

## 第10章习题

- 10.1 (滑雪板租买问题) 假设您到亚布力滑雪, 滑雪板的销售价格是 $m$ 元, 租借滑雪板的价格是每天 $r$ 元。由于某些原因, 例如是否因为天气恶劣或摔伤而无法滑雪, 您无法预知要滑雪的天数。
- (1) 试设计一个在线算法帮助您每天决定是否在当天买下滑雪板, 使得您的实际花销与(滑雪天数事先知道的前提下)的最优花销的比值不超过 $m/r$ 。
  - (2) 设 $m=500, r=100$ , 试设计一个竞争度为3的在线算法?
  - (3) 在 $m=500, r=100$ 的条件下, 在线算法能够获得的最优竞争度是多少?
- 10.2 现有两个求解计算问题 $P$ 的在线算法 $A$ 和 $B$ , 它们的竞争度分别为2和3, 请利用算法 $A$ 和算法 $B$ 设计一个竞争度为 $9/4$ 的在线随机算法。
- 10.3 在线最远点对问题要求输出欧几里德平面上在线到来的 $n$ 个点 $P_1, \dots, P_n$ 中距离最远的两个点。试利用11.3节类似的方法设计一个在线算法求解最远点对问题, 并分析算法的竞争度。
- 10.4 在线1-圆心问题要求输出欧几里德平面上一个半径最小的圆使得在线到来的 $n$ 个点 $P_1, \dots, P_n$ 全部位于圆内或边界上。试利用11.3节类似的方法设计一个在线算法求解1-圆心问题, 并分析算法的竞争度。
- 10.5 考虑如下单人记忆游戏。将 $n$ 对扑克牌扣于桌面上, 每对扑克牌是相同的。游戏的一个步骤是翻开两张扑克牌, 如果它们是相同的牌, 则从桌面移除这两张扑克牌; 否则将翻开的两张扑克牌重新扣于桌面上。游戏的目的是使用最少的操作步骤移除桌面的 $2n$ 张扑克牌。显然, 游戏对于记忆力超强的人而言最少需要 $n$ 个操作步骤。
- (1) 试设计一个在线算法完成游戏, 使得算法的竞争度为2。
  - (2) 试设计一个在线算法完成游戏, 使得算法至多需要 $2n-1$ 次操作。
  - (3) 证明: 完成记忆游戏的任意在线算法至少需要 $2n-1$ 次操作。
- 10.6 河边有一堆干草和一头奶牛, 奶牛不知道干草堆的方向和距离。下面的在线算法可以帮助奶牛吃到干草。先向左侧移动一个长度单位, 如果未发现干草堆则返回出发点; 然后向右侧移动两个长度单位, 如果未发现干草堆则返回出发点; 再向左移动两个长度单位, ...。试构造一个反例, 证明上述离线算法的竞争度不小于9。