

期末考试试题（第一部分）

- 课程：跨入科学研究之门（XDSY118019）
- 主讲教师：唐萍、刘一新（复旦大学高分子科学系）
- 答案提交截止时间: 2022.11.17, 21:30
- 答案提交方式：以Pull Request的形式将所有相关材料提交到GitHub repo：
<https://github.com/liuyxpp/XDSY118019-exam>

注意事项

1. 答案提交方式是本次期末考试考察的一个部分，如果不能按时以Pull Request的形式提交考试答案，将判定本次考试不合格。
2. 考试答案包括试题的解、相关代码以及所要求的说明文档（Markdown或LaTeX）。

试题解答要求

1. 编写Python代码，代码运行后能给出正确结果。可以提交Jupyter notebook文件或 .py 脚本文件。
2. Python代码应符合PEP 8规范。
3. 为Python代码合理编写注释。
4. 编写使用说明文档(Markdown或LaTeX文件)，包括但不限于：
 1. 问题描述及解答思路。
 2. 如何使用代码。注意：如果提交的是Jupyter notebook，可不单独提交使用说明文档，而是将上述内容写入Jupyter notebook中。

编程实践项目

该部分试题将于考试答案提交的截止时间前一至两周给出。请从以下两个项目任选一个作答。

项目1: 考拉兹猜想(Collatz Conjecture)

考拉兹猜想是由Lothar Collatz于1937年提出的，也叫 $3n + 1$ 猜想。数学家Paul Erdos曾这样评价这个猜想："Mathematics may not be ready for such problems"。其命题陈述如下：

对于任意正整数 n ，若 n 为偶数这将其除以2，若 n 为基数则将其乘以3后再加1，如此反复，其结果最终必将达到1。

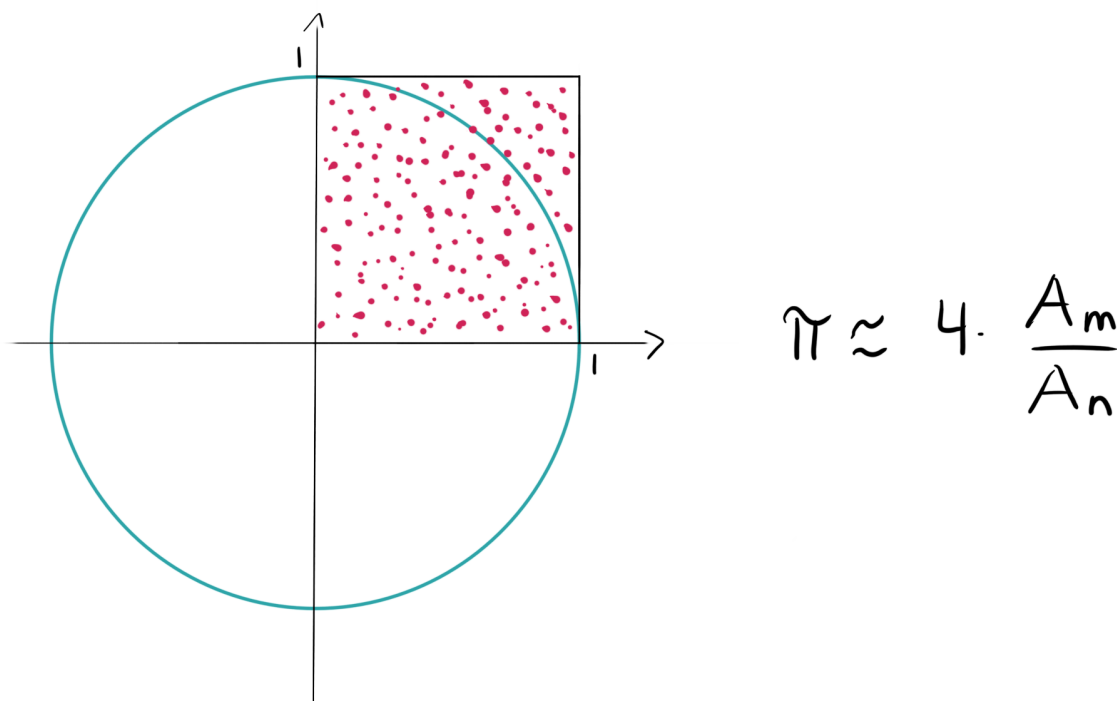
举例：

- $n = 12$ 的考拉兹序列为：12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.
- $n = 19$ 的考拉兹序列为：19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

请用Python编写代码以实现：

1. 给定正整数 n ，打印出其考拉兹序列。
2. 对正整数 $n = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30$ ，以它们的考拉兹序列的序号为横轴，序列值为纵轴，画出这些序列的收敛图。
3. （附加题）对考拉兹序列进行你认为有意义的分析（比如考拉兹序列树）。

项目2：蒙特卡洛方法估算 π 值



蒙特卡洛方法是求解 π 值的一种简单直观的方法。如上图所示，在第一象限画一个边长为1的正方形以及一个半径为1的直角扇形。在正方形范围内随机（均匀分布）取 N 个点，如果这些点中有 M 个点落入直角扇形区域内，那我们可以用下式估算 π 值：

$$\pi \approx \frac{4M}{N}$$

并且当 $N \rightarrow \infty$ 时，有 $4M/N \rightarrow \pi$ 。

请用Python编写代码实现：

1. 给定正整数 N ，打印出蒙特卡洛方法估算的 π 值。
2. 画出 $N = 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10000$ 时，所取随机点的分布图（与上图类似，但画第一象限即可）。
3. 以 N 为横轴，误差 $\epsilon = |\pi - 4M/N|$ 为纵轴，画出误差收敛图。