



院(系): 智能工程学院

组号: 第一组

组长: 方桂安

日期: 2022.11.18

实验名称: 磁悬浮小球的根轨迹校正

一、实验目的

- A. 采用根轨迹法设计磁悬浮系统的控制器;
- B. 验证校正环节对系统性能指标的影响。

二、小组成员

- 1. 方桂安: 20354027, 负责全部任务及报告撰写
- 2. 刘梦莎: 20354091, 负责任务一, 二, 三, 四
- 3. 陈石翰: 20354019, 负责全部任务及结果计算
- 4. 刘恩骐: 20354086, 负责任务一, 二, 三, 四
- 5. 刘 玥: 20354229, 负责任务一, 二, 三, 四

三、实验任务

- (1) 未校正的磁悬浮系统为振荡系统, 要求根据根轨迹方法设计校正环节, 使系统性能指标达到调节时间 $t_s \leq 5s$, 超调量 $\sigma\% \leq 40\%$ 。
- (2) 根据性能指标要求, 设计校正环节, 使小球稳定悬浮于电磁铁下方10 mm位置。

四、实验设备

- 1. 笔记本电脑——Windows 11
- 2. MATLAB——R2021b
- 3. GML2001 磁悬浮系统

五、实验原理

磁悬浮系统描述

磁悬浮球控制系统是研究磁悬浮技术的平台, 它是一个典型的吸附式悬浮系统, 系统结构如图 1 所示。

系统说明:

电磁铁绕组通电会产生磁力 F , 只要控制电磁铁绕组中的电流, 使之产生的电磁力与小球重力平衡, 就可以使小球处于平衡状态;

本实验采用光电传感器测量小球与电磁铁之间的距离 x 及其变化速率;

电磁铁中电流的大小为磁悬浮被控对象的输入量。

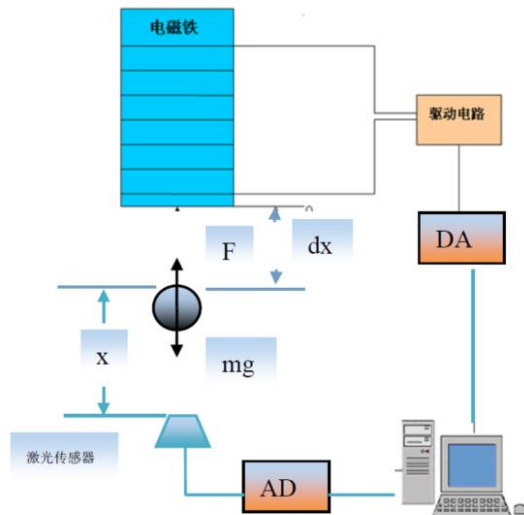


图1. 磁悬浮实验系统结构图

磁悬浮系统数学建模

- 小球动力系统模型:

假设忽略小球收到的其他干扰里（风力、电网突变产生的力等），则小球仅受电磁吸力 F 和自身重力作用。小球在竖直方向的动力学方程可描述如下:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg \quad F(i, x) = K \left(\frac{i}{x} \right)^2$$

其中, $x \cdots \cdots$ 小球质心与电磁铁磁极之间的间隙（以磁极面为零点），单位: m

$m \cdots \cdots$ 小球的质量, 单位: Kg

$F(i, x) \cdots \cdots$ 电磁吸力, 单位: N

$g \cdots \cdots$ 重力加速度, 单位: m/s^2

- 电磁铁线圈模型:

- 为简化模型, 将电磁铁线圈用一个电阻 R 和一个电感线圈 L 串联来代替, 电磁铁线圈模型:

$$U(t) = Ri(t) + \frac{d[L(x)i(t)]}{dt}$$

其中, $U(t) \cdots$ 电磁铁的电压, $i(t) \cdots$ 电磁铁中的电流, $L(x) \cdots$ 电磁铁绕组中的瞬时电感。

- 瞬时电感是 x 的函数 $L(x) = L_1 + \frac{L_0}{1+\frac{x}{a}}$, 且通过实验可知 $L_1 \gg L_0$, 则

$L(x) \approx L_1$ 。其中, L_1 为小球处于电磁场中时的静态电感, L_0 是小球处于电磁场中时线圈增加的电感, a 为磁极附近一点到磁极表面的间隙。

- 电磁铁线圈数学模型可化为:

$$U(t) = Ri(t) + L_1 \frac{di(t)}{dt}$$

- 磁悬浮系统数学模型（非线性模型）:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(i, x) + mg \\ F(i, x) = K \left(\frac{i}{x} \right)^2 \\ mg + F(i_0, x_0) = 0 \\ U(t) = Ri(t) + L_1 \frac{di}{dt} \end{cases}$$

- 模型线性化:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{2Ki_0}{x_0^2} i - \frac{2Ki_0^2}{x_0^3} x$$

- 由线性化模型(5)及 $mg = -K \left(\frac{i_0^2}{x_0^2} \right)$, 可得:

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-1}{As^2 - B} \quad A = \frac{i_0}{2g}, B = \frac{i_0}{x_0}$$

- 实际系统物理参数:

参数	取值	参数	取值
m	104 g	x_0	31.4 mm
铁芯直径	22 mm	漆包直径	0.8 mm
R	13.8Ω	浮球半径 r	21.9 mm
N	2450 匝	K	$2.3142e - 004 Nm^2/A^2$
i_0	0.54 A	K_f	0.25

- 磁悬浮系统传递函数:

$$G(s) = \frac{x(s)}{U_{in}(s)} = \frac{x(s)}{K_a i(s)} = \frac{1043.19}{s^2 - 923.956}$$

其中, U_{in} 为功率放大器的输入电压, x 为小球位移, $K_a = 5.8$ 为放大器系数。由(7)可见, 磁悬浮系统存在一个开环极点位于复平面的右半平面, 系统不稳定。必须引入校正装置使得系统稳定, 并达到期望的性能指标。

根轨迹校正环节

- 根轨迹法校正系统的思想就是把校正以后的系统近似为一个欠阻尼二阶系统, 即闭环系统只有一对共轭复极点(主导极点)。实质是针对系统的性能指标要求, 通过采用校正装置改变根轨迹, 从而将一对主导闭环极点配置在期望的区域。
- 假设磁悬浮控制系统的结构图为如下图 2 所示

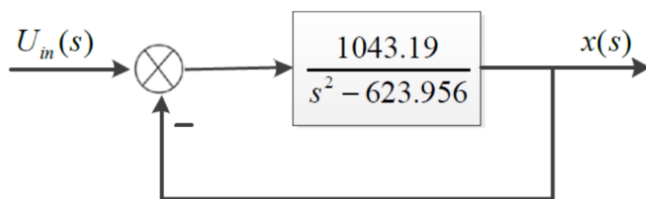


图2. 控制系统原理框图

开环系统有 2 个开环极点： ± 24.98 。存在右半平面的极点，系统不稳定。

- 零极点相消法校正：
- 对于二阶系统而言，闭环极点距离虚轴越远，系统的调节时间就越短。反之，调节时间则越长；
- 不妨对系统新增加一个开环零点和一个开环极点，零点为 -24.98 ，消去系统的开环左极点，增加一个位于 -200 的开环左极点。（注意：不稳定极点不能采用消去法消去）
- 此时控制器为

$$G_c = K \frac{s + 24.98}{s + 200}$$

- 当 $K = 19.4$ 时，闭环极点约为 $-87.5 \pm 87.3i$ 。闭环传递函数为：

$$\varphi(s) = \frac{20238}{s^2 - 175.02s - 15242}$$

引入校正器以后的闭环根轨迹如图 3 所示

当 $K = 19.4$ 时，闭环极点约为 $-87.5 \pm 87.3i$ 。闭环传递函数为：

$$\varphi(s) = \frac{20238}{s^2 - 175.02s - 15242}$$

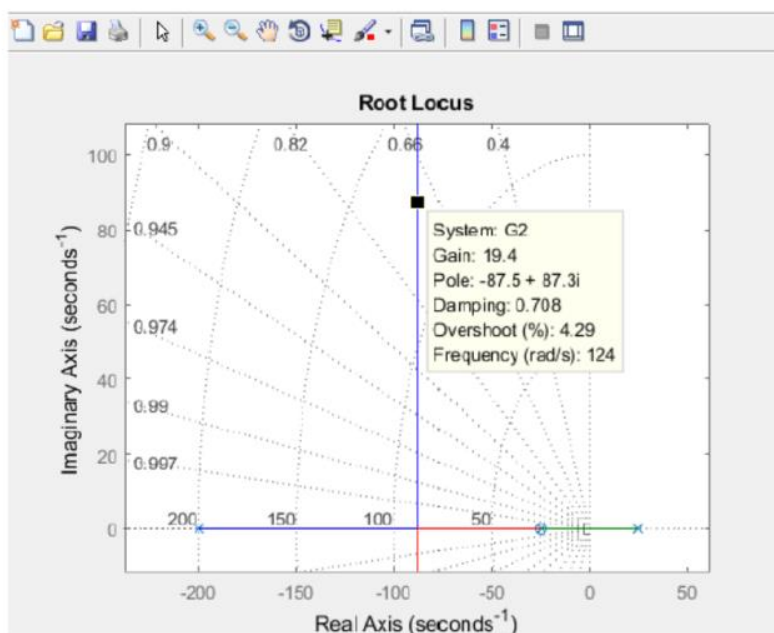
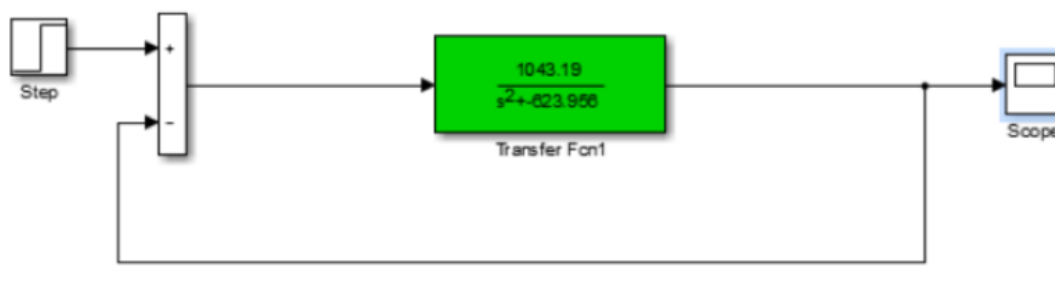


图3. 校正后闭环系统根轨迹

六、 实验步骤

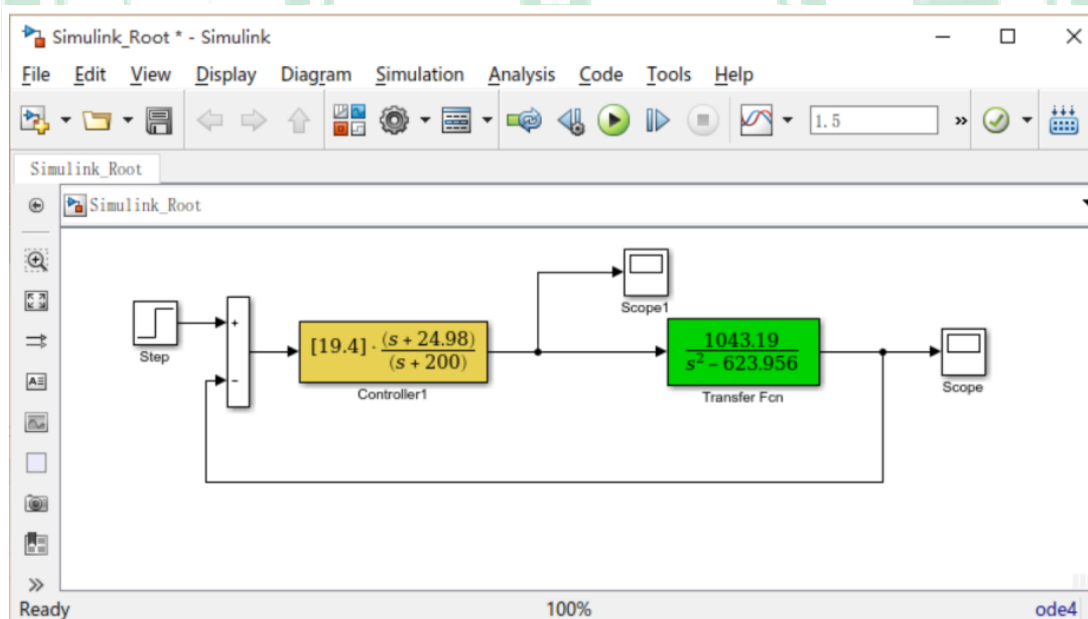
任务 1: 未校正系统 Simulink 仿真实验

- ① 在 Simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序， 如下图所示
- ② 双击 step 模块， 设置 final value 值为 1;
- ③ 点击运行按钮运行仿真程序， 打开 Scope 示波器查看输出波形;
- ④ 分析单位负反馈系统的稳定性， 并记录实验结果。



任务 2: 加根轨迹校正环节后 Simulink 仿真实验

- ① 在 simulink 中建立磁悬浮闭环系统的仿真程序， 如下图所示:
- ② 双击 Step 模块， 设置 Final value 值为 1， 如图 4 所示;
- ③ 点击运行按钮运行仿真程序， 打开 Scope 示波器查看输出波形， 并记录仿真结果。



通过仿真实验测试根轨迹校正的效果，并分析不同校正器参数(至少 6 组)对系统响应及悬浮小球位置的影响，截图保存不同参数下系统的响应曲线，并填写下表 1。

校正器参数	超调量	调节时间	浮球位置
-------	-----	------	------

任务 3：加根轨迹校正环节后实时控制实验

① 在 Matlab 命令行输入 gtbox 后回车，打开 gtbox 工具箱中“MagLev”→“GML2001-1711”→“RootLocus”下的“Root_Control.slx”运行界面如图 5 所示

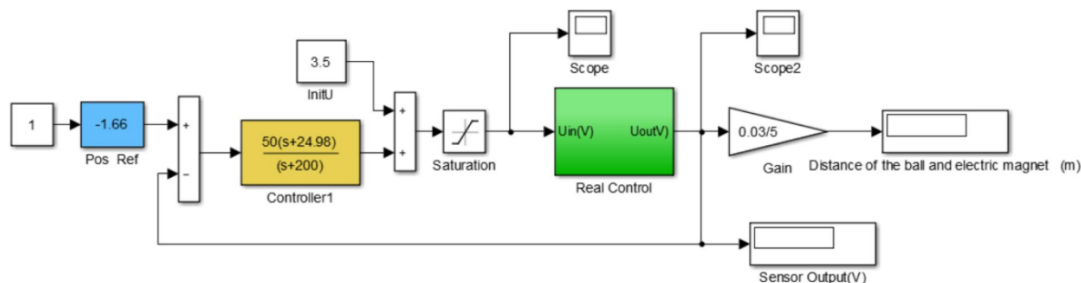


图5. 根轨迹校正实验界面

② 双击打开“Real Control”，把硬件检测的零点电压填入 Zero 模块中，如下图 6 所示；

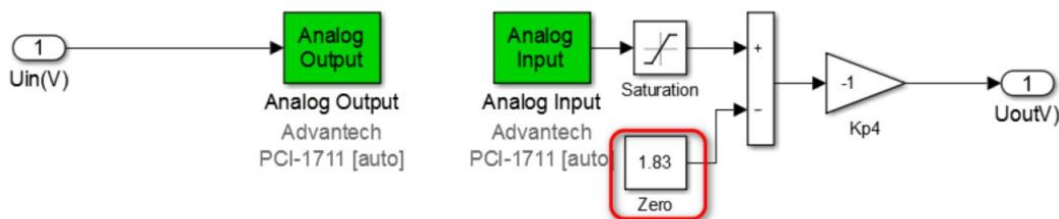


图6

③ 点击运行按钮运行程序，用手扶起小球，调整输入电压值 Pos Ref，及 Controller1 中的 19.4 增益，可以把小球稳定悬浮于距离电磁铁约 10mm 的位置。

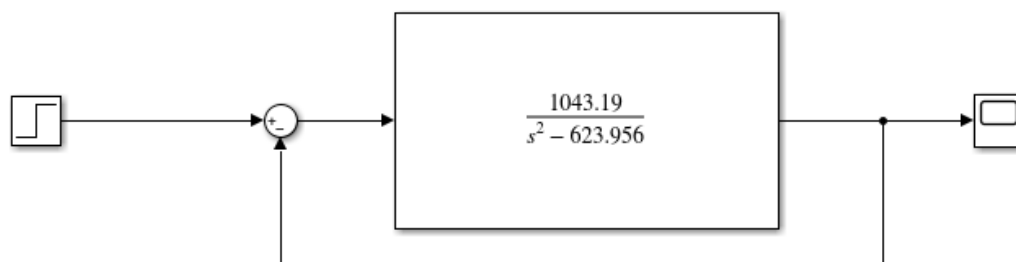
通过实时控制实验测试根轨迹校正的效果，并分析不同校正器参数（至少 6 组）对系统响应的影响，截图保存不同参数下系统的响应曲线，并填写下表 2。

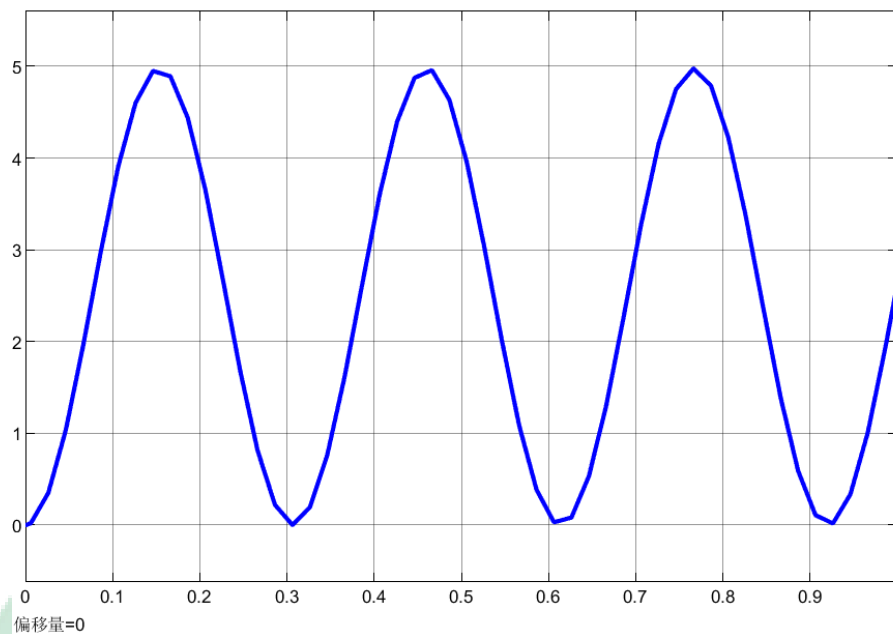
校正器参数	超调量	调节时间	浮球位置
-------	-----	------	------

任务 4：对比分析仿真系统与实时控制系统的性能差异。

七、实验结果

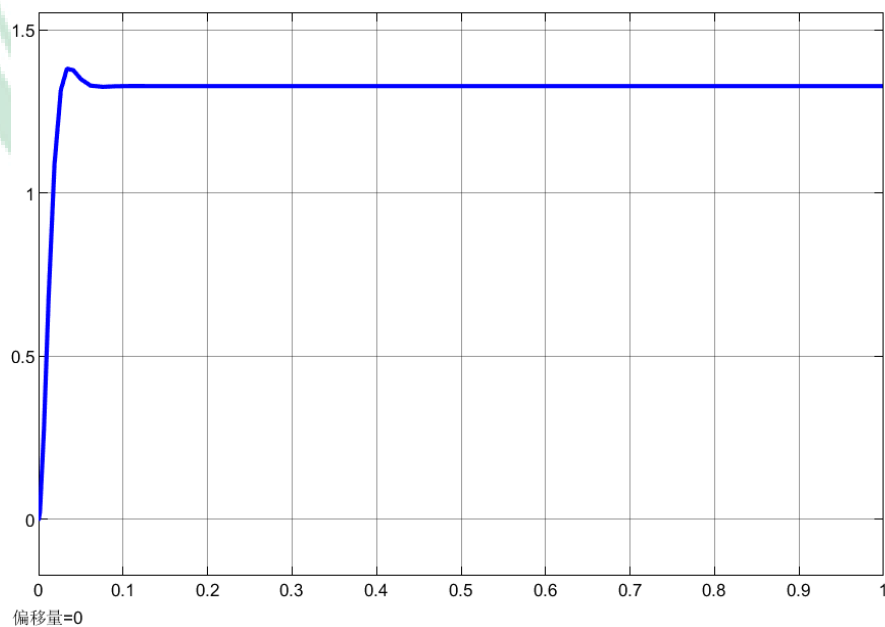
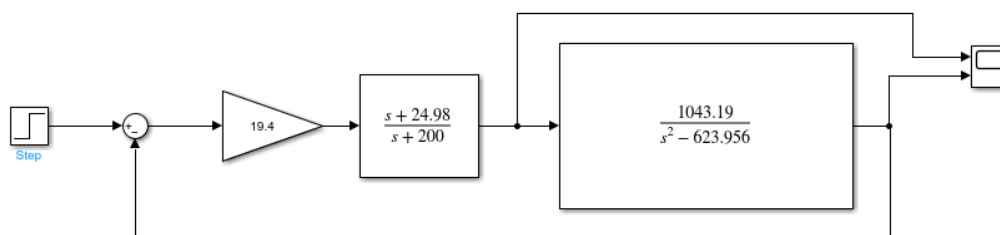
任务 1：未校正系统 Simulink 仿真实验





显然可以看出，此时的单位负反馈系统振荡不稳定。

任务 2：加根轨迹校正环节后 Simulink 仿真实验



K=19.4

加入根轨迹校正环节之后，单位负反馈系统趋于稳定。

自动控制原理实验报告

该系统的动态性能指标如下：

上升时间：0.026346s

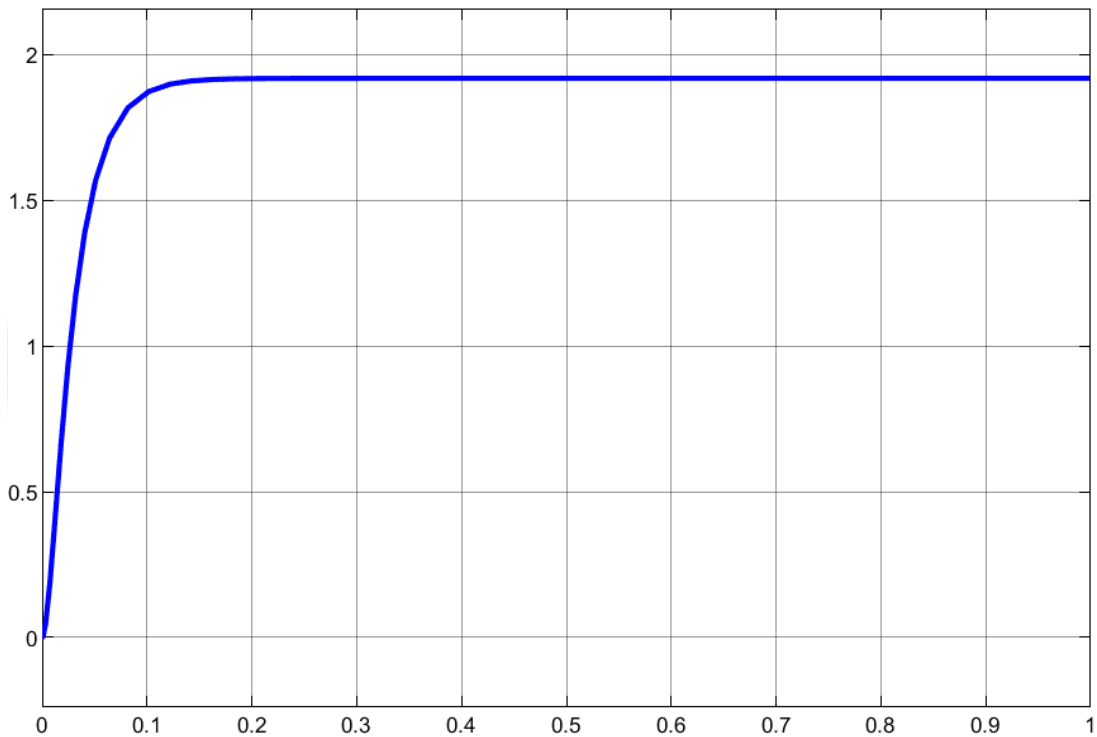
调节时间：0.041203s

峰值时间：0.033552s，超调量：4.0283%

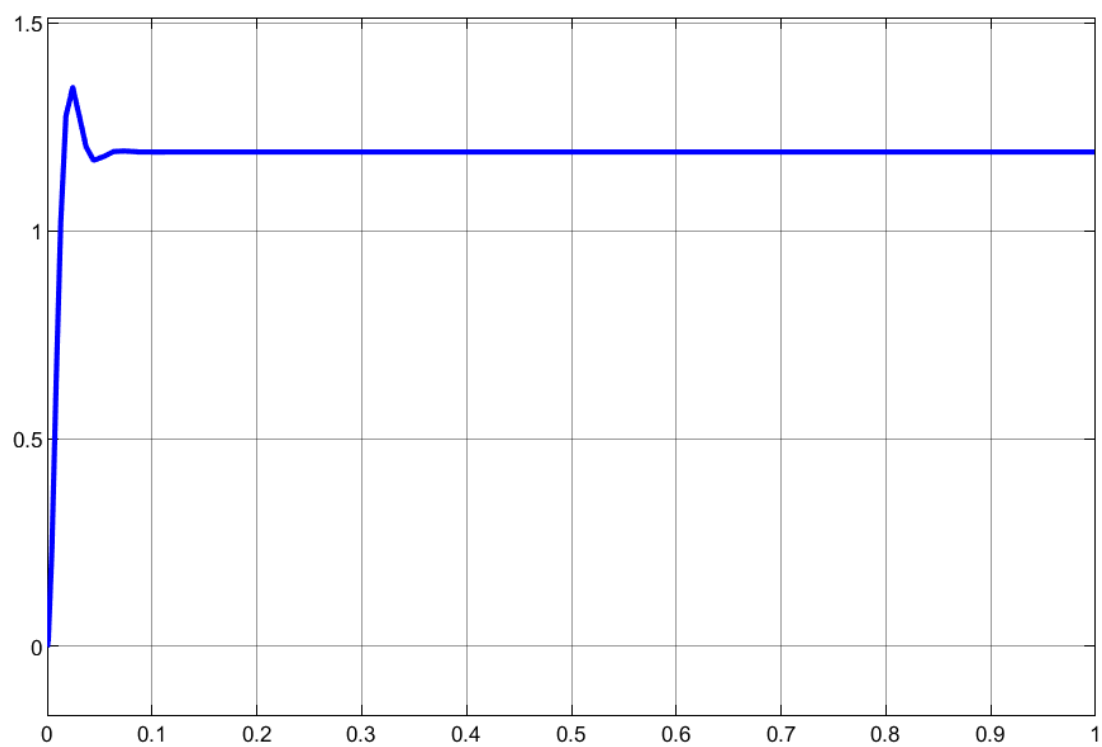
稳态值：1.33

不同的 K 值对应的性能指标见下表：

校正器参数	超调量	调节时间	浮球位置
10	3.28e-08%	0.10s	7mm
19.4	4.02%	0.04s	10mm
30	13.07%	0.03s	12mm
40	18.84%	0.036s	15mm
50	22.65%	0.038s	17mm
60	27.40%	0.04s	20mm

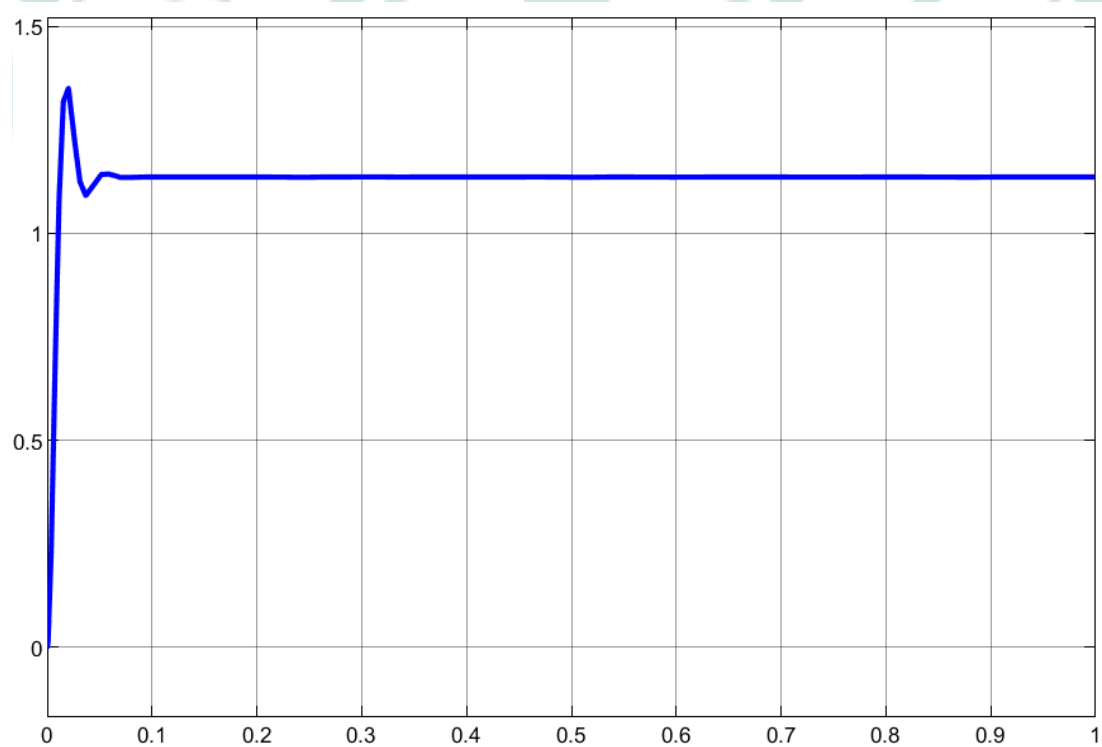


自动控制原理实验报告



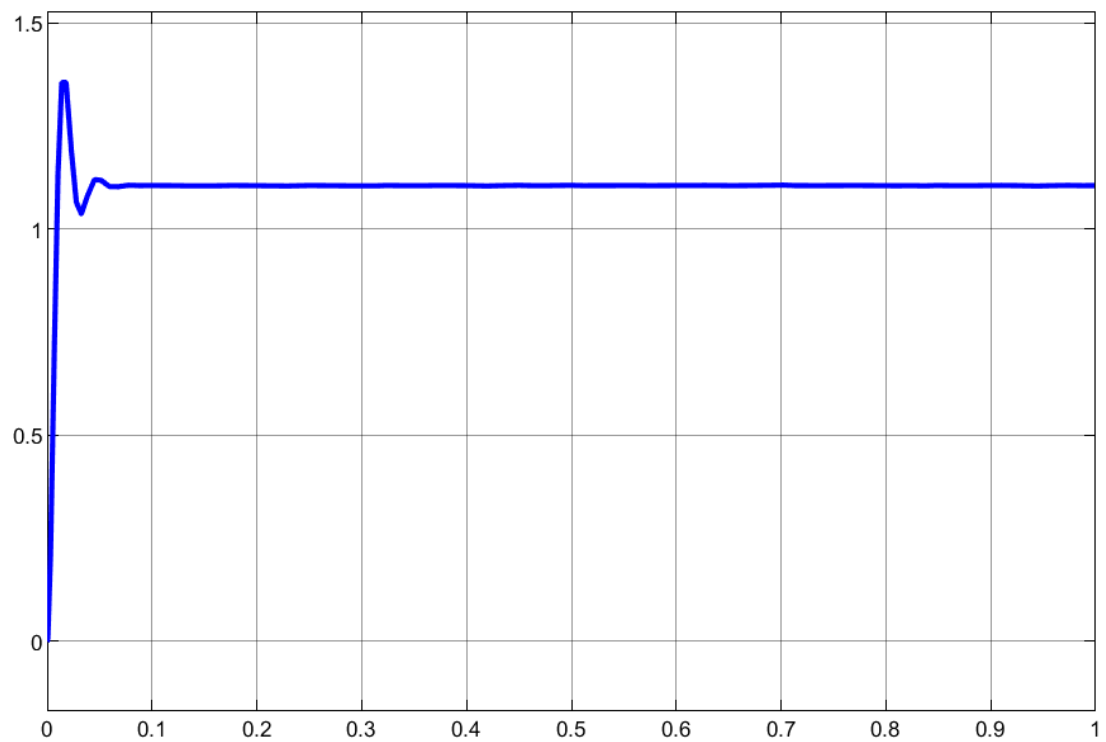
偏移量=0

K=30



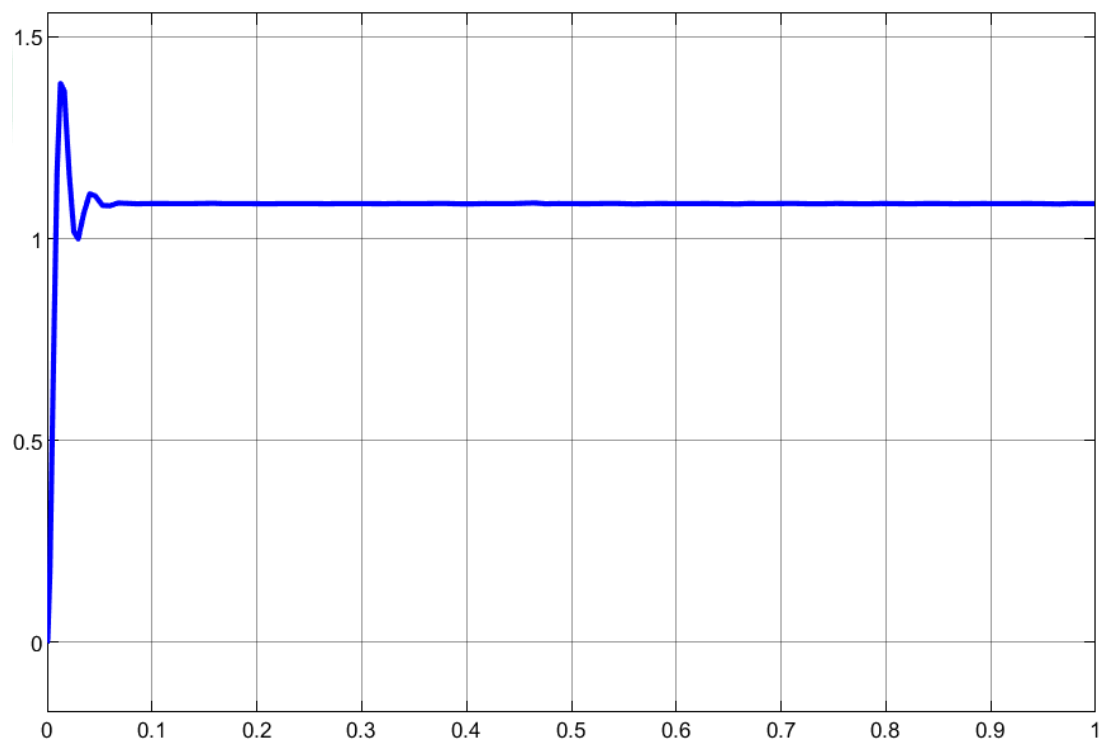
偏移量=0

K=40



偏移量=0

K=50

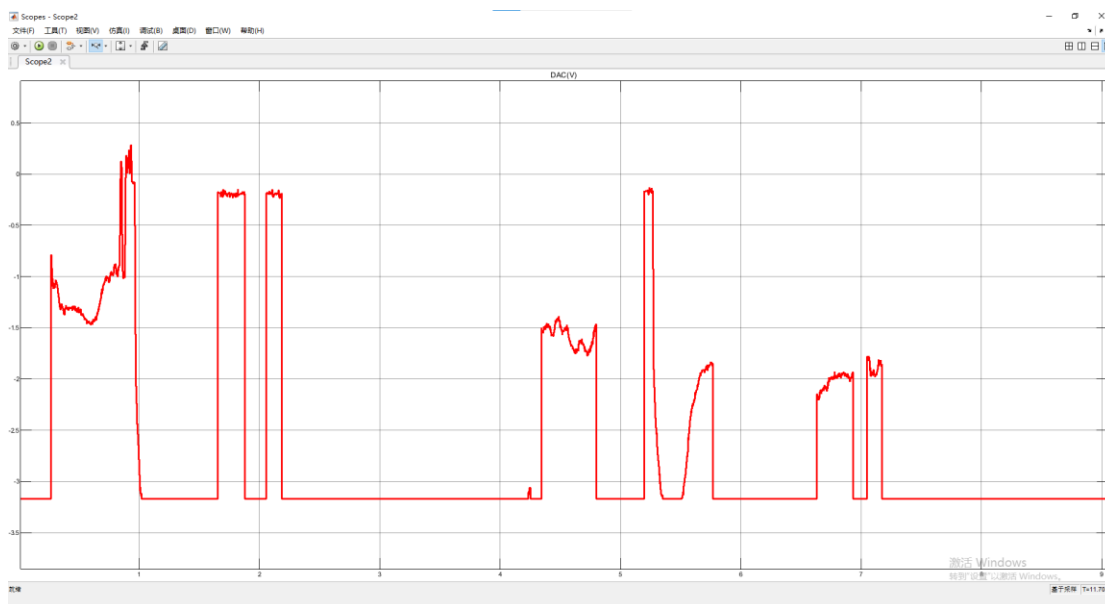


偏移量=0

K=60

任务 3：加根轨迹校正环节后实时控制实验

自动控制原理实验报告

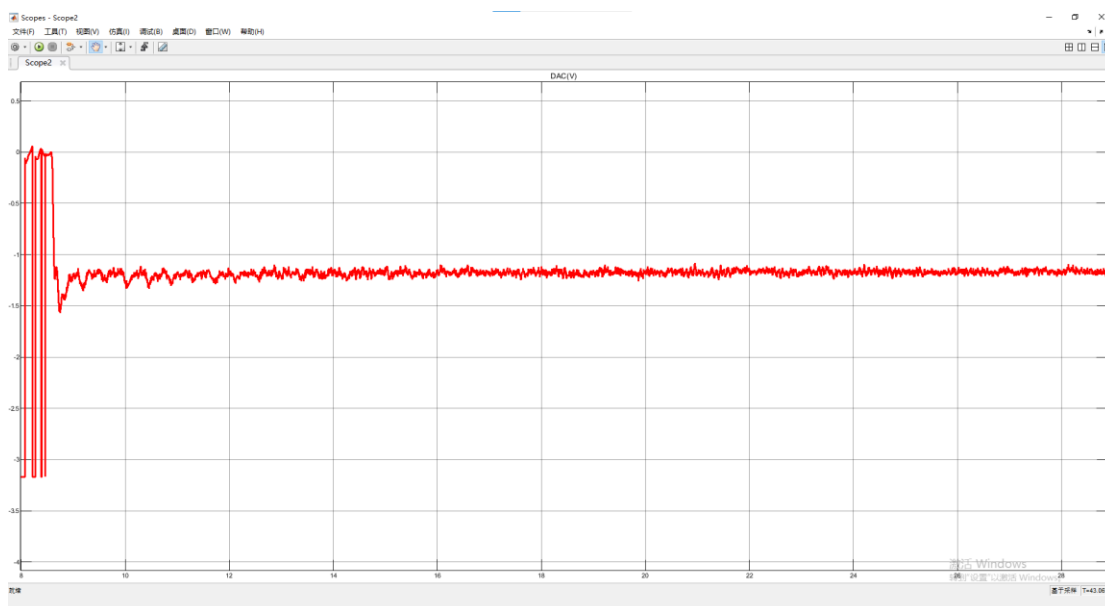


K=10, 小球被牢牢吸住

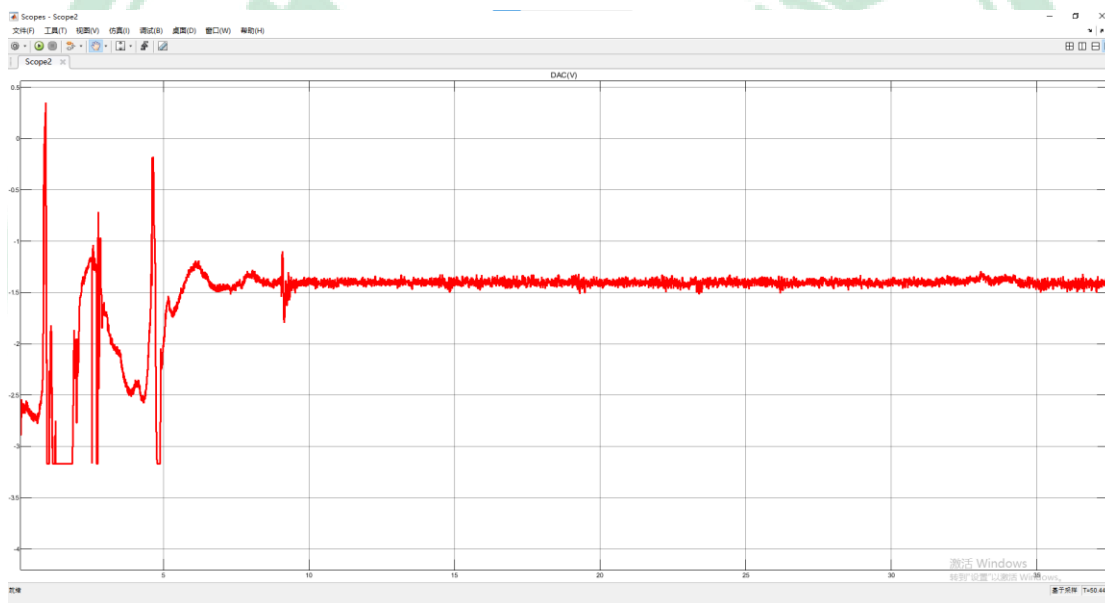


K=19.4, 小球反复跳动

自动控制原理实验报告

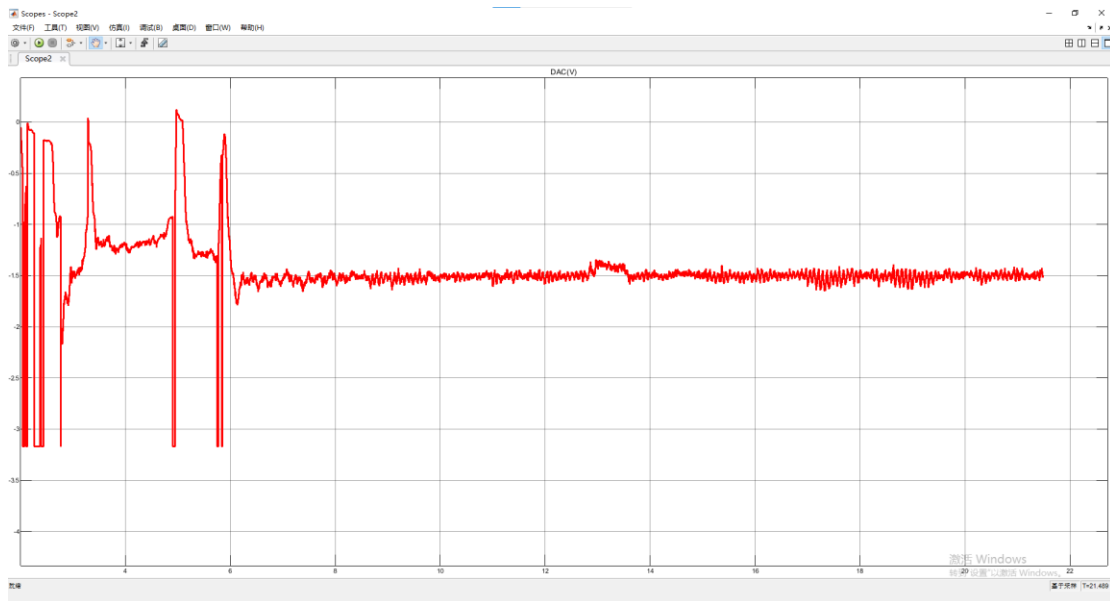


K=30, 小球稳定

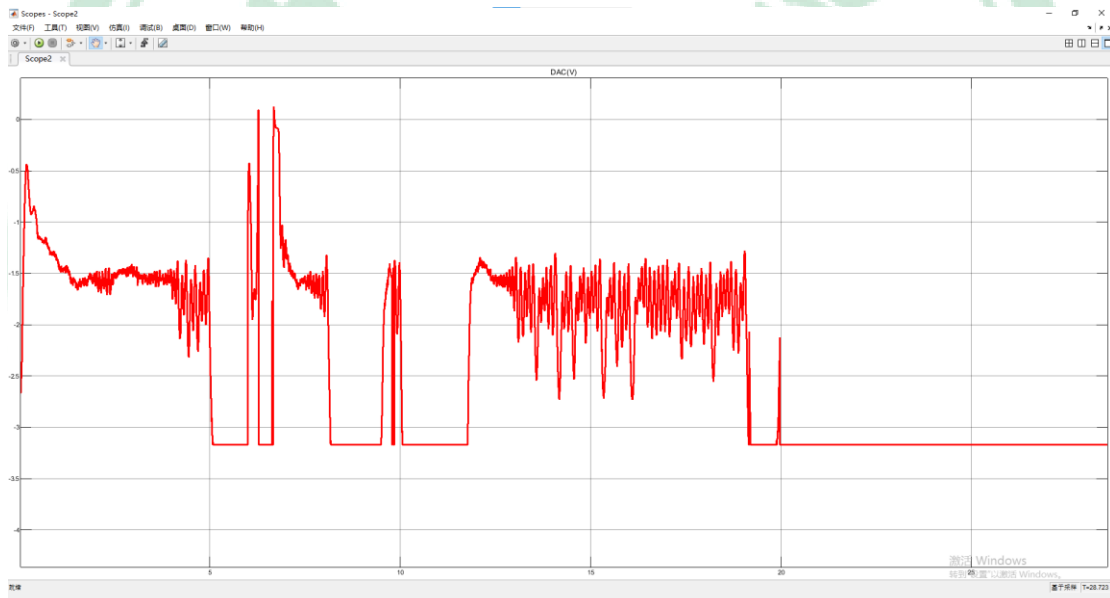


K=40, 小球略微抖动

自动控制原理实验报告



K=50, 小球抖动加剧



K=60, 小球抖动后落下

校正器参数	稳态值	浮球位置
10	无	牢牢吸住
19.4	无	反复跳动
30	-1.5	稳定 10mm
40	-1.5	略微抖动
50	-1.5	抖动加剧
60	无	抖动下落

任务 4：对比分析仿真系统与实时控制系统的性能差异。

从上述数据可以看出，仿真系统的阶跃响应容易分析，可以计算出各项动态性能指标；实时控制系统唯有在小球“悬浮”在中间时才会输出图像，但由于系统性能差异，也不一定能够稳定。

同样的控制器参数，仿真获得的单位负反馈系统都是稳定的，只不过超调量等指标略有差异；实时控制系统更为复杂，即使在简化的仿真中系统能够稳定，在实际的实验中同样会出现抖动或者不能悬浮等情况。

八、 实验心得

根轨迹方法是由系统开环传递函数确定闭环特征根的图解方法,借助这种方法可以在已知系统开环零点和极点的条件下,绘制出系统特征方程式的根在 S 平面上随参数变化运动的轨迹即根轨迹。通过根轨迹可以简便、直观地分析特征方程式的根与系统参数之间的关系,为系统分析带来便利,也可以对原系统进行校正,因此它在控制工程中得到广泛应用。

本次实验首先建立磁悬浮球系统的数学模型,并分析了它的开环不稳定性,然后采用根轨迹方法设计了一个校正装置并进行了仿真实验,最后采用 simulink 设计了实时控制程序实现了对磁悬浮球系统的稳定控制。仿真和实时运行结果表明,该控制系统的设计是正确、可行的。

