中山大學 SUN YAT-SEN UNIVERSITY

电路与电子学实验报告

院(系):智能工程学院　　**学号：** 20354027　　**姓名：** 方桂安

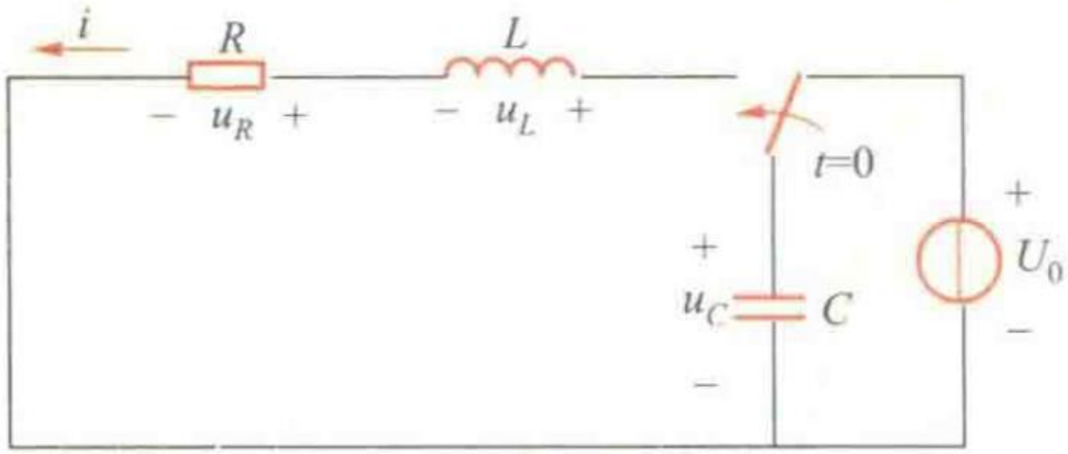
日期： 2021.12.12　　**实验名称：** RLC 串联电路的瞬态响应实验与分析

一、 实验目的

1. 加深对 RLC 串联电路暂态响应不同形式的理解。
2. 研究电路的暂态响应形状与特征根的关系

二、 实验原理

1. 使用 Multisim 搭建以下电路图所示电路，通过设计电路参数，分别实现 RLC 串联电路的过阻尼、欠阻尼和无阻尼的零输入响应仿真实验。



根据元件特性和基尔霍夫定律,写出换路后电路中各元件上电压电流的关系为:

$i=-C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$　$u_R=Ri=-RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$　$u_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=-LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$　$u_R+u_L-u_C=0$

因此,可得到电路关于响应的二阶微分方程(电路方程)为:

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$
$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_R}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+u_R=0$$
$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_L}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}+u_L=0$$
$$LC\frac{\mathrm{d}^2i}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+i=0$$

根据换路定律,图中所示电路的初始时刻电容电压为 $u_C(0^+)=U_0$, ,电感电流为 $i(0^+)=0$。写出电容二阶微分方程式的特征方程如下：

$$LCp^2+RCp+1=0$$

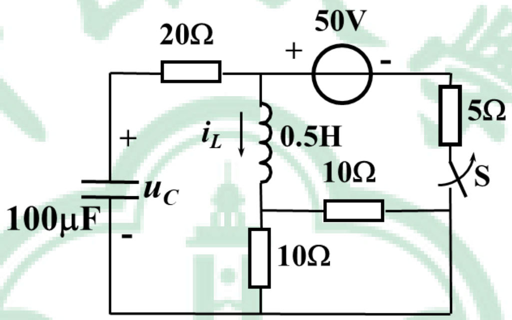
解方程得特征根：

$$
\begin{aligned}
p_{1,2} &= \frac{1}{2LC}\left[-RC \pm \sqrt{(RC)^2 - 4LC}\right] \\
&= -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \\
&= -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}
\end{aligned}
$$

其中, $\alpha = \dfrac{R}{2L}, \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 均为正实数。

结合以上计算，我们通过三组元件参数设计来研究过阻尼、欠阻尼和无阻尼的零输入响应。

2. 电路如下图所示。t = 0 时打开开关。使用 Multisim 仿真画出电容电压 u_C，并进行电路分析。



（1）首先确定电路的初始值

由 t＜0 时电路达到稳态，即电感短路，电容断路，得初值：

$u_C(0^-) = 25V, i_L(0^-) = 5A$

（2）开关打开，电路为 RLC 串联零输入响应问题，以 u_c 为变量得微分方程为：

$$LC\frac{d^2u_c}{dt} + RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

带入参数得到特征方程为：$50P^2+2500P+106=0$

解得特征根：　　　　$P=-25\pm j139$

由于特征根为一对共轭复根，所以电路处于振荡放电过程，解的形式为：

$$u_c = Ae^{-25t}\sin(139t + \beta)$$

（3）确定常数，根据初始条件

$$\begin{cases} u_c(0^+) = 25 \\ C\dfrac{du_c}{dt}\Big|_{0^+} = -5 \end{cases}$$

得：

$$A = 356 \quad ,\beta = 176^\circ$$

即：

$$u_c = 356e^{-25t}\sin(139t + 176^\circ)\ V$$

三、 元件参数设计

1. 过阻尼：R=250Ω，L=10mH，C=1uF
2. 欠阻尼：R=50Ω，L=10mH，C=1uF
3. 无阻尼：R=0Ω，L=10mH，C=1uF

四、 仿真结果展示和分析

1. 过阻尼：R=250Ω，L=10mH，C=1uF

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 100$ 时，p_1 和 p_2 是两个不相等的负实根，齐次方程通解的形式为:

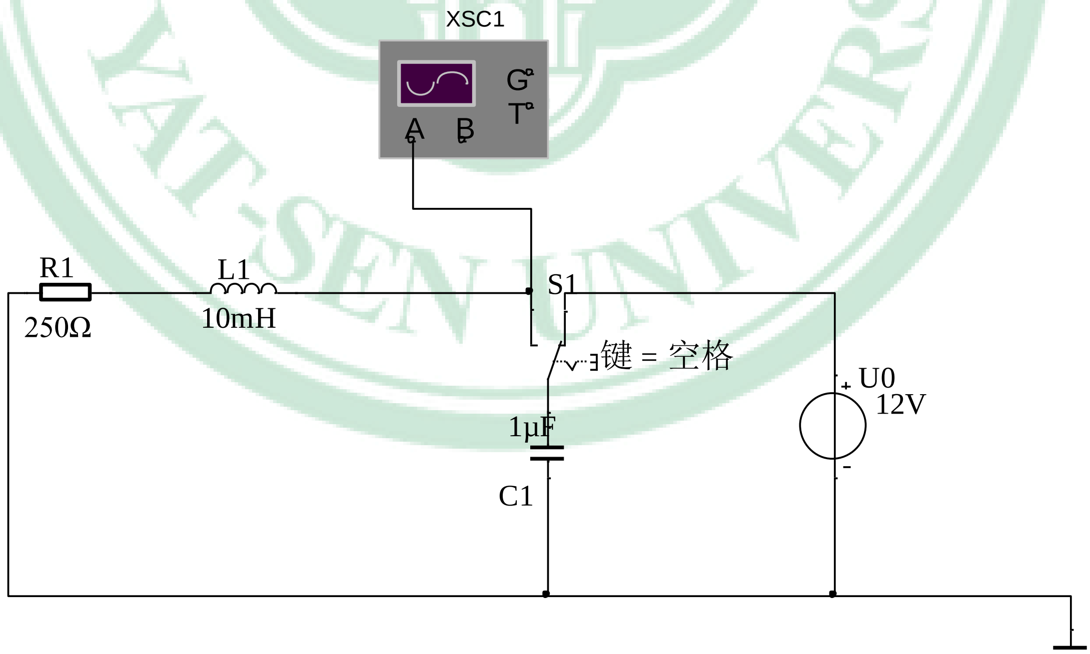
$u_C(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

式中，待定系数 A_1、A_2 取决于初始条件。解得：

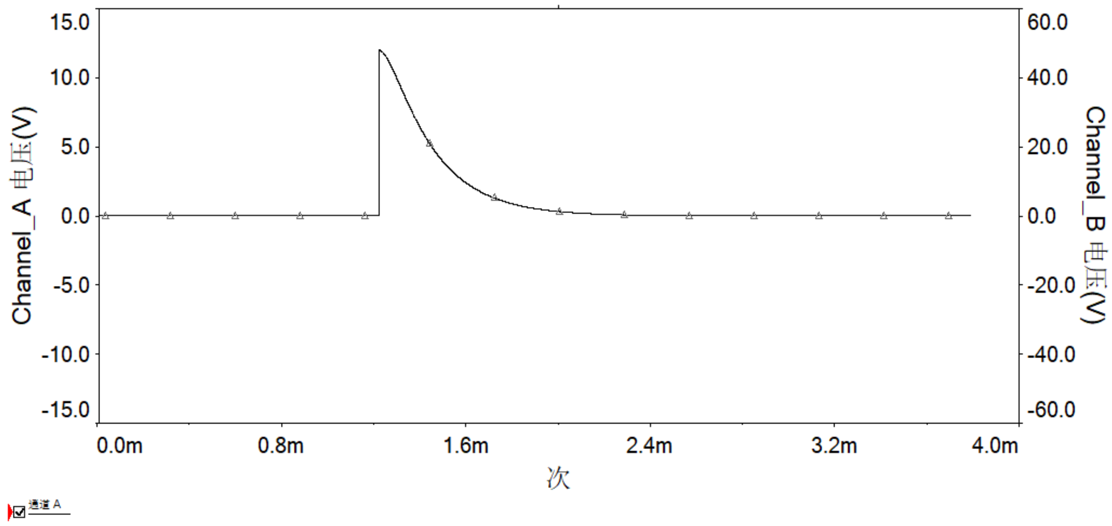
$$u_C(t) = \frac{U_0}{p_2 - p_1}\left(p_2 e^{p_1 \cdot t} - p_1 e^{p_2 \cdot t}\right)$$
$$= \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}}{2\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} U_0 e^{-\left(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t} - \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}}{2\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} U_0 e^{-\left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t}$$

很明显，上式中的两项均按指数规律单调地衰减到零，响应是非振荡的，这种情况称为过阻尼。

电路图：



零输入响应波形：



2. 欠阻尼：R=50Ω，L=10mH，C=1uF

$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}=100$ 时，p_1、p_2 为具有负实部的共轭复数根，其响应为:

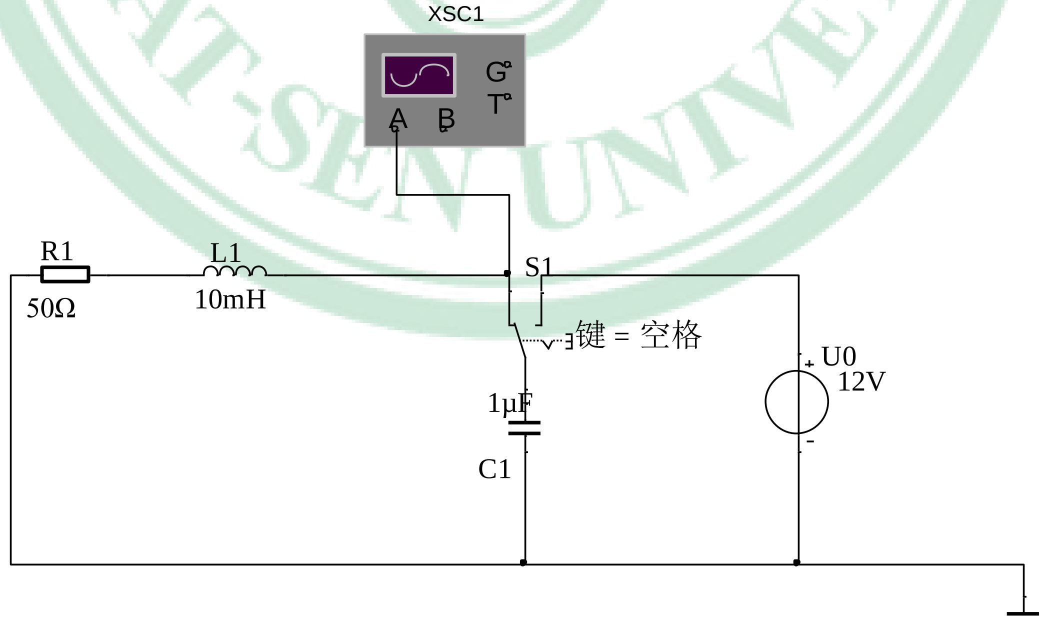
$u_c(t)=Ae^{-at}\sin(\omega t+\beta)$

式中 $w_d=\sqrt{(\frac{1}{\sqrt{LC}})2-(\frac{R}{2L})2}$ ，由初始条件解得：

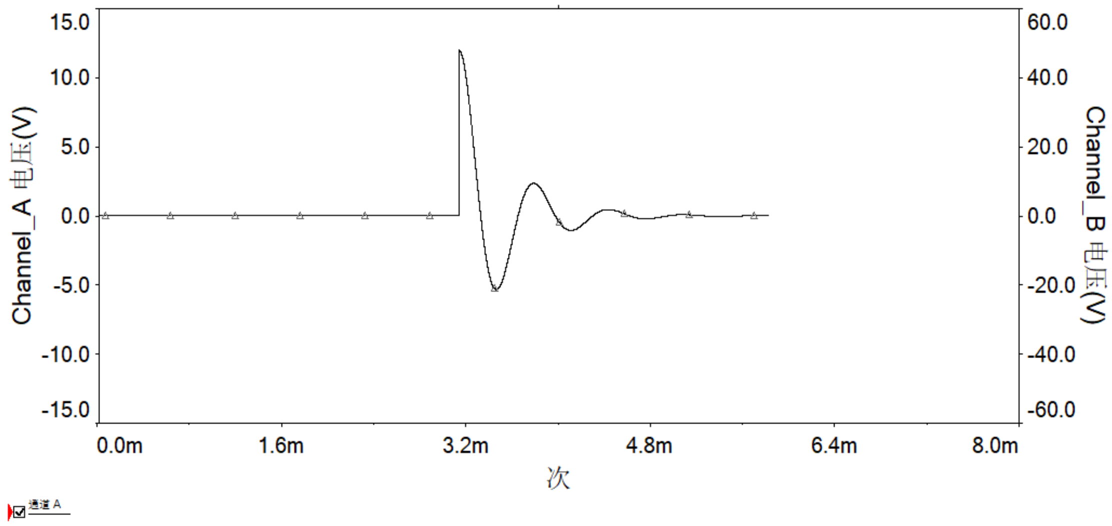
$$u_C(t)=\frac{\omega_0}{\omega_\mathrm{d}}U_0\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin\left[\omega_\mathrm{d}t+\arctan\left(\frac{\omega_\mathrm{d}}{\alpha}\right)\right]$$

响应为振幅按指数衰减，角频率为 w_d 的正弦函数，是振荡性的，这种情况称为欠阻尼

电路图：



零输入响应波形：



3. 无阻尼：R=0Ω，L=10mH，C=1uF

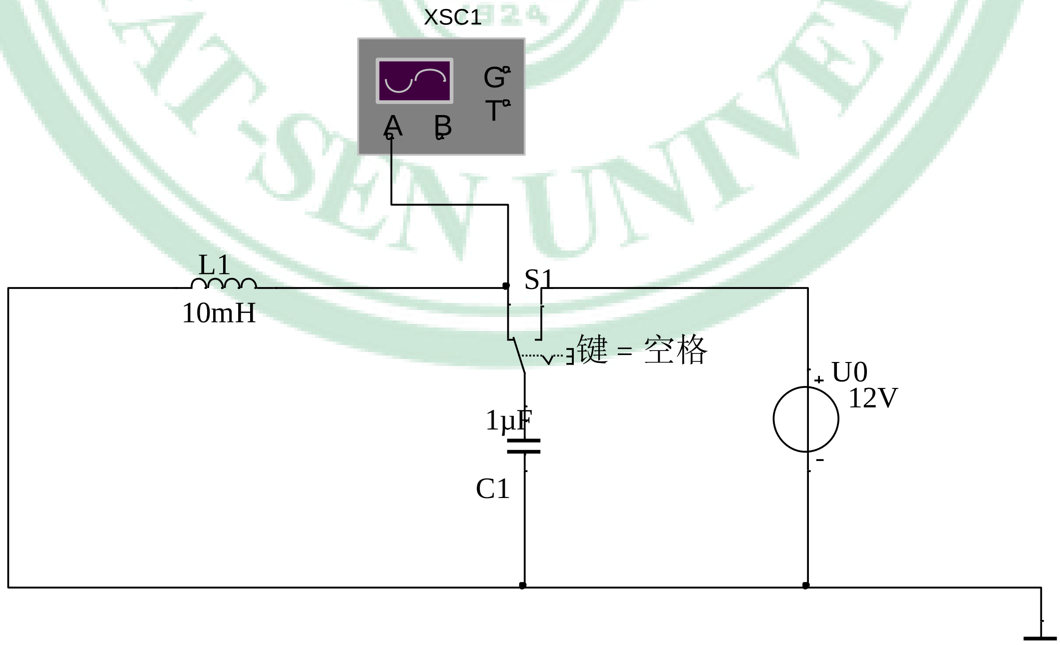
R=0 时，响应为等幅振荡，表明电容储能和电感储能相互转换,由于电路无损耗,储能永远不会消失,振荡一直维持下去。

$$\alpha = \frac{R}{2L} = 0, \quad \omega_{\mathrm{d}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

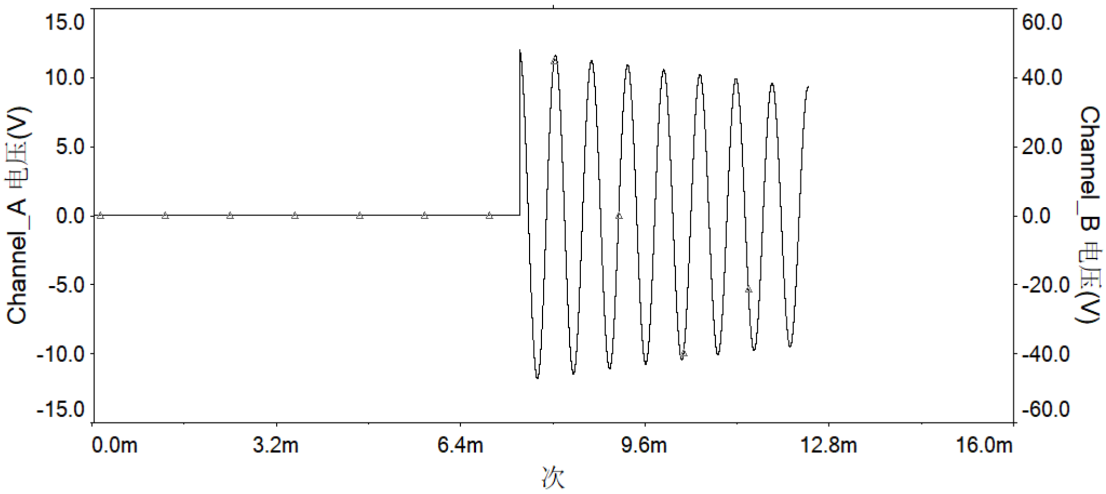
$$p_{1.2} = \pm j\omega_0$$

$$u_C(t) = U_0\cos(\omega_0 t)$$

电路图：

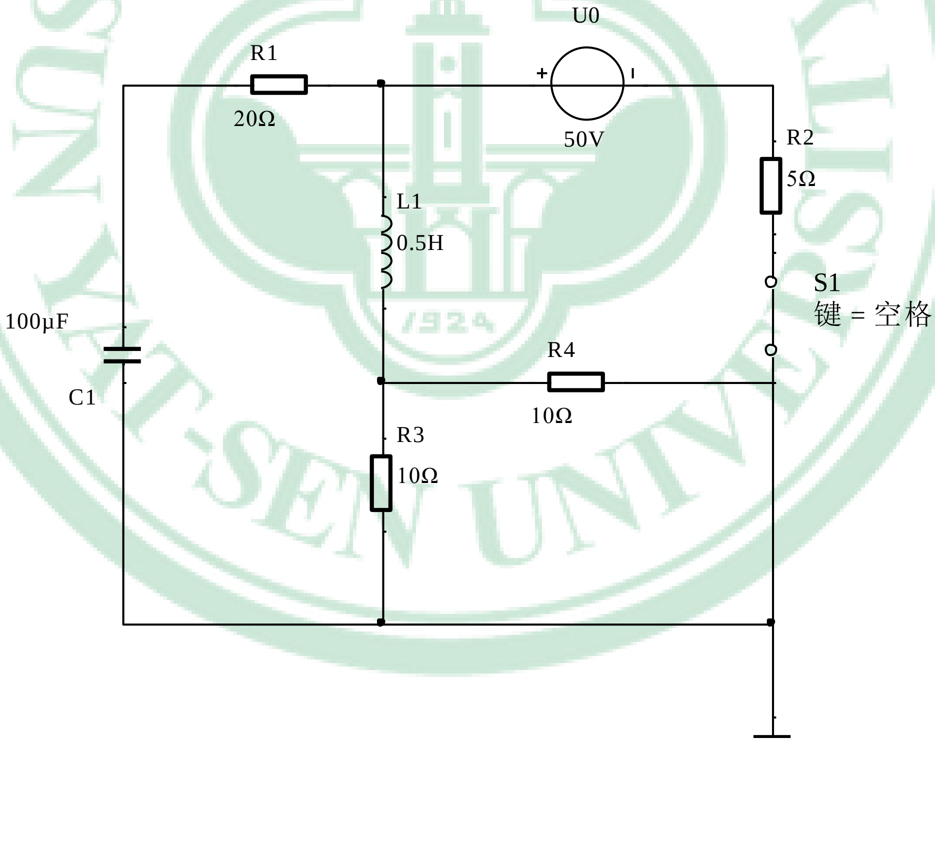


零输入响应波形：

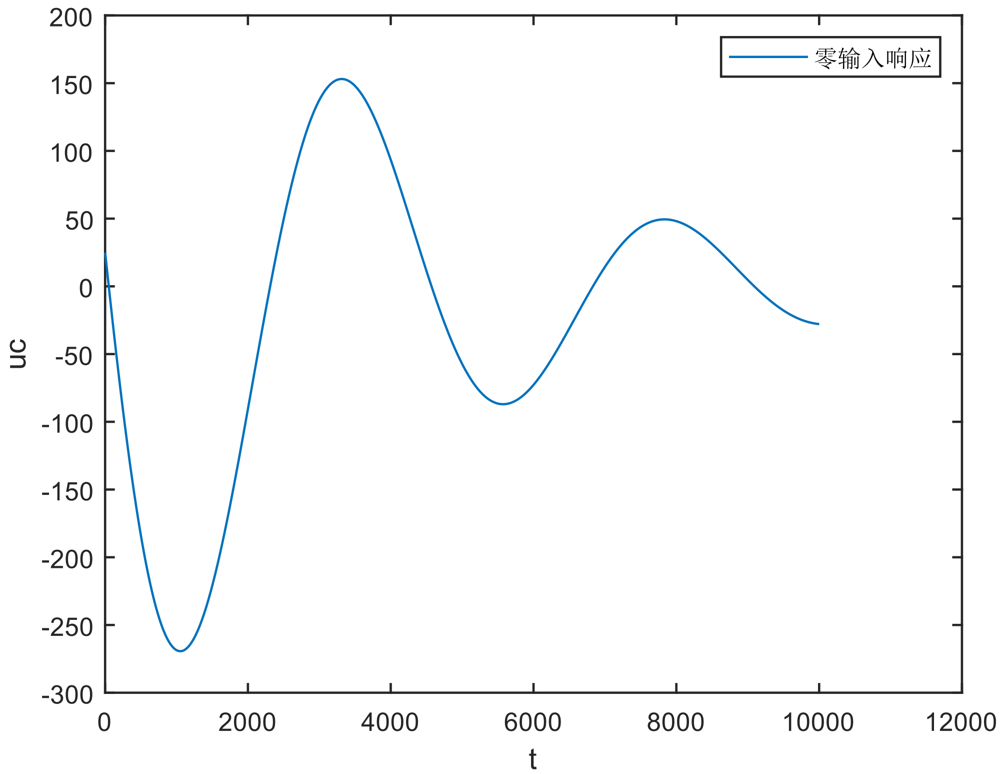


4. RLC 串联电路零输入响应仿真：

电路图：



零输入响应波形：



五、 实验结论

RLC 串联电路的零输入响应的变化规律取决于两个特征根 ，特征根只与电路的结构和参数有关，而与外加激励和电路的初始状态无关，特征根是决定动态电路响应变化规律的重要参数，也称为电路的固有频率。

固有频率的实部(也称衰减系数)表征响应幅度按指数规律衰减的快慢，固有频率的虚部(也称衰减振荡角频率)表征响应振荡的快慢。固有频率可以是实数、复数或纯虚数，相应的电路响应为非振荡过程、衰减振荡过程或等幅振荡过程。

$\alpha = \frac{R}{2L}$称为 RLC 串联电路的衰减系数，$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 称为 RLC 串联电路的谐振角频率。

通过测试二阶 RLC 串联动态电路的零输入响应，了解了电路元件参数对响应的影响。观察分析了二阶电路响应的三种状态轨迹及其特点，加深了对二阶电路响应的认识与理解。