



院(系): 智能工程学院

组号: 第一组

组长: 方桂安

日期: 2022.10.28

实验名称: 基于 NI ELVIS 的线性系统根轨迹分析

## 一、实验目的

- A. 了解频率特性函数曲线的定义和实验方法
- B. 掌握波德图的绘制方法;
- C. 了解由波特图确定系统开环传递函数的方法。

## 二、小组成员

- 1. 方桂安: 20354027, 负责任务一, 二, 三, 四
- 2. 刘梦莎: 20354091, 负责全部任务及结果计算
- 3. 陈石翰: 20354019, 负责任务一, 二, 三, 四
- 4. 刘恩骐: 20354086, 负责任务一, 二, 三, 四
- 5. 刘 玥: 20354229, 负责全部任务及报告撰写

## 三、实验任务

- (1) 针对一阶惯性系统, 绘制相应的伯德图, 并对比分析不同电容值对系统性能的影响。
- (2) 针对二阶线性系统, 绘制相应的伯德图, 并对比分析不同电阻值对系统性能的影响。
- (3) 通过绘制的二阶线性系统伯德图, 确定系统所对应的开环传递函数, 并与理论
- (4) 计算的开环传递函数对比。

## 四、实验设备

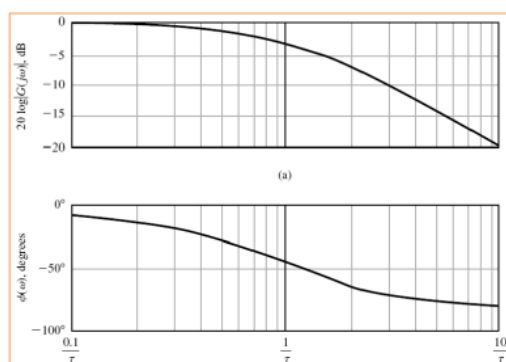
- 1. 笔记本电脑——Windows 11
- 2. MATLAB——R2021b
- 3. ELVIS III 主机
- 4. CCG 实验拓展板卡
- 5. CCB 实验程序 (LabVIEW)

## 五、实验原理

- 频域分析法是应用频率特性研究线性系统的一种经典方法。该方法最突出的优点是：可以通过实验方法确定系统的开环传递函数。
- 它以控制系统的频率特性作为数学模型，以频率 $\omega$ 为参变量，采用波德图、极坐标图或其他图表作为分析工具，来研究控制系统的动态性能与稳态性能。
- 频率特性的定义：
  - 幅频特性： $A(\omega) = |G(j\omega)|$ 反映系统对不同频率正弦信号在稳态时的放大（或衰减）特性；
  - 相频特性： $\varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$ ，反映系统在不同频率正弦信号的作用下，输出信号相对输入信号的相移。
  - 频率特性  $G(j\omega)$ ：系统的幅频特性和相频特性统称为系统的频率特性。

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}$$

- 频率特性的几何表示方法：极坐标图、伯德图等。
- 伯德图即对数频率特性曲线，它是将幅频特性和相频特性分别绘制在两个不同的坐标平面上，前者叫对数幅频特性，后者叫对数相频特性。
- 横轴（ $\omega$  轴）用对数 $\lg(\omega)$ 分度，单位弧度/秒。对数幅频特性曲线的纵坐标表示对数幅频特性的函数值，单位是分贝[dB]。对数相频特性曲线的纵坐标表示相频特性的函数值，单位是度 $[\circ]$ 。



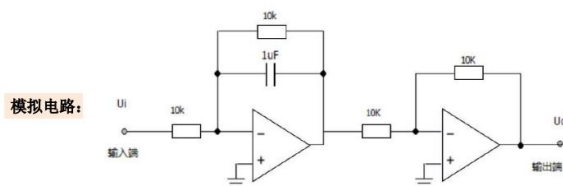
对数幅频特性定义为：

$$\begin{cases} L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| \\ \varphi(\omega) = \angle G(j\omega) \end{cases}$$

伯德图的优点包括：

1. 它把各串联环节幅值的乘除化为加减运算，从而简化了开环频率特性的计算与作图。
2. 利用渐近直线来绘制近似的对数幅频特性曲线，而且对数相频特性曲线具有奇对称于转折频率点的性质，这些可使作图大为简化。
3. 横轴（ $\omega$  轴）用对数分度，实现了横坐标的非线性压缩，便于在较大频率范围反应频率特性的变化情况。

一阶惯性系统



**开环传递函数:**  $G(S) = \frac{1}{0.01S + 1}$

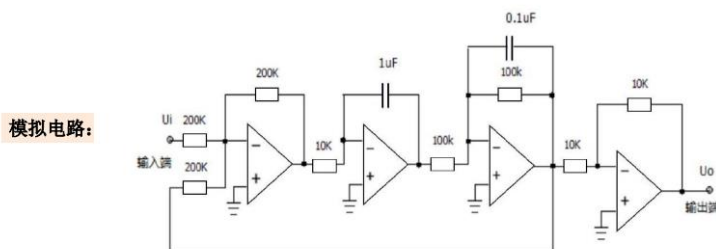
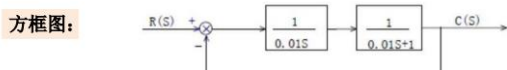
**频率特性:** 对数幅频:

$$L(\omega) = -20\lg\sqrt{1 + T^2\omega^2}$$

相频:

$$\varphi(\omega) = -\arctan(T\omega)$$

## 二阶线性系统



**开环传递函数:**  $G(S) = \frac{1}{0.01S(0.01S + 1)}$

**闭环传递函数:**  $\Phi(S) = \frac{10^4}{S^2 + 10^2S + 10^4} \iff \Phi(S) = \frac{K\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_nS + \omega_n^2}$  标准公式

$\Rightarrow \omega_n = \frac{1}{T} = 100(\text{rad/s}) \quad \xi = 0.5 \quad K = 1$

**频率特性:**  $L(\omega) = -20\lg\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + (2\xi\frac{\omega}{\omega_n})^2} \quad \varphi(\omega) = -\arctan(\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}})$

## 六、 实验过程

### 1. 频率响应分析实验步骤:

(1) 打开程序“实验 4 线性系统的频率响应实验”

- 程序位置: ...\自动控制原理课程实验套件\实验 4 线性系统的频率响应实

## 验\实验代码

- 打开界面如图 1 所示
- 双击打开 Main.vi，并单击程序运行按钮，运行界面如图 2 所示

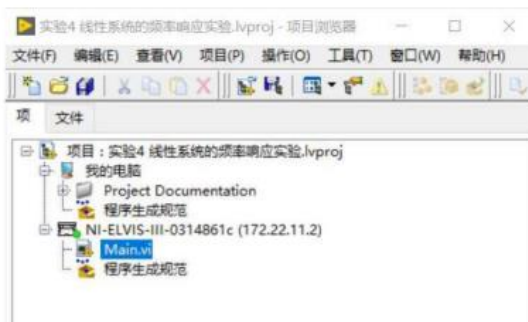


图1. 程序打开界面



图2. 程序运行界面

(2) 关闭电源，根据一阶惯性系统模拟电路图或实物连线示意图 3 进行接线（请勿带电操作），并按照图 4 进行软件设置

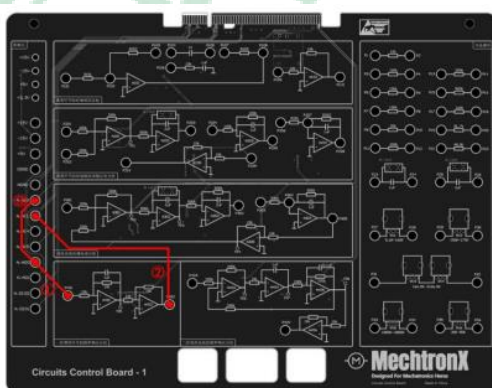


图3. 实物连线示意图



图4. 软件设置

(3) 打开电源，点击开始按钮，运行程序并截图保存一阶惯性系统实验结果，并填写表 1。

**任务 1:** 对于给定的一阶惯性系统，给出其对数幅频与相频特性曲线，并将测得的对数幅频和相频记录于下表（至少给出 10 组值）；

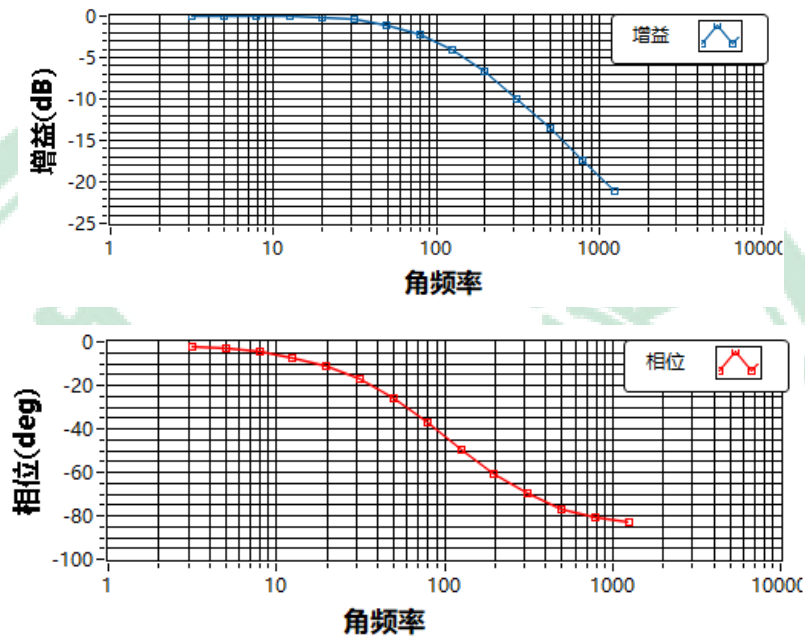
实验结果：

表 1

$\omega(\text{rad})$	$L(\omega)(\text{dB})$		$\phi(\omega)(\text{deg})$	
	实验值	理论值	实验值	理论值
3.141593	-0.0306653	-0.00428	-2.08564	-1.79941
4.979089	-0.0380649	-0.01075	-3.09408	-2.85045
7.891324	-0.0480708	-0.02696	-4.79111	-4.51205
12.506906	-0.0864548	-0.06741	-7.06903	-7.12891
19.82211	-0.199899	-0.16737	-11.0852	-11.2119
31.415927	-0.458382	-0.40878	-17.297	-17.4406
49.790888	-1.02264	-0.96184	-25.9496	-26.4691

## 自动控制原理实验报告

78.91324	-2.14032	-2.10246	-37.2926	-38.2781
125.069056	-4.03345	-4.08956	-49.4978	-51.3556
198.221096	-6.71176	-6.92773	-61.0002	-63.2296
314.159265	-9.97012	-10.3621	-69.2642	-72.3432
497.908881	-13.5672	-14.1147	-76.7013	-78.6438
789.132396	-17.3373	-18.0122	-80.6595	-82.7779
1250.690562	-21.197	-21.9707	-82.8005	-85.4286



**任务 2:** 增加惯性系统频率响应附加实验分别给出电容  $C=1\mu F$  和  $C=2\mu F$  所对应的伯德图，并分析电容值对系统性能的影响。步骤如下：

- ① 关闭电源，根据如下一阶惯性系统模拟电路图或实物连线示意图 5 进行接线（请勿带电操作）。
- ② 打开电源，点击开始按钮，运行程序并截图保存当  $C = 1\mu F$  时惯性系统的实验结果。
- ③ 重复以上实验，记录  $C = 2\mu F$  时惯性系统的实验结果。

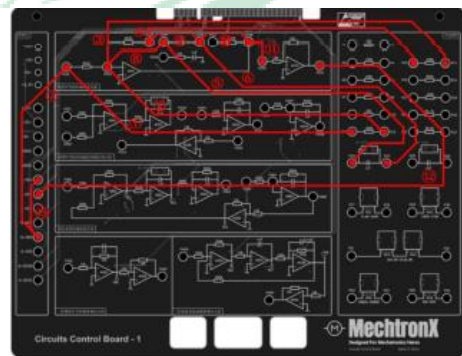
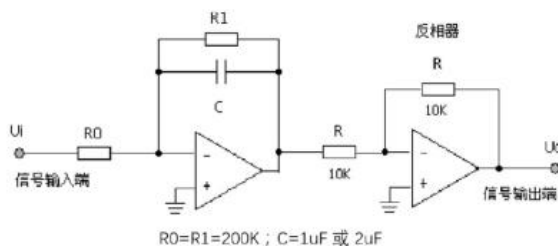


图5. 典型惯性环节模拟电路及实物连线示意图

实验结果:

➤  $C = 1\mu F$

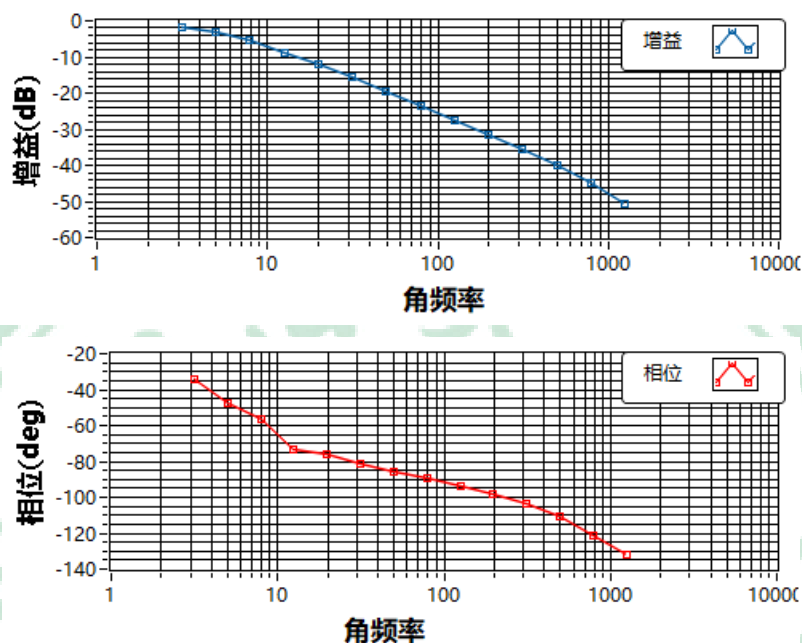
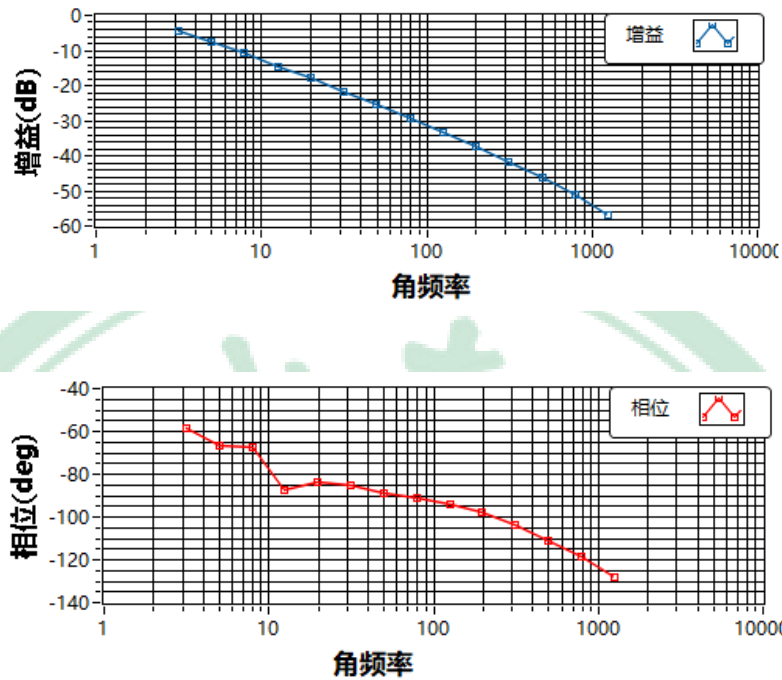


表 1

角频率 - 增益	增益(dB) - 增益	角频率 - 相位	相位(deg) - 相位
3.141593	-1.76881	3.141593	-34.3202
4.979089	-3.29375	4.979089	-47.1584
7.891324	-5.515	7.891324	-56.4551
12.506906	-8.81768	12.506906	-73.0314
19.82211	-12.0456	19.82211	-76.0175
31.415927	-15.7429	31.415927	-80.9242
49.790888	-19.575	49.790888	-85.9285
78.91324	-23.4769	78.91324	-89.625
125.069056	-27.4356	125.069056	-93.4148
198.221096	-31.4679	198.221096	-97.8456
314.159265	-35.6322	314.159265	-103.756
497.908881	-40.0866	497.908881	-110.235
789.132396	-45.0827	789.132396	-121.728
1250.690562	-50.8744	1250.690562	-132.407



➤  $C = 2\mu F$



角频率 - 增益	增益(dB) - 增益	角频率 - 相位	相位(deg) - 相位
3.141593	-4.64981	3.141593	-58.5743
4.979089	-7.40756	4.979089	-66.8419
7.891324	-10.4693	7.891324	-67.762
12.506906	-14.4575	12.50691	-87.395
19.82211	-17.7757	19.82211	-83.6191
31.415927	-21.6	31.41593	-85.4925
49.790888	-25.5399	49.79089	-88.8622
78.91324	-29.4878	78.91324	-91.3822
125.069056	-33.4711	125.0691	-94.1786
198.221096	-37.5264	198.2211	-97.475
314.159265	-41.7098	314.1593	-103.632
497.908881	-46.1697	497.9089	-110.887
789.132396	-51.1349	789.1324	-118.352
1250.690562	-56.9134	1250.691	-127.975

结论：

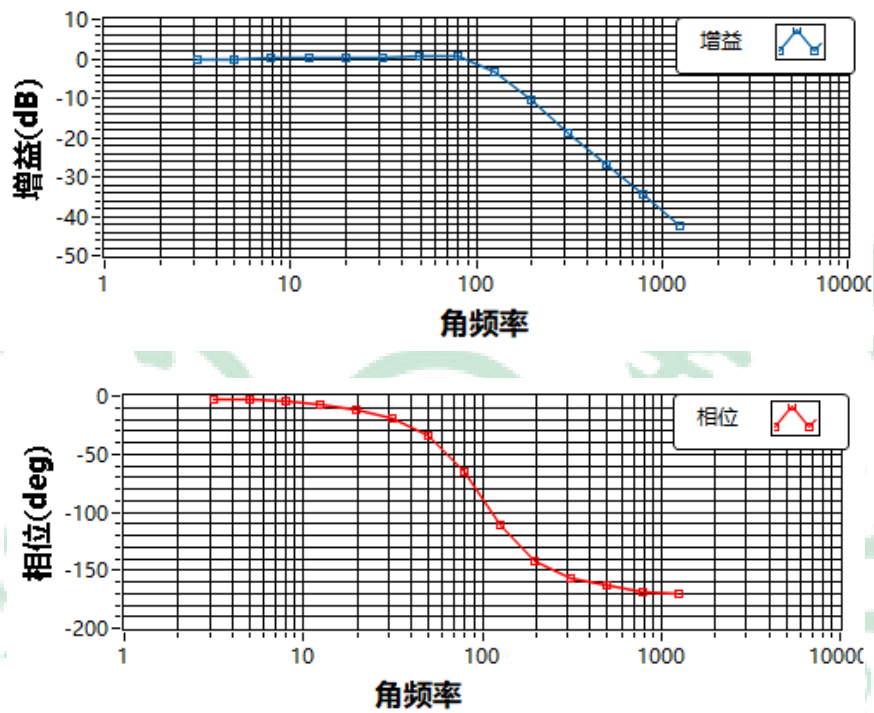
对 RC 一阶电路的零输入响应、零状态响应少量地改变电容值或电阻值的时候发现，当电容值或电阻值增大时，放电过程和充电过程的时间变长.减小是则变短。

**任务 3：**对于给定的二阶线性系统，给出其对数幅频与相频特性曲线，并将测得的对数幅频和相频记录于下表（至少给出 10 组值）；

## 自动控制原理实验报告

- ① 关闭电源, 根据二阶线性系统模拟电路图或实物连线示意图 6 进行接线(请勿带电操作), 并按照图 7 进行软件设置。
- ② 打开电源, 点击开始按钮, 运行程序并截图保存二阶线性系统的实验结果, 并填写表 2。
- ③ 点击结束按钮, 结束实验。
- ④ 待所有实验结束后, 关闭 ELVIS III 试验台电源, 并整理好导线。

实验结果:



角频率 - 相位	相位(deg) - 相位 (实验值)	相位(deg) - 相位 (理论值)
3.141593	-2.62865	-1.8
7.891324	-4.89785	-4.81
12.506906	-7.76663	-7.49
19.82211	-12.0494	-11.8
31.415927	-19.9243	-19.1
49.790888	-34.7545	-33.5
78.91324	-65.5249	-64.6
125.069056	-110.893	-114
198.221096	-141.701	-146



角频率 - 增益	增益 (dB) - 增益 (实验值)	增益 (dB) - 增益 (理论值)
3.141593	-0.0211679	-0.00462
4.979089	-0.00240064	-0.0103
7.891324	0.0261763	0.0274
12.506906	0.0679936	0.0654
19.82211	0.143093	0.16
31.415927	0.326794	0.37
49.790888	0.676577	0.863
78.91324	0.549621	1.13
125.069056	-3.23474	-2.97
198.221096	-10.6309	-10.6

**任务 4：**增加二阶线性系统频率响应分析附加实验，分别给出电阻 $R=50k\Omega$ ,  $160k\Omega$ ,  $200k\Omega$ 时所对应的伯德图，并分析电阻值对系统性能的影响。

- ① 关闭电源，根据如下二阶线性系统模拟电路图或实物连线示意图 8 进行接线（请勿带电操作）。
- ② 打开电源，点击开始按钮，运行程序并截图保存当 $R=50k\Omega$ 时二阶系统的实验结果。
- ③ 重复以上实验，分别记录 $R=160k\Omega$ ,  $200k\Omega$ 时二阶系统的实验结果。

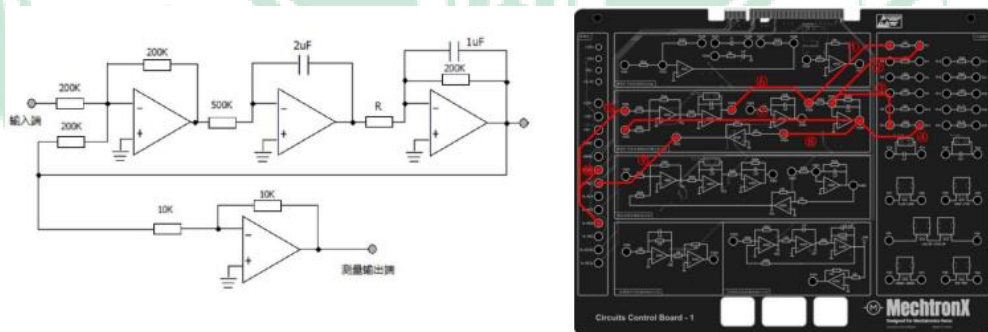
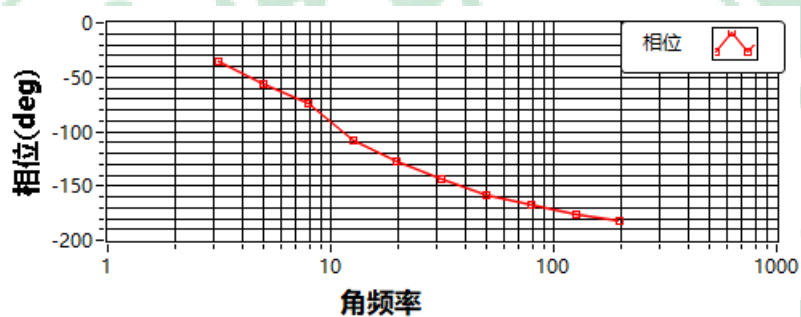
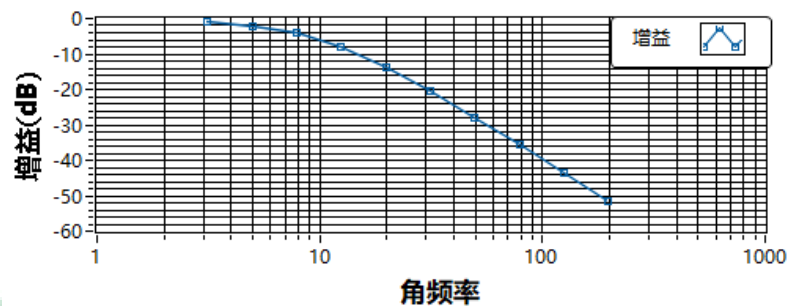


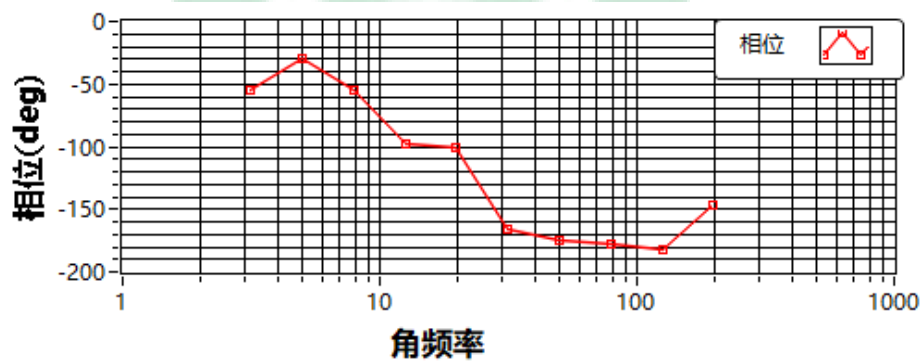
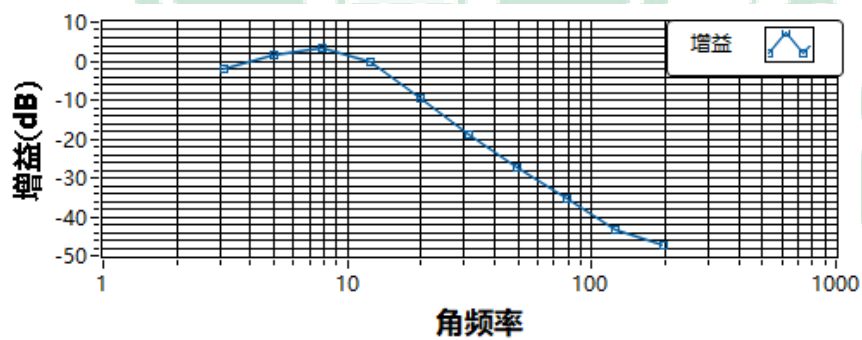
图8. 典型二阶系统模拟电路及实物连线示意图

实验结果：

➤  $R=50k\Omega$



➤  $R=160k\Omega$





$$k \approx -40\text{dB/dec}, \omega \gg 100\text{rad/s}$$

因此转折频率 $\omega_n = 100\text{rad/s}$ ，系统是一个二阶环节，设闭环传递函数为 $\varphi(s)$ ，则：

$$\varphi(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{10^4 K}{s^2 + 200\zeta s + 10^4}$$

因为：

$$L(1) = 20\lg K = 0$$

所以 $K=1$ ，则：

$$L(\omega) = -20\lg\sqrt{(1 - 10^{-4}\omega^2)^2 + 4 \times 10^{-4}\zeta^2\omega^2}$$

带入点(78.91324, 0.549621)，代入 matlab 中求解方程得 $\zeta = 0.5446 \approx 0.5$ 如下图所示：

```
1 clear,clc;
2 syms x;
3 y = solve(0.549621== -20*log10(((1-0.0001*78.91324^2)^2+4*0.0001*x^2*78.91324^2)^(0.5)), x);
4
```

命令窗口

```
ans =
0.5446
```

所以：

$$\varphi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{10^4}{s^2 + 100s + 10^4}$$

则开环传递函数：

$$G(s) = \frac{1}{0.01s(0.01s + 1)}$$

## 七、实验心得

通过上述实验，我们可以得到以下结论：

- 1、截止频率对于一阶惯性而言，意味着信号响应性能的转折点，截止频率以前均能够较好的跟随，但是截止频率之后，输入信号被大幅度衰减。
- 2、伯德图能够对系统的响应特性进行一个直观的分析。
- 3、增大一阶惯性环节的开环增益，会导致幅频曲线上移，导致幅频曲线与横轴 0 的交点右移，也就是截止频率 $\omega_c$ 增大。
- 4、增大一阶惯性环节的开环增益，不会对相频曲线产生任何影响。相频曲线只和 s 前的系数有关，只和转折频率有关。
- 5、二阶系统阻尼比 $\zeta$ 越小，上升时间 $t_r$ 则越小； $\zeta$ 越大则 $t_r$ 越大。固有频率越大， $t_r$ 越小，反之则 $t_r$ 越大。固有频率具有角速度的量纲，而阻尼比为无量纲参量