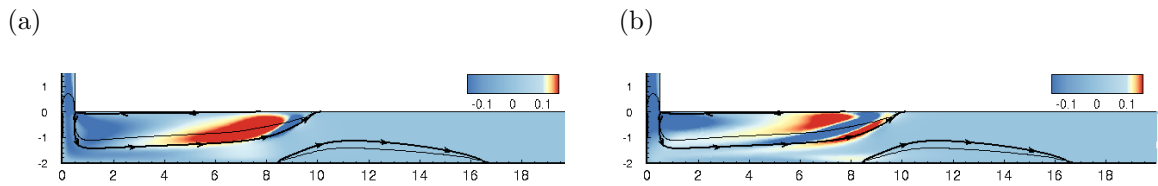


FIGURE 3.6 – Mode adjoint. (a) \hat{v}_a vitesse adjointe suivant \mathbf{e}_y , (b) \hat{u}_a vitesse adjointe suivant \mathbf{e}_x .

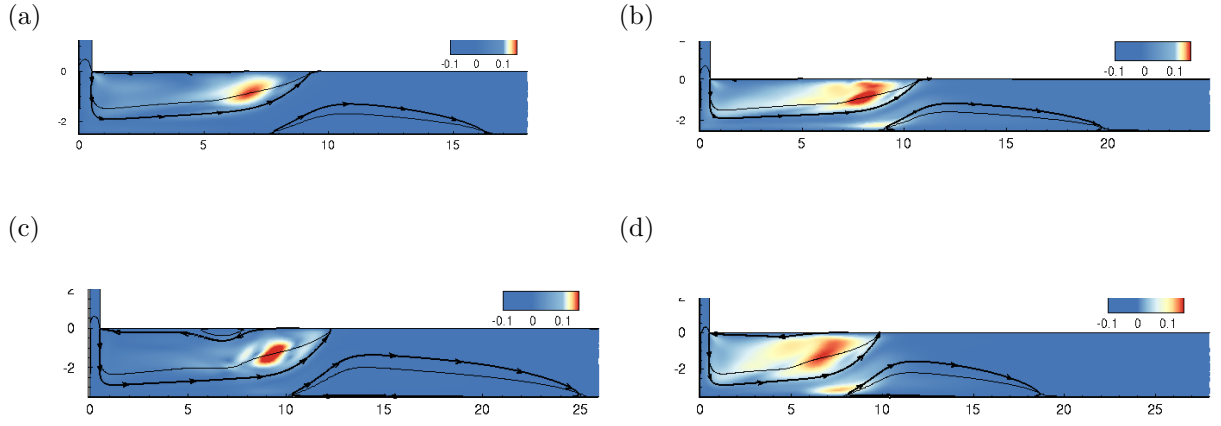


FIGURE 3.7 – Générateur d’onde pour les deux rapports d’aspect $\chi = 2.5$ et $\chi = 3.5$. (a) Confinement 2.5 mode antisymétrique stationnaire $Re_{as} = 294.950$, (b) confinement 2.5 mode antisymétrique instationnaire $Re_{ai} = 369.770$, (c) confinement 3.5 mode symétrique stationnaire $Re_{ss} = 294.212$, (d) confinement 3.5 mode symétrique instationnaire $Re_{si} = 206.275$

Une prochaine étape dans ce travail sera mieux comprendre les mécanismes d’instabilité afin de mieux contrôler l’écoulement. A cette fin, nous avons commencé à déterminer la sensibilité structurelle du problème en déterminant les zones les plus sensibles à un forçage proportionnel à la perturbation, dans la lignée des études existant dans ce domaine [15]. Cette zone sensible aussi appelée générateur d’onde ou *wavemaker* est représenté sur la figure 3.7. Ce résultat confirme l’inflexion du jet comme source d’instabilité et comme région critique dans une perspective de contrôle.

Bibliographie

- [1] T. Park, H. Choi, J. Yoo, and S. Kim. Streamline upwind numerical simulation of two-dimensional confined impinging slot jets. *International J. Heat And Mass Transfer*, 46 :251–262, 2003.
- [2] J. Vejrazka. *Experimental study of a pulsating round impinging jet*. PhD thesis, Grenoble INPG, 2002.
- [3] D. Brouilliot. *Jets impactants*. PhD thesis, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, 2016.
- [4] J. Senter. *Analyses expérimentale et numérique des écoulements et des transferts de chaleur convectifs produit par un jet plan impactant une plaque plane mobile*. PhD thesis, Université de Nantes, 2006.
- [5] N. Shin Kim. *Analyse expérimentale d’un jet turbulent impactant sur un plaque plane et sur un obstacle de section carrée*. PhD thesis, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, 2005.
- [6] D. Varieras. *Étude de l’écoulement et du transfert de chaleur en situation de jet confiné*. PhD thesis, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, 2000.
- [7] D. Varieras, P. Brancher, and A. Giovannini. Self-sustained oscillations of a confined impinging jet. *Flow Turbulence And Combustion*, 78 :1–15, 2007.
- [8] P. Meliga and J.-M. Chomaz. Global modes in a confined impinging jet : Application to heat transfer and control. *Theoretical And Computational Fluid Dynamics*, 25 :179–193, 2011.
- [9] J. Tchoufag. *Étude de la trajectoire d’objets en chute ou en ascension dans un fluide visqueux : une approche de stabilité globale*. PhD thesis, Université Paul Sabatier – Toulouse 3, 2013.
- [10] P. Assemat, D. Fabre, and J. Magnaudet. The onset of path instability of falling objects within a viscous fluid : a linear study. *J. Fluid Mechanics*, 690 :173–202, 2012.
- [11] F. Hecht. New development in Freefem++. *J. Numer. Math.*, 20 :251–265, 2012.
- [12] G. W. Steward. A Krylov–Schur algorithm for large eigenproblems. *Siam J. Matrix Anal. Appl.*, 23 :601–614, 2001.
- [13] K. K. Raja, M. K. Das, and P. R. Kanna. Numerical simulation of two-dimensional laminar slot-jet impingement flows confined by a parallel wall. *International J. Numerical Methods In Fluids*, 55 :1965–983, 2007.
- [14] O. Marquet, M. Lombardi, J.-M. Chomaz, D. Sipp, and L. Jacquin. Direct and adjoint global modes of a recirculation bubble : Lift-up and convective non-normalities. *J. Fluid Mechanics*, 622 :1–21, 2009.
- [15] F. Giannetti and P. Luchini. Structural sensitivity of the first instability of the cylinder wake. *J. Fluid Mech.*, 581 :167–197, 2007.

Annexes

χ	<i>stationnaire</i>			<i>instationnaire</i>			
	mode	Re_s	λ_s	mode	Re_i	λ_i	$\approx St_i$
1.50	antisymétrique	1045.640	2.410	antisymétrique	1033.770	9.530	0.0009
	symétrique	995.920	4.666	symétrique	820.913	9.454	0.0011
2.00	antisymétrique	≈ 429	≈ 3.690	antisymétrique	≈ 500	≈ 6.98	0.0011
	symétrique	≈ 435.74	≈ 3.92	symétrique	≈ 483	7.050	0.0013
2.50	antisymétrique	294.950	4.390	antisymétrique	369.770	8.265	0.0020
	symétrique	311.800	4.147	symétrique	331.032	6.902	0.0022
2.75	antisymétrique	268.780	4.710	antisymétrique	326.190	8.602	0.0027
	symétrique	298.550	4.359	symétrique	287.112	7.313	0.0027
3.00	antisymétrique	256.021	4.980	antisymétrique	288.680	9.089	0.0030
	symétrique	326.098	4.379	symétrique	254.117	7.691	0.0032
3.25	antisymétrique	319.990	3.620	antisymétrique	262.820	9.585	0.0032
	symétrique	318.318	3.846	symétrique	227.104	8.088	0.0035
3.50	antisymétrique	295.105	3.930	antisymétrique	242.140	10.217	0.0033
	symétrique	294.212	4.047	symétrique	206.275	8.490	0.0036
4.00	antisymétrique	260.650	4.590	antisymétrique	214.000	11.252	0.0033
	symétrique	261.103	4.605	symétrique	178.444	9.235	0.0038
4.50	antisymétrique	234.910	5.200	antisymétrique	188.930	12.024	0.0033
	symétrique	236.307	5.170	symétrique	156.266	10.015	0.0037

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif des valeurs critiques pour les différents rapports d’aspect.

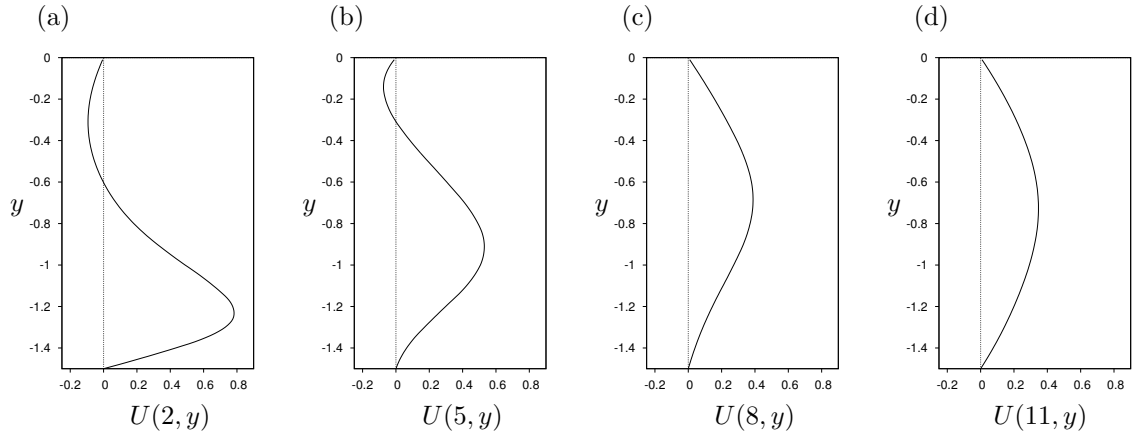


FIGURE 3.8 – Confinement 1.5. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$

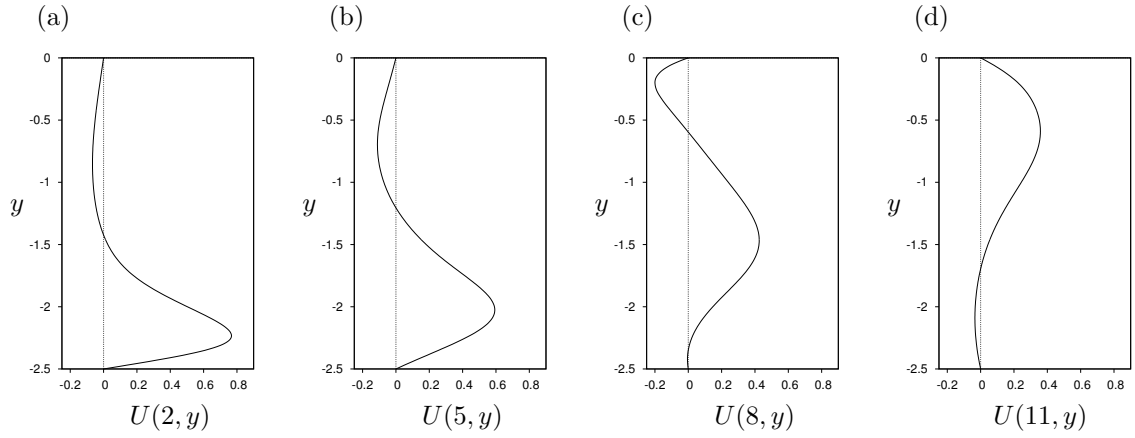


FIGURE 3.9 – Confinement 2.5. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$

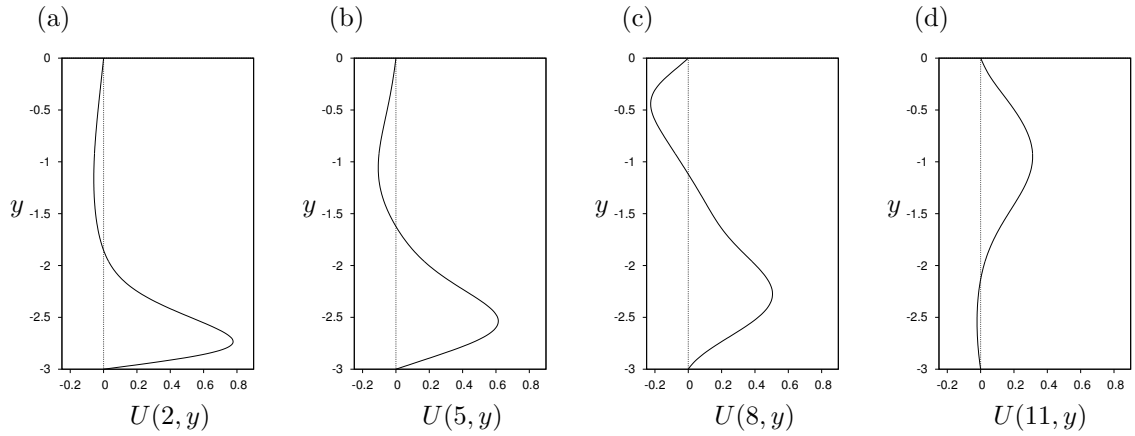


FIGURE 3.10 – Confinement 3. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$

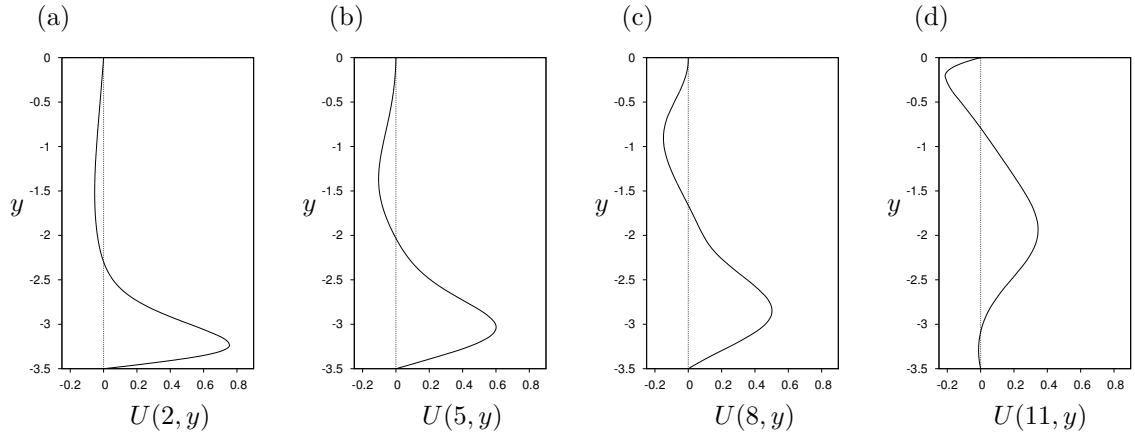


FIGURE 3.11 – Confinement 3.5. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$

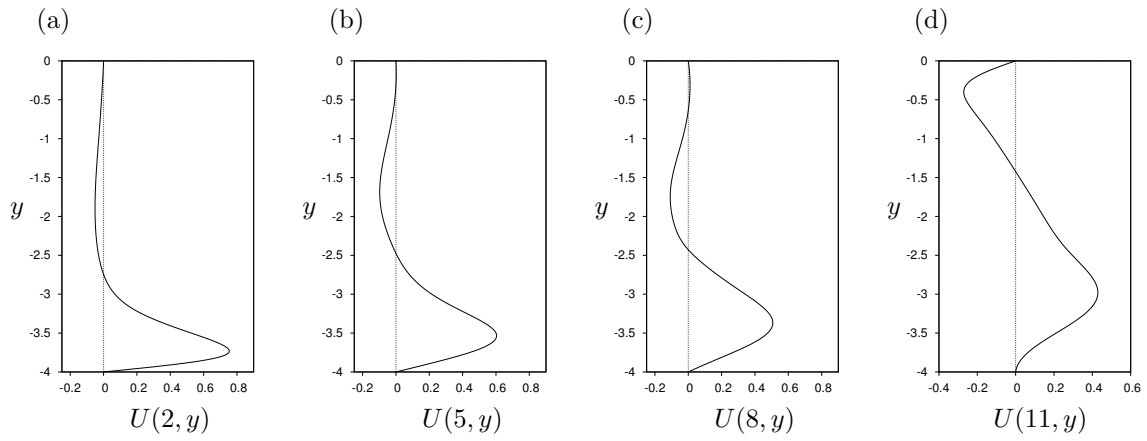


FIGURE 3.12 – Confinement 4. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$

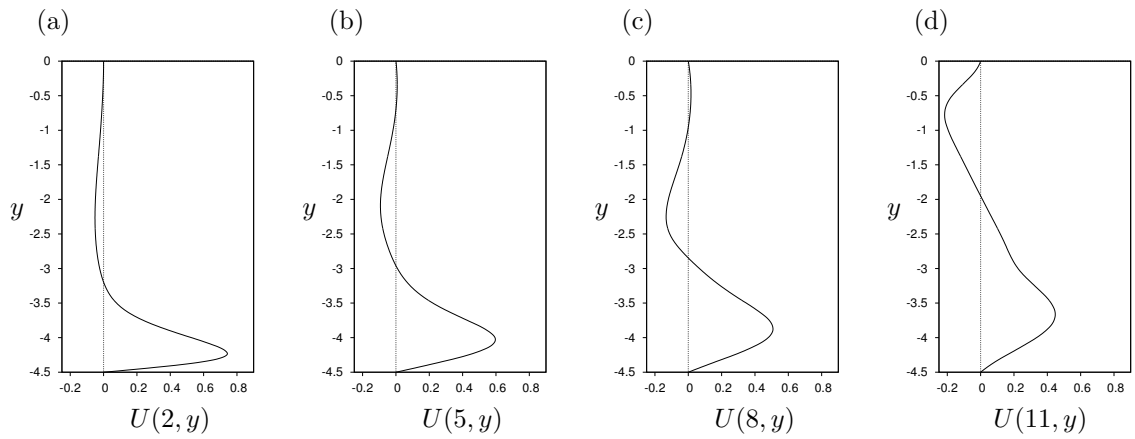


FIGURE 3.13 – Confinement 4.5. Profil de vitesse à différentes stations à $Re = 300$. (a) $y = 2$, (b) $y = 5$, (c) $y = 8$, (d) $y = 11$