



院(系): 智能工程学院

学号: 20354027

姓名: 方桂安

日期: 2022. 9. 23

实验名称: 基于 Matlab 的控制系统稳定性分析

一、实验目的

1. 掌握三阶控制系统模拟电路的构成, 掌握运用典型环节构造复合控制系统的方法。
2. 观察系统的不稳定现象, 总结系统稳定的条件, 并加深理解线性系统的稳定性是属于系统本身的特性, 只与其自身的结构和参数有关, 而与外作用无关。
3. 研究系统本身结构参数(开环增益和时间常数)与系统稳定性的关系, 并加深理解系统的稳定性只取决于系统的特征根(极点), 而与系统的零点无关。
4. 了解劳斯稳定判据的应用。

二、实验任务

1. 研究系统的稳定条件与开环增益的关系, 确定临界稳定增益。
2. 研究时间常数的改变对系统稳定性的影响。
3. 在系统开环增益不变的情况下, 研究不同时间常数对系统动态性能的影响。

三、实验设备

1. 笔记本电脑——Windows 11
2. MATLAB——R2021b

四、实验原理

1、由典型环节构造三阶控制系统的模拟电路

将两个惯性环节和一个积分环节串联等效而成三阶控制系统, 在实验中为了实现系统开环增益的线性调节, 前向通道中加入一个比例环节, 得到如图 1 所示的三阶控制系统的模拟电路。在模拟电路中 $R_0 = R = R_2 = 100\text{k}\Omega$, $C = 1\mu\text{F}$, R_3 为可调电阻。

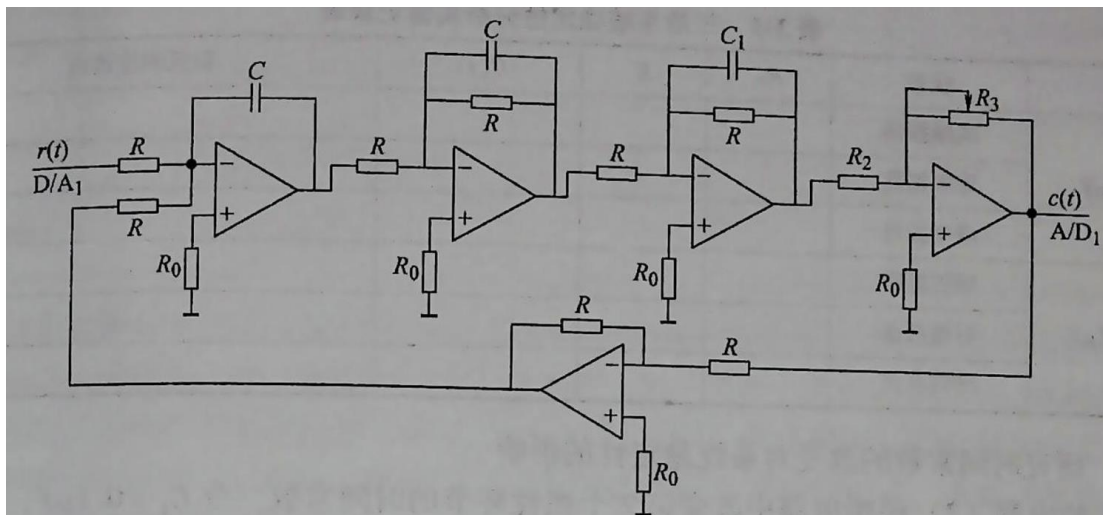


图 1：三阶控制系统的模拟电路

该电路对应的结构图如图 2 所示，图中 $T = RC$ ， $T_1 = RC_1$ ， $K = \frac{R_3}{R_2}$ 。

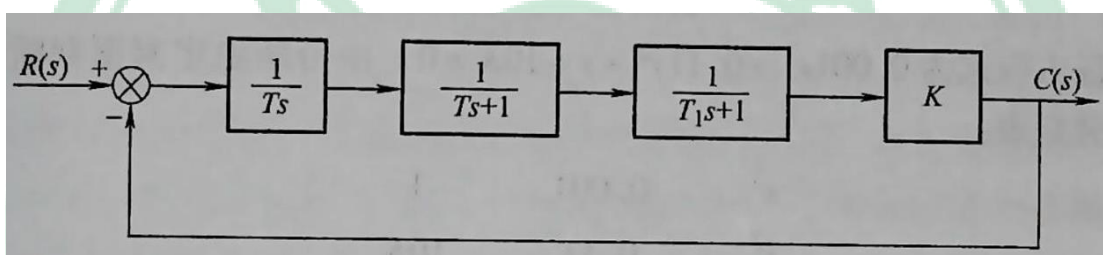


图 2：三阶控制系统的结构图

该三阶控制系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{Ts(Ts+1)(T_1s+1)}$ 。

2、线性系统稳定的充分必要条件是：闭环系统特征方程的所有根全部具有负实部，或闭环传递函数的极点均位于 s 左半平面。

3、系统的稳定性是系统本身的特性，它只与自身的结构与参数有关，而与初始条件、外界扰动的大小等无关。

4、劳斯稳定判据是：线性系统稳定的充分必要条件是劳斯表中第 1 列的系数均为正值。即系统特征方程的根都在 s 左半平面，则系统是稳定的。如果劳斯表中第 1 列系数有小于 0 的值，系统就不稳定，且其符号变化的次数等于该特征方程的根在 s 右半平面上的个数（或正实部根的数目）。

五、 实验步骤

1、研究系统的稳定条件与开环增益的关系，确定临界稳定增益 K_c 。

在模拟电路中令 $R_0 = R = 100 \text{ k}\Omega$ 、 $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 、 $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 、 R_3 为可调电阻，

范围为 $0 \sim 500 \text{ k}\Omega$ 可调，那么只要调节 R_3 就可以线性地调节开环增益 K 。此时系

统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{10K}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$$

系统的特征方程式为 $0.01s^3+0.2s^2+s+10K=0$ ，由劳斯稳定判据判断系统临界稳定的条件。列出劳斯表：

s^3	0.01	1
s^2	0.2	$10K$
s^1	$\frac{0.2-0.1K}{0.01}$	
s^0	$10K$	

由于系统稳定的充分必要条件是劳斯表中第 1 列的系数均为正值，所以可以得出：只有在 $0 < K < 2$ 的情况下系统处于稳定状态，即系统的临界稳定增益为 $K_c = 2$ ，此时 $R_3 = 200k\Omega$ 。

对系统进行单位阶跃响应， R_3 在 $200k\Omega$ 附近调节，观察系统在临界稳定、稳定和不稳定状态（即系统发生等幅振荡、减幅振荡和增幅振荡）时，系统开环增益的变化，将 3 种状态的响应曲线及相应的数据记录在表 1 对应的单元格中。

表 1：三阶系统稳定性分析实验记录表

C_1	状态	R_3	K	$G(s)$	阶跃响应曲线
$C_1 = 1\text{ uF}$	减幅振荡				
	等幅振荡				
	增幅振荡				
$C_1 = 0.1\text{ uF}$	减幅振荡				
	等幅振荡				
	增幅振荡				

2、研究时间常数的改变对系统稳定性的影响

在实验步骤 1 的模拟电路中改变第 2 个惯性环节的时间常数，令 $C_1 = 0.1\mu\text{F}$ ，那么此时系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{10K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

系统的特征方程式为 $0.001s^3 + 0.11s^2 + s + 10K = 0$ ，由劳斯稳定判据判断系统临界稳定的条件。列出劳斯表：

s^3	0.001	1
s^2	0.11	$10K$
s^1	$\frac{0.11 - 0.01K}{0.001}$	
s^0	$10K$	

由于系统稳定的充分必要条件是劳斯表中第 1 列的系数均为正值，所以可以得出：只有在 $0 < K < 11$ 的情况下系统处于稳定状态，即系统的临界稳定增益为 $K_c = 11$ ，此时 $R_3 = 1100 \text{ k}\Omega = 1.1 \text{ M}\Omega$ 。

对系统进行单位阶跃响应， R_3 在 $1.1 \text{ M}\Omega$ 附近调节，观察系统在临界稳定、稳定和不稳定状态（即系统发生等幅振荡、减幅振荡和增幅振荡）时，系统开环增益的变化，将 3 种状态的响应曲线及相应的数据记录在表 1 对应的单元格中。

与实验步骤 1 的结果比较可见，系统时间常数减小后（或者说系统的开环极点远离虚轴），系统稳定的开环增益得到了提高，系统的稳定性能得到了提高。

3、在系统开环增益不变的情况下，研究不同时间常数对系统动态性能的影响。

在模拟电路中，令 $R_0 = R = 100 \text{ k}\Omega$ 、 $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 、 $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ ，此时 $K=1$ 。

（1）分别当 $C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F}$ 和 $C_1 = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$ 时，对系统做单位阶跃响应，观察系统响应并记录动态性能指标（超调量 M_p 、峰值时间 t_p 、调整时间 t_s ）的值，并填入表 2 中。

比较这两组数据可以发现：系统时间常数减小后，系统的动态性能得到了改善。

（2）将系统模拟电路中第 2 个惯性环节去除，系统编程一个二阶系统，对其做单位阶跃响应，观察系统响应并记录动态性能指标（超调量 M_p 、峰值时间 t_p 、调整时间 t_s ）的值，并填入表 2 中。

表 2：系统单位阶跃响应及其动态性能指标记录表

$R_0 = R = 100\text{ k}\Omega$		M_p	t_p	t_s	阶跃响应曲线
$C = 1\text{ }\mu\text{F}$ 、 $R_3 = 100\text{ k}\Omega$					
$C_1 = 1\text{ }\mu\text{F}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$				
$C_1 = 0.1\text{ }\mu\text{F}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$				
二阶系统	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)}$				

将这组数据与 $C_1 = 0.1\text{ }\mu\text{F}$ 时的三阶系统的动态响应数据做比较，可以发现：它们只是在响应起始部分差别大一些，随着时间的推移趋于一致。

因此，在开环系统中，将两时间常数的数值相比，当时间常数相对值（即 $\frac{T_1}{T}$ ）大于 $\frac{1}{5}$ 时，可将其中小的时间常数忽略不计，使系统的数学模型从三阶降为二阶处理。但是这要求开环增益的配合，否则不能简化近似，不然闭环系统将受到较大影响。

六、实验结果

1. 任务一与任务二

由于传递函数 $G(s) = \frac{10K}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$ ，且 $K = \frac{R_3}{R_2}$ ，故由分析可计算出临界稳定增益 K_c ，在临界附近调节 R_3 ，绘制三种状态响应曲线如图：

表 1：三阶系统稳定性分析实验记录表

C_1	状态	R_3 ($\text{k}\Omega$)	K	$G(s)$	阶跃响应曲线
$C_1 = 1\text{ }\mu\text{F}$	减幅振荡	190	1.9	$\frac{19}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$	见图 3
	等幅振荡	200	2	$\frac{20}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$	
	增幅振荡	210	2.1	$\frac{21}{s(0.1s+1)(0.1s+1)}$	

$C_1 = 0.1 \text{ uF}$	减幅振荡	1000	10	$\frac{100}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$	见图 4
	等幅振荡	1100	11	$\frac{110}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$	
	增幅振荡	1200	12	$\frac{120}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$	

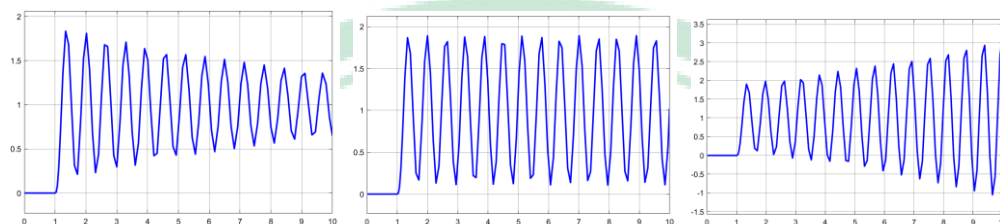


图 3: 任务一 $C_1 = 1 \text{ uF}$ 的三种阶跃响应曲线

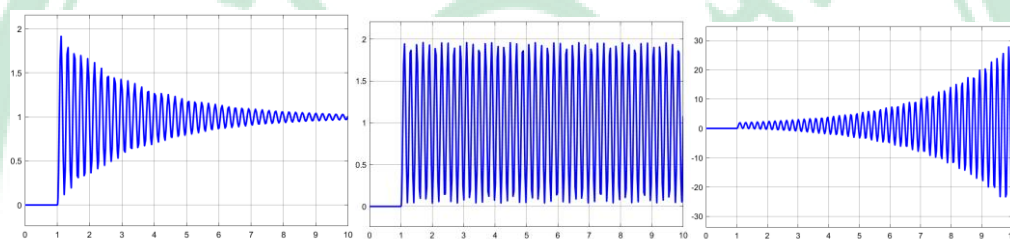


图 4: 任务二 $C_1 = 0.1 \text{ uF}$ 的三种阶跃响应曲线

可以看出任务二系统的稳定性能相较于任务一得到了提高， R_3 需要变化较大才能改变系统的稳定状态。

2. 任务三

表 2: 系统单位阶跃响应及其动态性能指标记录表

$R_0 = R = 100 \text{ k}\Omega$		M_p	t_p	t_s	阶跃响应曲线
$C = 1 \text{ uF}$ 、 $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$					
$C_1 = 1 \text{ uF}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)(0.1s + 1)}$	54.4%	0.478	3.09	见图 5
$C_1 = 0.1 \text{ uF}$	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)(0.01s + 1)}$	20.6%	0.362	0.849	见图 6
二阶系统	$G(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)}$	16.3%	0.359	0.808	见图 7

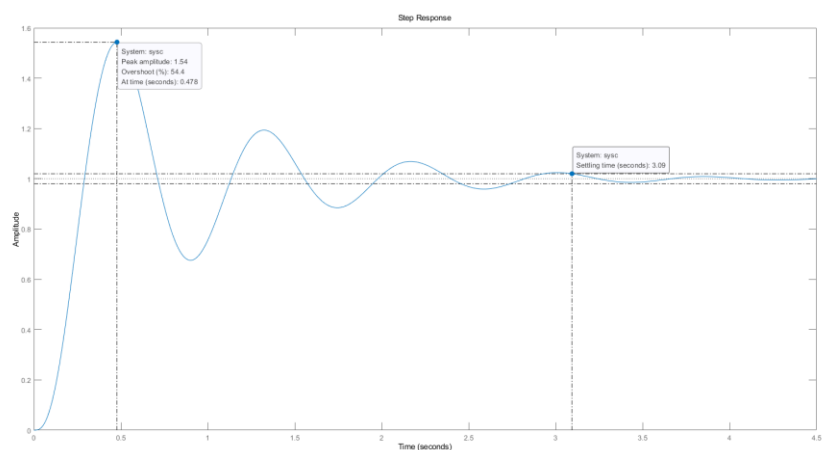


图 5: 情况一的单位阶跃响应

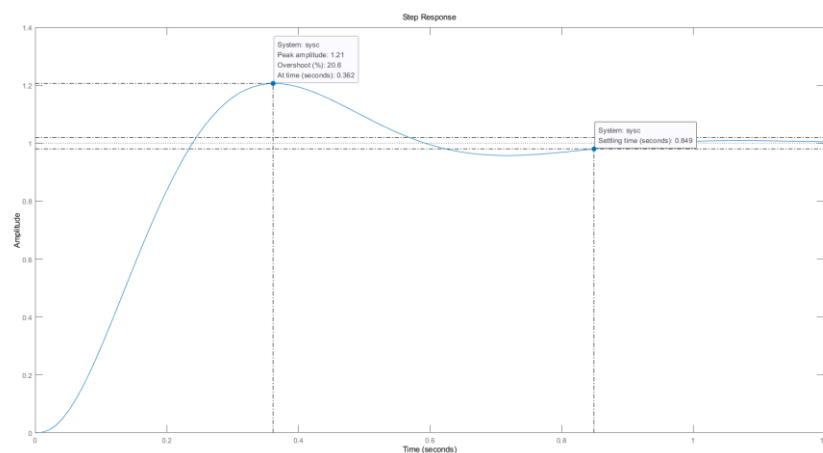


图 6: 情况二的单位阶跃响应

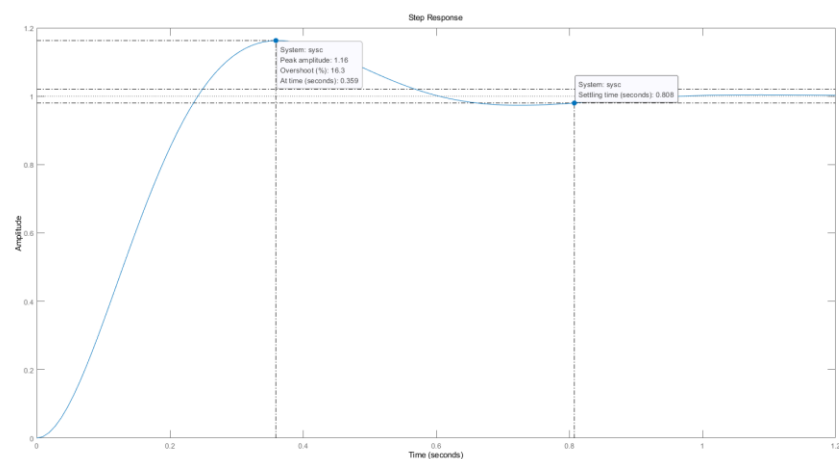


图 7: 情况三的单位阶跃响应

可以看出情况二与三几乎一致，但需注意要开环增益的配合，否则不能近似。

七、 实验心得

通过本次实验学习了三阶系统的仿真，通过典型环节构造复合控制系统并进行稳定性分析。深入研究了系统本身结构参数与系统稳定性的关系，复习回顾了劳斯稳定判据的相关知识。

